

二成分波の碎波限界に関する一考察

岩田好一朗*・片岡純久**・水谷法美***

1. 緒 言

不規則な風波の碎波限界を正確に算定することは、海岸災害の防止や軽減のために極めて重要である。波別解析された不規則波の碎波限界値は規則波の値より一般に小さく、さらにばらつくことが水理実験により報告されている^{1),2)}。この原因として、(i) 規則波と不規則波では碎波機構が異なること、(ii) ゼロ・ダウソックス法などの波別解析手法の問題、などが考えられるが、詳細な論議はなされていない。不規則波は自由波が二つ以上の集合として理解できるので、自由波が二つ共存する二成分合成波と自由波が一つの規則波の碎波限界値の差異を検討しておくことは不規則波の碎波限界を解明する上で基本的に重要である。本論は、碎波条件が等しい時、波別解析された二成分波の碎波限界値と規則波の碎波限界値の大小関係について検討しようとしたものである。

2. 二成分波の表示式

浜田³⁾は、流体を非粘性、非圧縮とし、二次元の非回転運動の条件の下で、摂動法により2成分合成波の2次近似解を下記のように表現している。

$$\eta = \varepsilon \eta_{(1)} + \varepsilon^2 \eta_{(2)} \dots\dots\dots (1)$$

$$\phi = \varepsilon \phi_{(1)} + \varepsilon^2 \phi_{(2)} \dots\dots\dots (2)$$

なお、上式で、 η は水面変動、 ϕ は速度ポテンシャル、 ε は摂動パラメーター、下つき添字 (1) は ε の1次のオーダーに対する解、下つき添字 (2) は ε^2 のオーダーに対する解である。 $\eta_{(1)}$ と $\phi_{(1)}$ は、おのおの式 (3) と式 (4) で与えられる。

$$\eta_{(1)} = a_1 \cos k_1(x - c_1 t) + a_2 \cos k_2(x - c_2 t) \dots\dots (3)$$

$$\begin{aligned} \phi_{(1)} = & a_1 c_1 \left(\frac{\cosh k_1(h+z)}{\sinh k_1 h} \right) \sin k_1(x - c_1 t) \\ & + a_2 c_2 \left(\frac{\cosh k_2(h+z)}{\sinh k_2 h} \right) \sin k_2(x - c_2 t) \\ & \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

なお、上式で、 a は振幅、 c は波速、 k は波数、 h は静

水深、 x は波の進行方向を正軸とする水平距離、 z は静水面を原点とし鉛直上向を正とする鉛直軸、 t は時刻、下つき添字 1 と 2 は二つの自由波を示す。なお、 k_1 , c_1 , k_2 と c_2 はおのおの次式を満たしている。

$$\sigma_1 = k_1 c_1, \quad \sigma_1^2 = g k_1 \tanh k_1 h \dots\dots\dots (5)$$

$$\sigma_2 = k_2 c_2, \quad \sigma_2^2 = g k_2 \tanh k_2 h \dots\dots\dots (6)$$

なお、 $\sigma = 2\pi/T$ の角周波数である。

$\eta_{(2)}$ と $\phi_{(2)}$ はおのおの式 (7) と式 (8) で与えられている。

$$\begin{aligned} \eta_{(2)} = & \frac{1}{g} \left\{ 2k_1 c_1 B_{21} (\coth 2k_1 h) + \frac{1}{2} a_1^2 c_1^2 k_1^2 \right. \\ & \left. - \frac{1}{4} a_1^2 k_1^2 c_1^2 (\coth^2 k_1 h - 1) \right\} \\ & \times \cos 2k_1(x - c_1 t) \\ & + \frac{1}{g} \left\{ 2k_2 c_2 B_{22} (\coth 2k_2 h) + \frac{1}{2} a_2^2 c_2^2 k_2^2 \right. \\ & \left. - \frac{1}{4} a_2^2 k_2^2 c_2^2 (\coth^2 k_2 h - 1) \right\} \\ & \times \cos 2k_2(x - c_2 t) \\ & + \frac{1}{g} \left\{ (c_1 k_1 + c_2 k_2) B_{23} \coth (k_1 + k_2) h \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} (a_1 a_2 c_1^2 k_1^2 + a_1 a_2 c_2^2 k_2^2) \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} a_1 a_2 c_1 c_2 k_1 k_2 (\coth k_1 h \cdot \coth k_2 h - 1) \right\} \\ & \times \cos \{(k_1 + k_2)x - (c_1 k_1 + c_2 k_2)t\} \\ & + \frac{1}{g} \left\{ (c_1 k_1 - c_2 k_2) B_{24} \coth (k_1 - k_2) h \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} (a_1 a_2 c_1^2 k_1^2 + a_1 a_2 c_2^2 k_2^2) \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} a_1 a_2 c_1 c_2 k_1 k_2 (\coth k_1 h \cdot \coth k_2 h + 1) \right\} \\ & \times \cos \{(k_1 - k_2)x - (c_1 k_1 - c_2 k_2)t\} \dots\dots (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_{(2)} = & B_{21} \frac{\cosh 2k_1(h+z)}{\sinh 2k_1 h} \sin 2k_1(x - c_1 t) \\ & + B_{22} \frac{\cosh 2k_2(h+z)}{\sinh 2k_2 h} \sin 2k_2(x - c_2 t) \\ & + B_{23} \frac{\cosh (k_1 + k_2)(h+z)}{\sinh (k_1 + k_2) h} \sin \{(k_1 + k_2)x \\ & - (c_1 k_1 + c_2 k_2)t\} \end{aligned}$$

* 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 間組(株)北関東支店

*** 学生員 工修 名古屋大学大学院 土木工学専攻

$$+ B_{24} \frac{\cosh(k_1 - k_2)(h + z)}{\sinh(k_1 - k_2)h} \sin\{(k_1 - k_2)x - (c_1 k_1 - c_2 k_2)t\} \\ + \text{const} \cdot t \dots\dots\dots (8)$$

なお、上式中の B_{21} , B_{22} , B_{23} , B_{24} は次式で与えられている。

$$B_{21} = \left(\frac{-3/2 a_1^2 k_1^3 c_1^3 ((\coth k_1 h)^2 - 1)}{2gk_1 - 4k_1^2 c_1^2 (\coth 2k_1 h)} \right), \\ B_{22} = \left(\frac{-3/2 a_2^2 k_2^3 c_2^3 ((\coth k_2 h)^2 - 1)}{2gk_2 - 4k_2^2 c_2^2 (\coth 2k_2 h)} \right), \\ B_{23} = \left[a_1 a_2 k_1 k_2 c_1 c_2 (c_1 k_1 + c_2 k_2) \right. \\ \times (1 - \coth k_1 h \coth k_2 h) \\ + \frac{1}{2} a_1 a_2 k_1^3 c_1^3 \{1 - (\coth k_1 h)^2\} \\ + \frac{1}{2} a_1 a_2 k_2^3 c_2^3 \{1 - (\coth k_2 h)^2\} \left. \right] / \{g(k_1 + k_2) \\ - (c_1 k_1 + c_2 k_2)^2 \coth(k_1 + k_2)h\}, \\ B_{24} = \left[a_1 a_2 k_1 k_2 c_1 c_2 (c_2 k_2 - c_1 k_1) \right. \\ \times \{1 + (\coth k_1 h)(\coth k_2 h)\} \\ + \frac{1}{2} a_1 a_2 k_1^3 c_1^3 \{1 - (\coth k_1 h)^2\} \\ + \frac{1}{2} a_1 a_2 k_2^3 c_2^3 \{1 - (\coth k_2 h)^2\} \left. \right] / \{g(k_1 - k_2) \\ - (c_1 k_1 - c_2 k_2)^2 \coth(k_1 - k_2)h\} \dots\dots\dots (9)$$

つぎに、最大波の移動速度を計算する。いま、時刻 $t = t_0$ で、 $x = x_0$ の地点で波形が極値をとったとする。すなわち、

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} \Big|_{x=x_0, t=t_0} = -\varepsilon [a_1 k_1 \sin k_1(x_0 - c_1 t_0) \\ + a_2 k_2 \sin k_2(x_0 - c_2 t_0)] \\ - \varepsilon^2 [2k_1 A_{21} \sin 2k_1(x_0 - c_1 t_0) \\ + 2k_2 A_{22} \sin 2k_2(x_0 - c_2 t_0) \\ + (k_1 + k_2) A_{23} \sin\{(k_1 + k_2)x_0 \\ - (c_1 k_1 + c_2 k_2)t_0\} \\ + (k_1 - k_2) A_{24} \sin\{(k_1 - k_2)x_0 \\ - (c_1 k_1 - c_2 k_2)t_0\}] = 0 \dots\dots\dots (10)$$

この極値が Δt 時間後に ΔX だけ移動したとする。この場合、式 (10) で x_0 の代りに $x_0 + \Delta x$, t_0 代りに $t_0 + \Delta t$ を置換した式が成立する。すなわち、

$$\varepsilon [a_1 k_1 \sin k_1(x_0 + \Delta x - c_1(t_0 + \Delta t)) \\ + a_2 k_2 \sin k_2(x_0 + \Delta x - c_2(t_0 + \Delta t))] \\ + \varepsilon^2 [2k_1 A_{21} \sin 2k_1(x_0 + \Delta x - c_1(t_0 + \Delta t)) \\ + 2k_2 A_{22} \sin 2k_2(x_0 + \Delta x - c_2(t_0 + \Delta t)) \\ + (k_1 + k_2) A_{23} \sin\{(k_1 + k_2)(x_0 + \Delta x) \\ - (c_1 k_1 + c_2 k_2)(t_0 + \Delta t)\} \\ + (k_1 - k_2) A_{24} \sin\{(k_1 - k_2)(x_0 + \Delta x) \\ - (c_1 k_1 - c_2 k_2)(t_0 + \Delta t)\}] = 0 \dots\dots\dots (11)$$

式 (11) を $x = x_0$, $t = t_0$ のまわりに Taylor 展開して、一次の微係数まで採用し、式 (10) を使って、若干の計算を行なうと、極値の移動速度、 C_m は次式のようになる。

$$C_m = [\varepsilon \{a_1 c_1 k_1^2 \cos k_1(x_0 - c_1 t_0) \\ + a_2 c_2 k_2^2 \cos k_2(x_0 - c_2 t_0)\} \\ + \varepsilon^2 \{4c_1 k_1^2 A_{21} \cos 2k_1(x_0 - c_1 t_0) \\ + 4c_2 k_2^2 A_{22} \cos 2k_2(x_0 - c_2 t_0) \\ + (k_1 + k_2)(c_1 k_1 + c_2 k_2) A_{23} \cos\{(k_1 + k_2)x_0 \\ - (c_1 k_1 + c_2 k_2)t_0\} \\ + (k_1 - k_2)(c_1 k_1 - c_2 k_2) A_{24} \cos\{(k_1 - k_2)x_0 \\ - (c_1 k_1 - c_2 k_2)t_0\}\} / \varepsilon \{a_1 k_1^2 \cos k_1(x_0 - c_1 t_0) \\ + a_2 k_2^2 \cos k_2(x_0 - c_2 t_0)\} \\ + \varepsilon^2 \{4k_1^2 \cos 2k_1(x_0 - c_1 t_0) \\ + 4k_2^2 \cos 2k_2(x_0 - c_2 t_0) \\ + (k_1 + k_2)^2 A_{23} \cos\{(k_1 + k_2)x_0 \\ - (c_1 k_1 + c_2 k_2)t_0\} \\ + (k_1 - k_2)^2 A_{24} \cos\{(k_1 - k_2)x_0 \\ - (c_1 k_1 - c_2 k_2)t_0\}\} \dots\dots\dots (12)$$

なお、式 (10) ~ 式 (12) で、 A_{21} , A_{22} , A_{23} と A_{24} はおのおの、式 (7) の $\cos 2k_1(x - c_1 t)$, $\cos 2k_2(x - c_2 t)$, $\cos\{(k_1 + k_2)x - (c_1 k_1 + c_2 k_2)t\}$ と $\cos\{(k_1 - k_2)x - (c_1 k_1 - c_2 k_2)t\}$ の係数である。

以上は ε^2 のオーダーまでの論議であるが、著者の一人片岡は浜田の方法を ε^3 のオーダーに拡張して第3近似解を誘導している。しかし、表示式の項数が多く煩雑なため、本論で記述することが困難であった。これについては別の機会に論議する所存である。

3. 砕波限界波形勾配の比較・検討

(1) 計算方法

砕波条件として式 (13) で与えられるランキンの条件を採用した。なお、 $(\partial \phi / \partial x)_{\max}$ は最大波の波頂 ($z = \eta_{\max}$) での水平方向水粒子速度、 C_m は最大波の移動速度である。

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{\max} = C_m \quad (\text{at } z = \eta_{\max}) \dots\dots\dots (13)$$

二つの自由波の特性を種々変化させると、砕波の計算量が極めて多くなるので、表-1 に示す条件に対して行なった。なお、表-1 で、 θ は ε の1次のオーダーに対する二つの自由波間の位相差であり、本論では自由波1に対する自由波2の位相のずれとして与えた。なお、こ

表-1 計算条件

k_1 (cm $^{-1}$)	0.030
$k_1 h$	0.75, 0.90, 1.20, 1.50, 1.80
k_2 (cm $^{-1}$)	0.035, 0.040, 0.045, 0.050
a_2/a_1	1.0, 0.8, 0.6

の θ は、式 (3)～式 (12) に容易に組み込むことができる。

計算は $t=0$ とした空間波形に対して行なう。まず、水深 h 、位相差 θ 、振幅比 a_2/a_1 、波数 k_1 と k_2 を計算条件として与える。この計算条件を使って、式 (1)～式 (12) の助けを借りて、式 (13) より、 εa_1 の値を決定して、電子計算機で空間波形を描いて、ゼロ・ダウンクロス法で碎波時の限界波高と波長を決定するわけであるが、 $\eta_{\max}$ は前もって判らない。式 (13) は未知量 εa_1 と $\eta_{\max}$ の二変数なので逐次近似法を用いて計算した。まず $z=0$ で $C_m=(\partial\phi/\partial x)_{\max}$ となるように (εa_1) を決定する。この (εa_1) を使って式 (1) より $\eta_{\max(1)}$ をまず求める。つぎに、式 (13) に $z=\eta_{\max(1)}$ を代入して、 $(\varepsilon a_1)_2$ を決定する。この $(\varepsilon a_1)_2$ を使って式 (1) から $\eta_{\max(2)}$ を決める。以後同様の方法を繰り返し、次式を満たす $\eta_{\max(N)}$ を最終的に決定した。

$$\left| \frac{\eta_{\max(N)} - \eta_{\max(N-1)}}{\eta_{\max(N)}} \right| \leq 0.01 \quad \dots\dots\dots (14)$$

この $\eta_{\max(N)}$ に対する空間波形からゼロ・ダウンクロス法で碎波の波高と波長を決定した。ついで、このようにして決定された二成分波の碎波波長と同じ波長を持つ規則波の碎波波高を微小振幅理論あるいは Stakes の 2 次オーダーの理論で計算して、両者の限界波形勾配の比 γ を式 (15) で定義して計算した。なお、規則波の碎波条件は式 (13) と同じである。

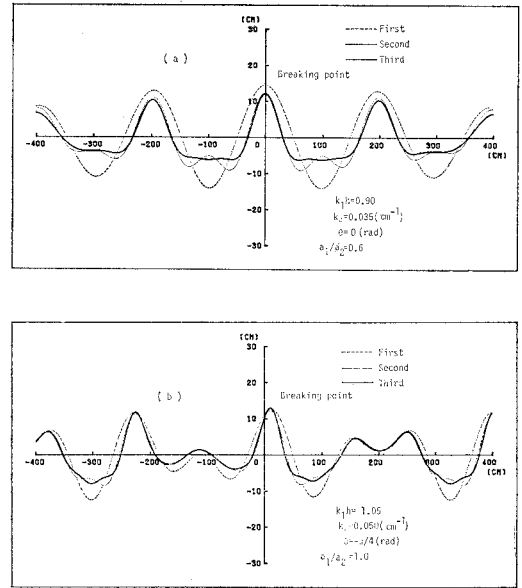
$$\gamma = \frac{\text{二成分合成波の限界波形勾配}}{\text{規則波の限界波形勾配}} \quad \dots\dots\dots (15)$$

(2) 計算結果とその考察

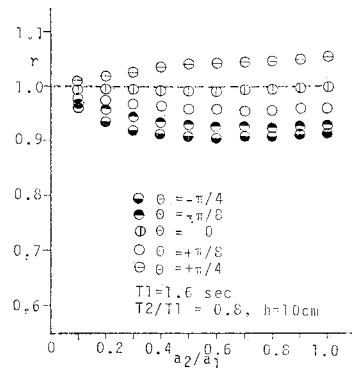
図—1 (a) (b) は、計算した碎波時の 2 成分波形を示したものである。同図によれば、各近似理論 (1 次、2 次と 3 次⁴⁾) により波形は異なるが、第 2 近似解は 3 次近似解⁴⁾ に比較的好く一致している。いずれにしても、1 次～3 次⁴⁾ までの近似解では碎波状況を正確に表現できないので、波形の物理的な意味はあまりない。

図—2⁵⁾ は 1 次近似解 (線型理論) に対する γ (式 (15)) の値を示したものである。既に著者ら⁵⁾ が指摘してきたように、二つの自由波の波の特性により γ の値はかなり複雑に変化するが、周期比 T_2/T_1 が小さい時は、一般に $\gamma < 1$ となり、二成分波の限界波形勾配は規則波の値より小さくなる。また、ゼロ・アップクロス法によれば、周期の短い成分の波が長い周期の波より位相が遅れる場合 ($\theta < 0$) は位相が進む場合 ($\theta > 0$) より限界波形勾配は小さくなり、ゼロ・ダウンクロス法の場合はその逆になる。図—3 は、 γ と h/L の関係を示したものであるが、線型理論では、後述する 2 次近似解と同様、二成分進行波の限界波形勾配より小さくなり易いことが一般的な傾向として認められる。

2 次近似解の場合の γ も、二つの自由波の特性の変化



図—1 碎波時の空間波形 (計算波形) の比較

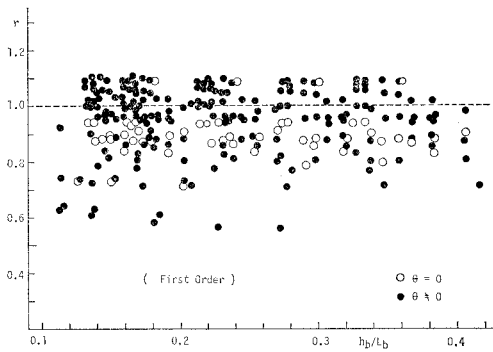
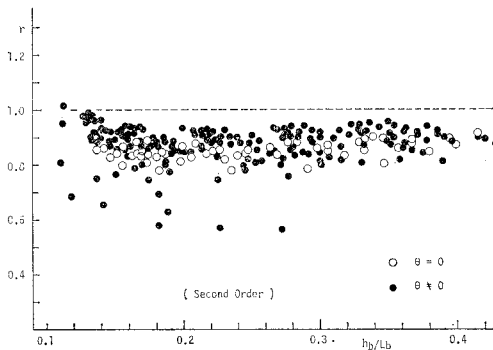


図—2 γ と a_2/a_1 と θ の関係の一例 (線型理論)

により複雑に変化する。本論では図示しないが、 γ と θ 、 a_2/a_1 、 k_2/k_1 の関係は、概略 1 次近似解の場合と類していた。図—4 に示すように、2 次近似解の場合、 $\gamma < 1$ の場合がほとんどで、二成分合成波の碎波限界波形勾配は規則波の値より小さく、見かけ上碎波し易いことが指摘できる。なお、3 次近似解の場合も $\gamma < 1$ となるが、2 次近似解の場合より γ が少し大きくなることを付け加えておきたい。

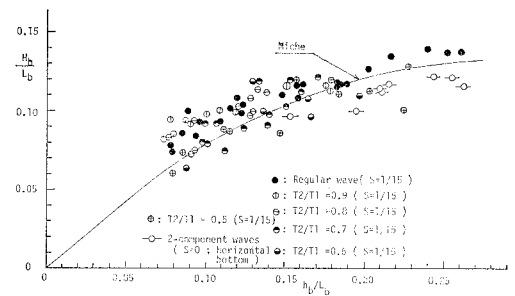
4. 水理実験による検討

実験は、名古屋大学工学部土木工学教室の片面ガラス張りの二次元鋼製造波水槽 (長さ 22 m × 高さ 0.95 m × 幅 0.7 m) で行なわれた。水槽の一端にはフラップ型不規則波造波装置が設置されている。碎波実験は 1/15 の一様勾配斜面と前端部が 1/15 の勾配を持つ高さ 25 cm

図-3 γ と h/L の関係 (1次オーダー)図-4 γ と h/L の関係 (2次オーダー)

の水平床で行なわれた。発生波は多成分波合成器を使って生起させた。周期は、 $T_1=1.0$ 秒, 1.2 秒, 1.4 秒, 1.6 秒, $T_2=0.9T_1$, $0.8T_1$, $0.7T_1$, $0.6T_1$, $0.5T_1$ の 20 種類, 二つの波の振幅比 a_2/a_1 を 1.0, 0.8, 0.6, 0.4 と 0.2 の 5 種類変化させた。水面波形は電気容量式水位計で計測し, 碎波状況は 16 mm 高速シネカメラ (50 コマ/s) で撮影した。碎波波高と碎波波長はこの 16 mm フィルム・モーションアナライザーで解析して決定した。また, 比較のため規則波の碎波の実験も $T_1=1.0$ 秒, 1.2 秒, 1.4 秒, 1.6 秒の周期の波について行なった。碎波波高, 碎波波長は全てゼロ・ダウncross法で定義した。

図-5 は, 実験で求めた規則波と二成分波の碎波限界波形勾配 H_b/L_b と碎波時の比水深 h_b/L_b の関係を示したものであり, 図中の黒印は規則波に対する値である。なお, 比較のため Miche の碎波限界式も図示されている。規則波の実験値が必ずしも充分多いとはいえないけれども, 二成分成波の H_b/L_b は, $h_b/L_b < 0.15$ の範囲では, 規則波の H_b/L_b の値のまわりにばらつき, 規則波の値より大きくなる場合が結構ある。一方, $h_b/L_b > 1.5$

図-5 H_b/L_b と h_b/L_b の関係

の範囲では, 二成分波の H_b/L_b は規則波の値より一般に小さくなり, 今まで述べてきた計算結果の傾向とほぼ対応している。 $h_b/L_b < 0.15$ の範囲の実験値は $S=1/15$ の傾斜面の場合の値である。したがって, 波が部分重複波の性格を帯びるため, 進行波の場合の計算値とずれたことも一因と考えられる。

以上のことから, 自由波が二つ共存する二成分合成波の碎波機構が規則波の碎波機構と同じでも, 例えば, ゼロ・ダウncross法のような波別解析の手法で波を定義する以上は, 二成分合成波の限界波形勾配は規則波の値より小さくなり易いことが指摘できよう。

5. 結 言

以上, 本論では, 二成分合成波の碎波限界波形勾配を規則波の値と関連づけて論議してきた。使用したのは, 1 次と 2 次のオーダーの理論であるから, 碎波の記述の観点からみると極めて定性的な論議の範囲内である。このような定性的な論議内であるが, 碎波機構が全く同じであっても, ゼロ・ダウncrossあるいはゼロ・アップクロス法といった波別解析手法で波を定義すると, 二成分合成波の限界波形勾配は規則波の値より小さくなる場合が多く, 見かけ上碎波し易くなる可能性を指摘できたと著者らは考えている。

参 考 文 献

- 1) 岩垣雄一・木村 晃・岸田典史: 斜面上における不規則波に関する研究, 第 24 回海岸工学講演会論文集, 1977, pp. 102~106.
- 2) 樫木 亨・岩田好一朗・石井敏之: 不規則波の碎波変形に関する実験的研究, 第 27 回海岸工学講演会論文集, 1980, pp. 143~147.
- 3) 浜田徳一: 表面波の二次干渉, 第 11 回海岸工学講演会論文集, 1964, pp. 12~18.
- 4) 片岡純久: 2 成分合成波の碎波限界に関する研究, 名古屋大学大学院工学研究科, 修士論文, 1985, 3.
- 5) 岩田好一朗・片岡純久: 線型理論に基づく二成分合成進行波の碎波限界に関する一考察, 第 39 回年講, 1984, pp. 243~244.