

波の場の計算における並列シュミレータの応用

西村 仁嗣*・星野 力**・武若 聡***

1. 緒 言

昨今の大型計算機は極めて高速かつ大容量であり、流体工学分野でも大規模な計算に用い得るものとなっている。しかしながら、広域にわたる波や流れの解析を意図する場合、やはりその計算速度と容量が計算の手法を制限する結果となる。また大型計算機は高価なものであり、これを専用機として特定の目的に用いることは経済的観点から不可能である。

こうした状況をふまえ、VLSI 技術の発達とともに、複数の処理装置を並列作動させることによって、より大規模な計算を安価に実行するための専用の並列計算機の研究が盛んに行われるようになった。本研究は試作並列計算機 PAX-64J²⁾ による数値波動解析を通じて当該分野におけるこの種の計算機の有用性を探ろうとするものである。

一方、本論文においては得られた波の場の中の特定地点における波動を2つの進行波の和として捉えることの可能性が論じられる。こうした考え方は、今後波の場の計算における境界条件の設定、漂砂量公式の拡張使用等に際してさまざまな形で応用し得るものと思われる。

2. 並列計算機 PAX-64J

本研究で用いた並列計算機 PAX-64J は多数のマイク

ロ・コンピュータを直交格子状に配置し、並列作動させるものである。これを用いて流体運動を解析するには、平面的な広がりをもつ対象領域を格子状に分割し、区分領域毎の計算を個々のコンピュータに分配、実行させるという方法が有力である。

(1) PAX-64J のシステム構成

図-1 に PAX-64J のシステム構成を示す。システムは主として次の3つの部分から成っている。

1) PU アレイ

区分領域毎の個々のタスクを処理する処理装置 (PU=Processing Unit) を2次元直交格子状に配置したもの。各PUにはDEC社の16bitマイクロ・プロセッサDCJ-11が用いられている。1つのPU当り12kbyteのメモリーが実施されており、ここにプログラムおよびデータを格納する。

2) ホスト計算機

PUアレイの制御、ユーザプログラムの開発、コンパイル、データの入出力等を行うミニ・コンピュータ。これにはDECの社PDP 11/24が用いられている。

3) UADP (Unibus ADaPter)

ホスト計算機とPUアレイを結ぶインターフェイス。

PUアレイでは現在32台のPUが4×8の格子状に

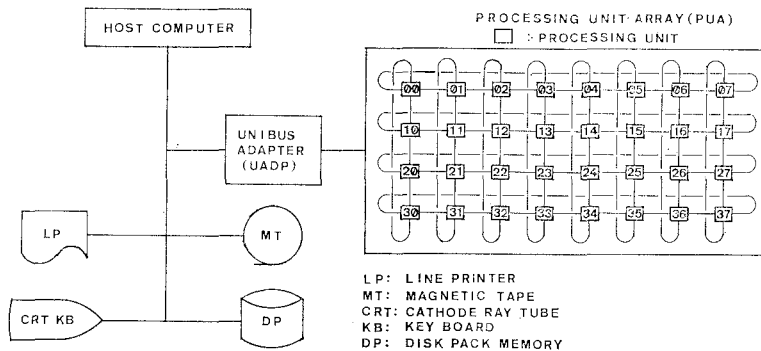


図-1 PAX-64J のシステム構成

* 正会員 工博 筑波大学助教授 構造工学系

** 工博 筑波大学教授 構造工学系

*** 学生員 筑波大学大学院 工学研究科

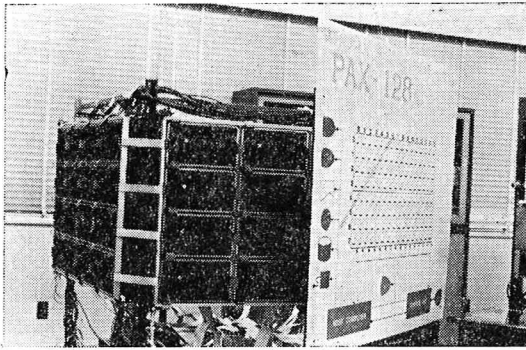


写真1 並列コンピュータ

配置され各々は東西南北の隣接4方向のPUと結合されている。また図-1に示されるようにPUは環状にアドレスに結合されている。PU間には、隣接PUとのデータの受け渡しのために通信用メモリーが設けられている。またPUにはPU処理の同期をとるための、あるいはホスト計算機にメッセージを送信するための16bitレジスターが装備されている。これらのPUは全体としてMIMD (Multiple Instruction/Multiple Data stream) 型プロセッサ・アレイ・システムを構成し、それぞれ独自のプログラムを実行することが可能である。

(2) PAX-64J のソフトウェア

PAXでタスクを実行する際、ユーザはFORTRAN 77言語を用いて、ホスト計算機用、PU用の2つのソース・プログラムを作成する。ホスト側のプログラムではプログラムの開始、データの入出力、各PUの制御等を行う。一方PU側のプログラムには隣接PU間のデータの転送、同期ステートメントが挿入される。これらの作業は現段階ではプログラマの手に委ねられているが、将来一般の利用に向けてソフトウェアの整備が進められ、ある程度の自動化が図られるものと期待される。

ジョブの流れは次のようになる。すなわち、ホストコンピュータでホスト計算機用とPU用の2つのソース・プログラムをコンパイル、リンクする。ホスト用プログラムを実行すると各PUにFORTRANオブジェクト・モジュールがロードされ並列処理が開始される。必要に応じてホスト・コンピュータからPU上の変数を呼び出し、出力することができる。

海岸工学においては平面的な広がりを有する水域内の波、流れ、もしくは地形等を取り扱うことが多く、こうした場合これを小領域に分割し、それぞれの区分領域について同様の計算を遂行するという考え方は容易に受容し得る。この種の計算機を用いるときには、各区分領域毎の現象を各PUにそのまま再現させる、いわゆるシミュレーションの構想に立脚するのが自然である。すなわち、このシステムを有効に活用する上でPU間の情報の授受を区分領域周辺の物理量のみにとどめることが肝要

であり、当該分野で広く用いられる緩和法、もしくは陽的な差分解法等は最も簡便かつ有利な計算法と考えられる。ただし、全体を一体としてとり扱う陰的な解法に対してもその適用性を高める努力が現在なされつつある。

このような、隣接結合型のアーキテクチャでは、各PU内部やせいぜい隣接PUにおかれた変数データ間の演算が主となるようなモデルとアルゴリズムが有利となることは上述の通りであるが、そのとき計算速度とシステム価格はPU台数に比例するので、PU単体の経済的な性能コスト比がそのままシステム全体として実現する。

PAX-64Jの現況における計算能力および計算コストに関しては第4章において記述する。

3. 局地波動の2波分割

一般の波の場は、単一周期の微小振幅波の定常的な平面分布であっても、屈折、回折、反射等の様々な変形を内包する場合には、かなり複雑な様相を呈する。ある地点の波について見ると、水面変動、水平流速の2方向成分ともに単弦波であるが、これらの振幅および位相が空間的にそれぞれの分布を有するからである。ここでは上述の6つの要素が与えられた時に、この波を2つの進行波の重ね合わせとして表わすことを考える。

いま、水平面に直交座標系 (x, y) をとれば、一般の波動に伴うある地点の水位上昇量 η および水粒子速度の x, y 軸方向成分 u, v は次のように表記される。

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \hat{\eta} \cos(\omega t - \varphi_{\eta}) \\ u &= \hat{u} F(z) \cos(\omega t - \varphi_u) \\ v &= \hat{v} F(z) \cos(\omega t - \varphi_v) \\ F(z) &= \omega \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 t は時間、 z は静水面から上向きにとった鉛直座標、 $\hat{\eta}$ および $\hat{u}F, \hat{v}F$ はそれぞれ水位および流速成分の振幅、 φ_{η} および φ_u, φ_v はそれぞれの位相であり ω は波の角周波数、 k は波数、 h は水深である。

上記の u, v の組合わせは $u-v$ 平面内で一般の橢円を描く。問題を簡単にするため、この橢円の主軸方向に局地的な直交座標系 (X, Y) をとることとする。すなわち、 x 軸に対して β なる傾角を有する新たな X 軸をとり $\omega T = \omega t + \gamma$ によって時間の起点をも変更すれば

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \hat{\eta} \cos(\omega T - \varphi) \\ U &= u \cos \beta + v \sin \beta = \hat{U} F(z) \cos \omega T \\ V &= -u \sin \beta + v \cos \beta = \hat{V} F(z) \sin \omega T \end{aligned} \right\} \dots\dots (2)$$

の形に書くことが常に可能である。ここに、

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2\hat{u}\hat{v} \cos(\varphi_u - \varphi_v)}{\hat{u}^2 - \hat{v}^2} \\ \varphi &= \varphi_{\eta} - \gamma \\ \gamma &= \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{\hat{u}^2 \sin 2\varphi_u + \hat{v}^2 \sin 2\varphi_v}{\hat{u}^2 \cos 2\varphi_u + \hat{v}^2 \cos 2\varphi_v} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{U} &= \hat{u} \cos(\varphi_v - \gamma) \cos \beta + \hat{v} \cos(\varphi_u - \gamma) \sin \beta \\ \hat{V} &= -\hat{u} \sin(\varphi_v - \gamma) \sin \beta + \hat{v} \sin(\varphi_v - \gamma) \cos \beta\end{aligned}$$

である。

この波動を2つの異なる振幅 a_j , 位相 φ_j ならびに進行方向 α_j ($j=1, 2$) を有する進行波の和として表現すれば,

$$\left. \begin{aligned}\eta &= \eta_1 + \eta_2 \\ U &= U_1 + U_2 \\ V &= V_1 + V_2\end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ただし,

$$\begin{aligned}\eta_j &= a_j \cos(\omega T - \varphi_j) \\ U_j &= a_j F(z) \cos(\omega T - \varphi_j) \cos \alpha_j \\ V_j &= a_j F(z) \cos(\omega T - \varphi_j) \sin \alpha_j\end{aligned}$$

である。

式(3)が時間によらず恒等的に成立することから6つの未知量 a_j , φ_j , α_j に対して6つの方程式が得られる。この6元連立方程式を解くことにより, 局地波動の2波分割が可能となる。解は

$$\lambda^4 = \hat{U}^2 \sin^2 \varphi + \hat{V}^2 \cos^2 \varphi - \hat{U}^2 \hat{V}^2 \dots\dots\dots (4)$$

なる表示を用いて

$$\left. \begin{aligned}\alpha_j &= \tan^{-1} \frac{\hat{V}(\hat{U}^2 \sin \varphi \pm \lambda^2 \cos \varphi)}{\hat{U}(\hat{V}^2 \cos \varphi \mp \lambda^2 \sin \varphi)} \\ a_j \cos \varphi_j &= \frac{1}{2} \hat{\eta} \left(\cos \varphi \mp \frac{\hat{U}^2}{\lambda^2} \sin \varphi \right) \\ a_j \sin \varphi_j &= \frac{1}{2} \hat{\eta} \left(\sin \varphi \pm \frac{\hat{V}^2}{\lambda^2} \cos \varphi \right)\end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

のように得られる。ただし, 複号は $j=1$ に対して上, $j=2$ に対して下をとるものとする。

ここで, 位相には γ を加算し, 角度 β だけ回転させることによって容易に (x, y) 座標系に戻ることができる。

さて, $U-V$ 平面内の流速楕円を考えると, 点 $(\hat{u} \times \cos \varphi, \hat{u} \sin \varphi)$ がこの楕円の周上もしくは内側に存在するような場合には, 式(4)から明らかなように式(5)の分割は成立しない。このような波動は3つ以上の進行波を重合することによってのみ分割可能である。また, $\varphi=0$ の場合には, 与えられた波自体が単一の進行波であり, 解は不定となる。さらに完全重複波の腹の位置では流速に方向性がないために波向きが不定となる。

上述のように, ここで述べた2波分割は常に数学的に可能とは限らない。またより多くの波の重合場を取り扱う際には, 局地的な2波分割の物理的な意味はあいまいなものとなる。しかしながら, 主として1種または2種の波の重合によって生じているような波の場を理解する上で, この手法は十分有用であると思われる。

4. 波の場の計算

本節においては単純な試算例として一様水深の水域に置かれた半無限堤に対し2次元的な単一進行波が直角入

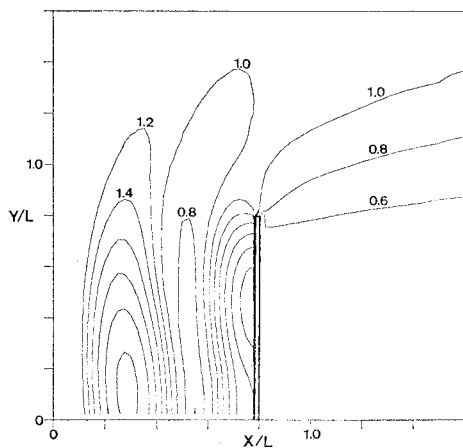
射する場合を取り上げる。波の場の計算には連立表記された緩勾配方程式

$$\left. \begin{aligned}\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{n} \nabla \cdot (n \mathbf{q}) &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + C \nabla \eta &= 0\end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

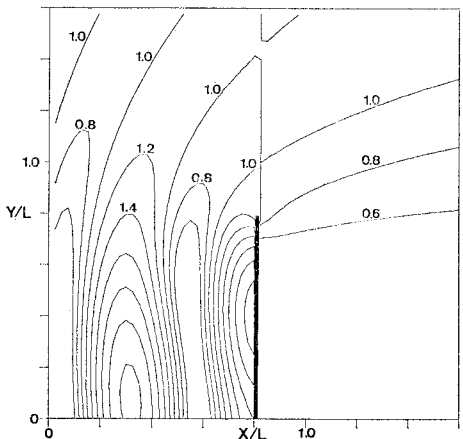
を差分法により数値積分する方式を採用した。ここに (x, y) は水平面内にとられた直交座標, $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$, t は時間, $\mathbf{q}$ は近似的に線流量に相当するベクトル量, η は静水面から測った水位, C は波の位相速度で, n は群速度と位相速度の比である。

計算手法の詳細については文献³⁾に述べられているので省略する。境界条件は構造物境界については完全反射, 計算領域外縁については透過性境界とした。完全反射条件は壁面での流量を0とし, 透過条件は前ステップの波動の分布から境界に達する波を推算して差し引くことにより計算に組み入れた。

図—2および3には計算による波高分布とSommerfeld



図—2 半無限堤周辺の波高分布 (計算値)



図—3 半無限堤周辺の波高分布 (解析解)

の解析解とが比較されている。図中の数値は局地波高の入射波高に対する比である。これによれば堤の前面で計算された波高はいく分解析解よりも小さなものとなっているが全般的には精度よく再現されている。また、各点の波動を前節の方法で2波分割した結果が図-4に示されている。図の矢印の方向は波向、長さは振幅を表わしている。なお、この場合には線流量と流速が1対1に対応しているので、この間の変換は不必要である。堤の前面で反射、背面領域に回折が生じている様子が伺われる。構造物に比較的近い位置に境界を設定したにもかかわらず透過条件のとり扱いがほぼ順当に行われていることがわかる。図の縦列中で矢印の欠けている点では前述の理由により2波分割が不可能もしくは不正確であった。

この計算を PAX で行うために、 64×64 個の格子点を図-5に示すように 16×8 個ずつに分割し、各 PU に割り充てた。図-6中に斜線で示された領域の各計算点では隣接する PU の計算結果が必要となる。これらの計算点では前述したように計算時間ステップ毎に同期を取りデータの転送を行いながら計算を進めた。

上述の計算を PAX-64J および大型計算機 M-380 の双方を用いて実行したところ1ステップに要する前者の演算時間は後者のそれのほぼ2.6倍であった。ただし、この比が計算の方式、もしくは内容によって多少異なることは当然である。一方、システム価格の面で前者が千

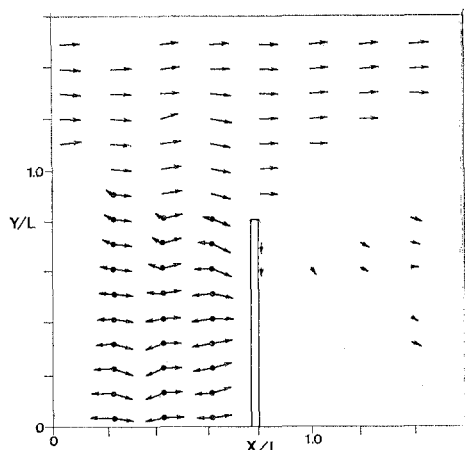


図-4 局地波動の2波分割

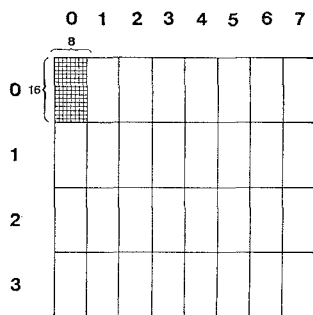


図-5 計算点の配分

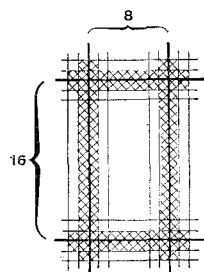


図-6 データ転送領域

万円のオーダーであることを考えれば、その計算コストは極めて低いことが分かる。また、総経費の点でも、用途によっては現時点においてすでに専用機としての利用が十分可能と思われる。

5. 結 語

並列計算機の性能はマイクロ・コンピュータ技術の進展とともに、近い将来一層飛躍的に向上するものと期待される。海岸工学技術者もこの種のシステムの開発に注目する必要がある、この小論がその一助となれば幸いである。

今一つの論点であった局地波動の2波分割に関しては、すべての場合にそれが可能とは言えず、またその物理的な意味が保証されない点に実用上の問題がある。今後、こうして得られる形式的な成分波と実際の波動現象との関係を明確にして行く必要があろう。

謝 辞： PAXの使用に際し有益な助言をいただいた筑波大学構造工学系白川友紀講師、および筑波大学大学院三宅敏之氏に謝意を表する。なお、この研究は文部省科学研究費補助金（昭和58, 59年度、試験研究(2)）によって行われたものであることを付記する。

参 考 文 献

- 1) 星野 力： PAX コンピュータ，オーム社，227 p., 1985.
- 2) 白川友紀・星野 力： 並列計算機 PAX-64J，アーキテクチャワークショップインジャパン，情報処理学会，pp. 53~61, 1984.
- 3) 西村仁嗣・丸山康樹・平口博丸： 直接数値積分による波の解析，第30回海岸工学講演会論文集，pp. 123~127, 1983.