

波と流れが斜交する場合の底面近傍の水理特性

浅野 敏之*・名村 均**・岩垣 雄一***

1. 緒 論

沿岸海域への構造物の設置に伴う海滨変形予測モデルが、最近活発に研究されているが¹⁾、予測精度の向上には個々の現象の力学的機構の解明が必要である。波と流れが斜交する場合の底面近傍の水理特性を理解することは、上記の課題はもとより、沿岸流理論において底面摩擦力を正確に表現するためにきわめて重要であるが、従来の研究には Grant-Madsen²⁾ や、Liu-Dalrymple³⁾ 等の研究があるのみで、現象に対する理解は不十分である。

本研究は波と流れが斜交するときの境界層内水粒子速度およびせん断応力の特性を明らかにすることを目的としたものである。さらにこの結果の応用例の一つとして、波と流れが斜交するときの掃流砂運動についても検討する。

2. 底面せん断応力の摩擦係数による表示

本節では波と流れの斜交場における底面せん断応力についての Grant-Madsen²⁾ の研究を概説し、その問題点を明らかにする。

いま 図-1 に示すように、波の進行方向に x 軸をとり、流れが波の進行方向となす角度を θ_0 とすると、波と流れの合速度の x, y 方向成分 $\bar{u}, \bar{v}$ はそれぞれ次式で表わされる。

$$\bar{u} = u_m \cos \sigma t + |U| \cos \theta_0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\bar{v} = |U| \sin \theta_0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

上式で u_m は波の水粒子速度振幅、 $|U|$ は流れの流速の絶対値、 σ は角周波数である。

Grant-Madsen は底面せん断応力 τ の x, y 成分を次式で表わした。

$$\begin{pmatrix} \tau_x \\ \tau_y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \rho f_{cw} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2) \begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

上式の表示は、Liu-Dalrymple³⁾ が Longuet-Higgins⁴⁾ の沿岸流理論を入射角が大きい場合に拡張した研究で用いたその表示と本質的に同じである。Grant らは (3) 式を時間平均し、底面せん断応力の時間平均した方向 $\bar{\theta}_r$ を求めると、流れの方向 θ_0 と一致しないという結果を得た。図-2 は、この結果を Grant らと表示法を変えて示したものである。図の縦軸は $\bar{\theta}_r$ と θ_0 との差異を示しており、流れと波の水粒子速度の比 $|U|/u_m$ が小さいほど、 $\bar{\theta}_r$ は θ_0 より小さくなるのがわかる。しかし波の水粒子運動に正弦波を仮定したため、流れの流速 $|U|$ が、波の水粒子速度振幅 u_m より十分小さい場合でも、時間平均したせん断応力の方向が波の方向に近づかない結果になっており、このままでは斜交場における掃流砂運動の考察において、波のみの場合の極限で、波の進行方向に底質が移動する現象を表現することができない。

また、(3) 式の表示は以下のような問題点を持っている。波と流れが一方の場合の水粒子速度の実測結果から、波の成分に対する境界層は底面

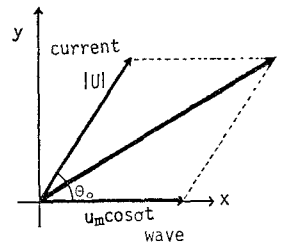


図-1 座標系

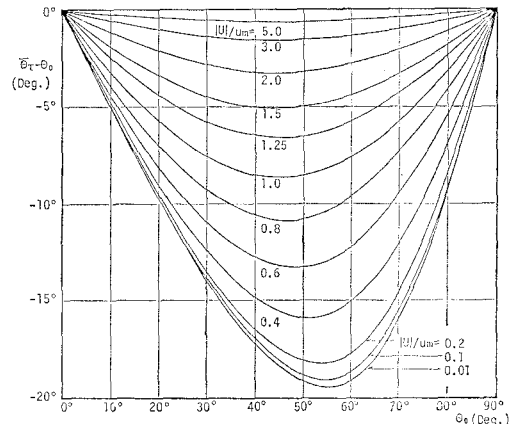


図-2 波と流れがなす角 θ_0 と 1 周期平均した底面せん断応力の方向 $\bar{\theta}_r$ との関係

* 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学科

** 正会員 佐藤工業

*** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科

近くの薄い領域であるのに対し、流れの成分に対する境界層は水深のほぼ全領域に広がっていることがわかってい。このように波と流れの境界層厚の相違は、波と流れの水粒子速度の成分から底面せん断応力を評価することが簡単にはいかないことを意味する。

いま、波と流れが一方向の場合を考え、 f_{cw} を次式で定義する。

$$(\tau_o + \tau_w) = \frac{1}{2} \rho f_{cw} (|U| + u_m)^2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

このように、あえて1つの摩擦係数 f_{cw} で表現しようとする次のように考える必要がある。すなわち、(4) 式の u_m と $|U|$ として、どの高さでの流速値を用いるかが問題となり、たとえば u_m については波の境界層外縁での流速値を、 $|U|$ については断面平均流速をとることにすれば、摩擦係数 f_{cw} に波と流れの成分に対する境界層厚の比をパラメーターとして加えなければならない。

上記の議論から (3) 式中の f_{cw} は次のようなパラメーターによって支配されると考えられる。

$$f_{cw} = \text{func.} \left(R_e, \frac{u_m}{\sigma z_0}, \frac{u_m}{u_m + |U|}, \frac{h}{z_0}, \theta_0 \right) \dots\dots (5)$$

ここで R_e は波の水粒子速度 u_m から計算される Reynolds 数で完全粗面乱流では除外してよいパラメーターであり、 $u_m/\sigma z_0$ (z_0 は水粒子速度が対数分布となるときの流速0の高さ) は波の水粒子軌道振幅と粗度高さの比を意味する。以降の3つのパラメーターは波と流れの共存場に固有のパラメーターで、 $u_m/(u_m + |U|)$ は波と流れの水粒子速度の構成比を、 h/z_0 は上述の波と流れの境界層厚の比を、最後の θ_0 は斜交場に固有のもので波と流れのなす角を意味する。以上より、(4) 式の形で底面せん断応力を求めるためには、 f_{cw} を (5) 式に示すパラメーターによって変化するものを用いる必要がある。

図-3 は波と流れが一方向で $\ln(h/z_0) = 6$ の場合に、

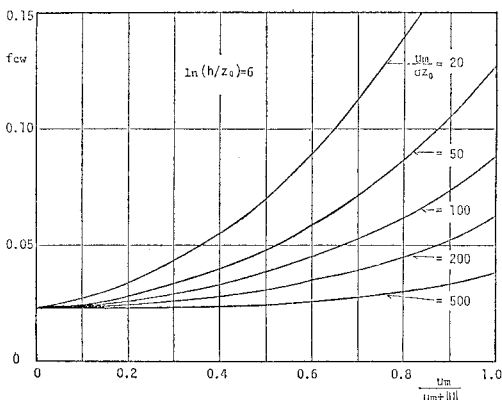


図-3 共存場の摩擦係数 f_{cw} の波と流れの構成比 $u_m/(u_m + |U|)$ による変化

波と流れの共存場の乱流境界層理論から底面せん断応力を計算して f_{cw} を求めたものである。

3. 波と流れが斜交する時の底面乱流境界層

図-1 に示すように波の方向が x 軸となるよう座標軸をとった場合に、底面に形成される乱流境界層の x 方向の運動方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + (u+U) \frac{\partial u}{\partial x} + (v+V) \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial (u+U)}{\partial z} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (p+P)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (\kappa z)^2 \frac{\partial (u+U)}{\partial z} \right. \\ \left. \times \left| \frac{\partial (u+U)}{\partial z} \right| \right\} \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

上式で小文字は波の成分、大文字は流れの成分であり、 ρ は流体の密度、 p, P は圧力、 u と U, v と V, w はそれぞれ x, y, z 方向の水粒子速度、 κ はカルマン定数を意味する。また流れは定常等流を仮定している。

また y 方向にも (6) 式と同様な方程式が得られ、連続式とともに、本来は3次元境界層として取扱わねばならない。しかし波の進行方向と角度を有する流れが、波の水粒子速度に与える影響は、少なくとも1次のオーダーでは現れないので、ここでは波の水粒子運動は、境界層内を通じて方向が変化せず、 y 方向成分は存在しないと仮定する。したがって次式によって運動は記述される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + (u+U) \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial (u+U)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (p+P)}{\partial x} \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (\kappa z)^2 \frac{\partial (u+U)}{\partial z} \left| \frac{\partial (u+U)}{\partial z} \right| \right\} \quad \dots\dots (7) \end{aligned}$$

さらに、流れの成分の圧力勾配は流れの成分の粘性項とつりあうと仮定する。すなわち、

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (\kappa z)^2 \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで流れのせん断応力 τ_o は z 方向によらず一定とすると、流れの流速分布は対数分布となる。(8) 式より (7) 式は次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + (u+U) \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial (u+U)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (\kappa z)^2 \frac{\partial (u+U)}{\partial z} \left| \frac{\partial (u+U)}{\partial z} \right| \right\} \\ - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (\kappa z)^2 \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

(9) 式を解析的に解くことは困難で、ここでは有限要素法による数値計算を行った⁵⁾。

一方、線型の境界層方程式として次式を考える。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \kappa u_{cw}^* \frac{\partial u}{\partial z} \right\} \quad \dots\dots (10)$$

ここで粘性項は摩擦速度 u_{cw}^* を導入することによって線

形化されている。 u_{cw}^* は波と流れが斜交する場合には次式で計算されるもので、結果として非線形性を除去するためにくり返し計算を行うことになる。

$$u_{cw}^* = \sqrt{(\tau_{cw, \max})_x^2 + (\tau_{cw, \max})_y^2} / \rho \\ = \sqrt{u_c^{*4} + 2Au_c^* u_c^{*2} \cos \theta + A^2 u_{cw}^{*2}} \dots \dots \dots (11)$$

ただし、

$$A = \kappa z_0 \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=z_0, \max} \dots \dots \dots (12)$$

(11) 式で $\tau_{cw, \max}$ は、波と流れの合成底面せん断応力の最大値で、 u_c^* は流れのみの摩擦速度である。なお、(11) 式は田中ら⁶⁾ が導いた式と同じである。以上のように、波と流れの斜交場における波の成分の底面近傍の水粒子速度 u およびせん断応力 τ_w は、非線形境界層方程式 (9) 式あるいは線形境界層方程式 (10) 式によって計算することができる。これらの値に流れの水粒子速度 $\bar{U}$ 、せん断応力 $\bar{\tau}$ をベクトル的に加えればよい。

図-4 は線形の境界層方程式から求めたせん断応力と水粒子速度の、波と流れの合ベクトルの方向を示したものである。計算条件は $\theta_0=60$ 、 $u_m/\sigma z_0=50$ 、 $\ln(h/z_0)=5$ と固定し、 $u_m/(u_m+|U|)$ を 0.2, 0.5, 0.8 と 3 種類変化させた。ここでは $u_m/(u_m+|U|)$ が 0.2 と 0.5 の場合を示す。図より、底面からの高さが大きく、波動境界層外縁に近い点では波による底面せん断応力が小さくなり、せん断応力の合ベクトルは流れの方向に近い。一方、底面近くになると波によるせん断応力は、流れのそれよりも大きくなり、合ベクトルの方向は波の水粒子速

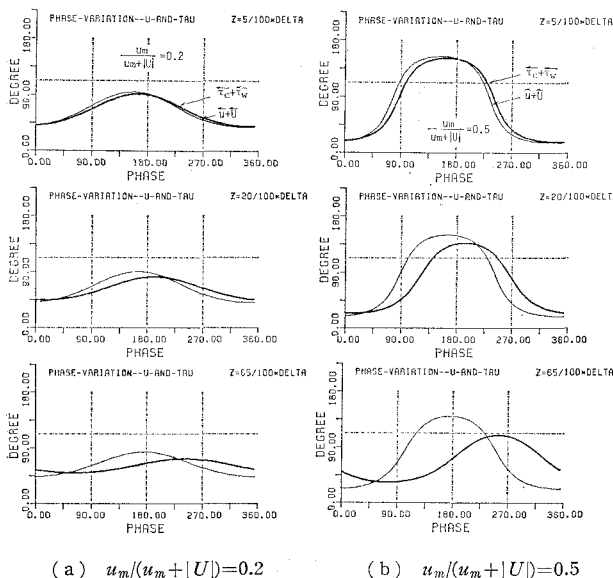
度の向きの反転とともに急速に値を変えることがわかる。波と流れの成分間では境界層の広がりには差異があるため、両者の水粒子速度が同程度であってもせん断応力の大きさは異なり、水粒子速度の合ベクトルとせん断応力の合ベクトルは一致しない。波運動自体に水粒子速度と底面せん断応力との間に位相差があることも、上述の結果に影響を与える。

これまで波動のみを外力とする時の漂砂運動の記述式には、摩擦速度あるいは底面での水粒子速度が用いられ、両者は場合によっては他方で置き換えることができるものであったが、図-4 の結果から波と流れが斜交する場合には両者はその方向さえ一致せず、したがって単純に波動場における漂砂運動の知見を斜交場に適用できないことがわかった。

4. 斜交する波と流れを外力とする時の掃流砂運動についての考察

波辺ら^{1), 7)} は、波と流れを外力とする時の局所的漂砂量の算定にあたって、これを流れの寄与分と波の寄与分に分けて取扱い、それぞれを流れと波の代表流速を用いたパワーモデルで評価した。この取扱いは従来の沿岸および岸沖漂砂についての研究成果の取込みが容易ではあるが、波と流れの斜交場における底面付近の水粒子速度場の特性まで立ち帰って考察したものではない。

本節では前節で明らかにした波と流れの斜交場における底面せん断応力の特性から、これを外力とする時の掃



(a) $u_m/(u_m+|U|)=0.2$

(b) $u_m/(u_m+|U|)=0.5$

図-4 斜交場における水粒子速度およびせん断応力の合ベクトルの方向

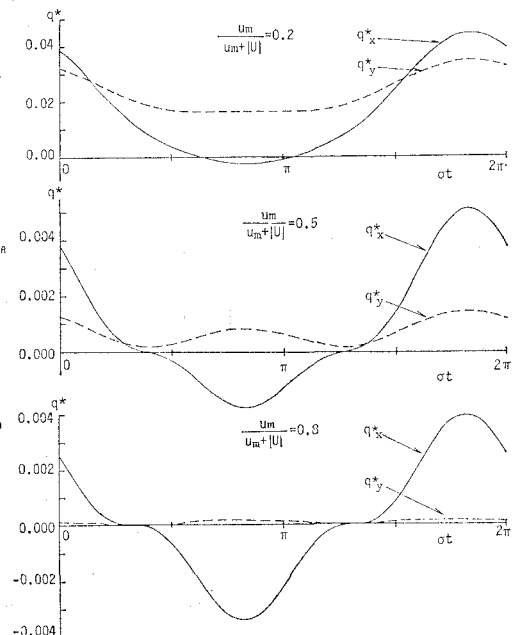


図-5 線形の境界層方程式から求めた掃流砂量の時間的变化

流砂運動について考察する。

波動場における掃流漂砂量公式はいくつかあるが、土屋ら⁹⁾は漂砂・流砂量則に共通する表示式として、従来の多数の実験データを整理して次式を提案した。

$$\frac{q(t)}{u^*(t)D} = 5\{\phi(t) - \phi_c\}^2 \dots\dots\dots(13)$$

ここに q は漂砂量, D は砂粒径, u^* は摩擦速度, ϕ , ϕ_c はそれぞれ Shields 数, 限界 Shields 数で ϕ は次式で表わされる。

$$\phi(t) = \frac{u^{*2}(t)}{(\sigma/\rho - 1)gd} \dots\dots\dots(14)$$

上式で σ , ρ はそれぞれ砂粒と水の密度, g は重力加速度である。なお、土屋らは u^* , ϕ , ϕ_c に波の加速度の効果を導入しているが、本研究ではこれについては考慮しないことにする。

波と流れが斜交する場合には、砂は底面上を平面的に移動するが、その時の漂砂量は x , y 方向の底面せん断応力 $\tau_x(t)$, $\tau_y(t)$ により、(13) 式を2次元に拡張した式によって記述されると仮定する。さらに砂移動が生じても底面は水平状態を保持するものとする。以上の仮定より、 x 方向および y 方向の掃流砂量 q_x , q_y はそれぞれ次式で表現される。

$$q_x = 5D|u^*|(|\phi| - \phi_c)^2 \frac{\phi_x}{\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}} \dots\dots\dots(15)$$

$$q_y = 5D|u^*|(|\phi| - \phi_c)^2 \frac{\phi_y}{\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}} \dots\dots\dots(16)$$

上式中の u^* および Shields 数 ϕ , ϕ_x , ϕ_y は時間変動量であり、3. で示した時間的に変化する波と流れの合成底面せん断応力 τ によって記述される。

(15), (16) 式を無次元表示すると次式となる。

$$q_x^* = \frac{q_x}{\hat{u}_p D} = 5 \frac{u^*}{\hat{u}_p} (|\phi| - \phi_c)^2 \frac{\phi_x}{\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}} \dots\dots\dots(17)$$

$$q_y^* = \frac{q_y}{\hat{u}_p D} = 5 \frac{u^*}{\hat{u}_p} (|\phi| - \phi_c)^2 \frac{\phi_y}{\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}} \dots\dots\dots(18)$$

上式で $\hat{u}_p$ は境界層外縁での波の水粒子速度振幅, f_{cw} は斜交場の摩擦係数で、(5) 式で示したパラメーターで支配される。また均一砂粒粗面を考え、(5) 式のパラメーター中の粗度高さ z_0 を砂粒径 D の $1/30$ で置き換え

る。以下では、 $\theta_0 = 60^\circ$, $u_m/\sigma z_0 = 1500$, $\ln(h/z_0) = 8$ と固定し、波と流れの構成比 $u_m/(u_m + |U|)$ による漂砂量 q^* の変化を調べた。ただし、上記の諸量だけでは計算条件が確定せず、下記の諸量を付加する必要がある。砂粒径 D は移動様式が掃流砂となるよう $D = 5 \text{ mm}$ と定め、また限界 Shields 数 ϕ_c は堀川ら¹⁰⁾による限界 Shields 数の表示式を野田¹¹⁾が改めて整理したものから算出した。これらは波動場における知見であるが、流れが重なる場合については現在のところ良くわかっていないので、こうした知見を共存場においても準用することにする。

まず線形の境界層方程式 (10) 式より底面せん断応力を評価し、底質移動を計算した結果について示す。図-5 は $u_m/(u_m + |U|) = 0.2, 0.5$ および 0.8 の場合の q_x と q_y の波の位相による変化を示したものであり、岸沖方向の漂砂量の位相分布が波と流れの構成比によって変化する様子がわかる。一方、沿岸方向の無次元漂砂量も波の位相とともに変動することがわかる。

図-6 は漂砂の移動方向 θ_q の波の位相による変化を示したものである。流れの流速が波に比して小さいと、掃流砂の移動方向は 0 または π のいずれかに近い値となるが、流れの流速が大きくなると、 θ_q は波と流れの交差角 θ_0 を中心とした狭い範囲に集中してくる。

一方、波動の有限振幅性が掃流砂運動に与える効果を調べるために、(9) 式の実線境界層方程式に基づいて波による底面せん断応力を計算し、流れの底面せん断応力とベクトル合成して、これを外力とした場合の掃流砂運動を (15), (16) 式によって計算した。ここでは、1 例として波と流れの諸元に具体的な数値を与えて計算し、同じ計算条件に対する線形解と比較・検討した。

図-7 は波の位相に伴う掃流砂量の変化を示したものであり、図中の線形解と比較すると、波の有限振幅性によって波の峰位相付近での掃流砂量が大きくなることがわかる。

次に図-8 は 1 周期平均した漂砂の移動方向 $\bar{\theta}_q$ の $u_m/(u_m + |U|)$ による変化を示したものである。図中には線形および非線形の境界層方程式から計算された結果

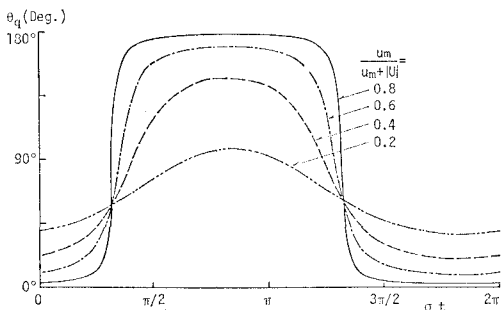


図-6 掃流砂の移動方向

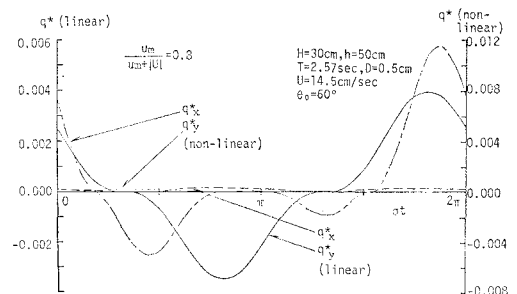


図-7 掃流砂量に及ぼす波の有限振幅性の効果

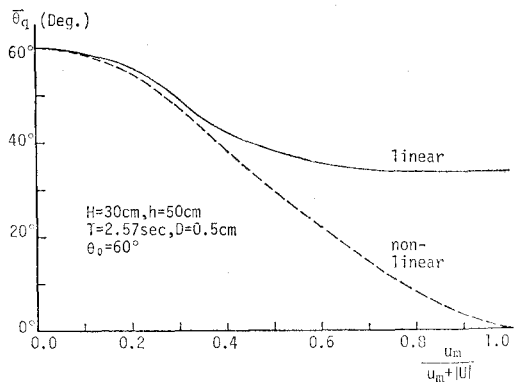


図-8 1周期平均した掃流砂の移動方向

を併せて示した。線形の結果から次のことがわかる。波の正弦運動を仮定すると、波による正味の掃流砂移動が生じないため、従来は $\bar{\theta}_q$ は流れの方向 θ_0 に一致するとみなされていたが、これを仮定した線形の計算結果でも (17), (18) 式が非線形であるため、 $\bar{\theta}_q$ は θ_0 より少し小さな値となることがわかった。ただし、 $u_m/(u_m+|U|)=1$ 、すなわち波のみの場合には q_x, q_y はともに 0 となって、 $\bar{\theta}_q$ は不定となる。一方、 $|U|$ が u_m に比して大きくなると、すなわち $u_m/(u_m+|U|) \rightarrow 0$ では、 $\bar{\theta}_q$ は当然ではあるが θ_0 に近づいてゆく。

一方、非線形の結果では、 $u_m/(u_m+|U|)$ の増大とともに $\bar{\theta}_q$ は減少することがわかり、掃流砂の移動方向は波の方向に近づいて、より現実に近い結果となることがわかる。

5. あとがき

波と海浜流の作用下における漂砂についての実験あるいは観測は、樫木・出口¹²⁾、灘岡ら¹³⁾、清水ら⁷⁾をはじめとしていくつかの研究があるが、現実の沿岸域における砂の移動現象は、底面地形と流体場の相互作用等、多くの因子が複雑に関与し、本研究のような簡単な考察で

説明できるものではない。しかし、波と流れが斜交するときの境界層内の水粒子速度とせん断応力の関係を線形および非線形の境界層方程式から明らかにすることができたので、この結果は斜交場の砂移動を考える際の基礎的な資料となりうるであろう。

参考文献

- 1) 渡辺 晃・丸山康樹・清水隆夫・榊山 勉：構造物設置に伴う三次元海浜変形の数値予測モデル，第31回海岸工学講演会論文集，pp. 406~410, 1984.
- 2) Grant, W. D. and O. S. Madsen: Combined wave and current interaction with a rough bottom, J. of Geophysical Research, Vol. 84, C4, pp. 1797~1808, 1979.
- 3) Liu, P. L. F. and R. A. Dalrymple: Bottom frictional stresses and longshore currents due to waves with large angles of incidence, J. Marine Research, Vol. 36-2, pp. 357~375, 1978.
- 4) Longuet-Higgins, M. S.: Longshore currents generated by obliquely incident sea waves I., J. Geophysical Research, Vol. 75, pp. 6778~6789, 1970.
- 5) 浅野敏之・岩垣雄一：有限振幅の波動運動下における底面境界層の数値解析，土木学会論文集，(投稿中)。
- 6) Tanaka, H. and N. Shuto: Frictional Coefficient for a Wave-Current Co-existing System, Coastal Engineering in Japan, pp. 105~128, 1981.
- 7) 清水琢三・三村信男・渡辺 晃：波浪海浜流共存場における海浜変形と漂砂量モデル，第30回海岸工学講演会論文集，pp. 229~233, 1983.
- 8) 土屋義人・上田康裕・大下哲則：掃流漂砂量則について，第31回海岸工学講演会論文集，pp. 306~310, 1984.
- 9) 柴山知也・堀川清司・矢吹信喜・半田真一：二次元海浜変形予測の実験による検討，第29回海岸工学講演会論文集，pp. 249~253, 1982.
- 10) 堀川清司・佐々木民雄：波の運動に伴う砂の移動限界水深の数表，土木学会誌第55巻第5号，pp. 58~63, 1970.
- 11) 野田英明：海浜過程，1971年度水工学夏期研修会講義集，B., 土木学会水理委員会，B5-1-27, 1971.
- 12) Sawaragi, T. and I. Deguchi: Distribution of sand transport rate across a surf zone, Proc. of I.C.C.E., pp. 1596~1613, 1978.
- 13) 灘岡和夫・田中則夫・加藤一正：螢光砂を用いた碎波帯内における局所的砂移動の観測，港湾技術研究所報告，第20巻第2号，pp. 75~126, 1981.