

波・流れ共存場における乱れと壁面摩擦に関する研究

田 中 仁*

1. ま え が き

海浜における底質の移動は、底面に作用するせん断力と密接な関係を有している。従って、精度の良い海浜変形予測を行うためには、十分な精度を有する抵抗則を確立しておくことが必要である。碎波帯内の様に波と流れが共存する場での底面摩擦を扱った解析的研究としては、Smith¹⁾、Grant and Madsen²⁾、Tanaka and Shuto^{3),4)}らによるものがある。また、浅野・岡本・岩垣⁵⁾は、移流慣性項を含む基礎式を不変埋込み法により数値的に解いて、波・流れ共存時の水理特性量を求めている。以上の研究はそれぞれに個々の特徴を有しているが、時間的に不変な渦動粘性係数を用いている点が共通している。この様なモデル化は、振動流乱流境界層を対象としたKajiura^{6),7)}の先駆的研究を、波・流れ共存時に拡張したものであると言える。非定常流れにおいては、渦動粘性係数が時間的変動を示しており、上記の仮定は非常に大胆なものであると言えよう。

風洞実験の結果によれば、著者の提案した摩擦係数算定式による予測値には20%程度の誤差を伴うことが判明している⁴⁾。モデルにおいて、渦動粘性係数の時間変化を考慮していない点が、誤差の最大の原因であると考えられる。そこで、本研究では渦動粘性係数の時間変化までも表現できるモデルとして $k-\epsilon$ モデルを採用し、波・流れ共存時乱流境界層の解析を行った。

なお、渦粘性係数の時間変動化を考慮した波・流れ場の乱流モデルとしては、Bakker⁸⁾、Bakker and Van Doorn⁹⁾のものがある。彼らのモデルは、混合距離理論を非定常流れに適用したものであり、運動方程式のレベルで式系が閉じている。

2. 計 算 法

(1) 基本方程式

本研究では、一周期を通じて乱流状態にある流れを考え、再層流化が生じる流れは対象としない。この時、無次元化された基礎方程式は次の様である。

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + S \frac{\partial}{\partial z^*} \left(c_\mu \frac{k^{*2}}{\epsilon^*} \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right) \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial k^*}{\partial t^*} = & S c_\mu \frac{k^{*2}}{\epsilon^*} \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 - S \epsilon^* \\ & + S \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{c_\mu}{\sigma_k} \frac{k^{*2}}{\epsilon^*} \frac{\partial k^*}{\partial z^*} \right) \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon^*}{\partial t^*} = & S c_{\epsilon 1} c_\mu k^* \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 - S c_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^{*2}}{k^*} \\ & + S \frac{\partial}{\partial z^*} \left(\frac{c_\mu}{\sigma_\epsilon} \frac{k^{*2}}{\epsilon^*} \frac{\partial \epsilon^*}{\partial z^*} \right) \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここに、 $S = \hat{U}_w / \sigma z_h$ であり、また添字 * を有する物理量は、次式で定義される無次元量である。

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon^* \frac{\hat{U}_w^3}{z_h}, & k &= k^* \hat{U}_w^2, & u &= u^* \hat{U}_w, \\ p &= p^* \rho \hat{U}_w^2, & x &= x^* \hat{U}_w / \sigma, & z &= z^* z_h, \\ t &= t^* / \sigma \end{aligned}$$

上式で、 ϵ : 逸散率、 k : 乱れエネルギー、 u : 水平方向流速、 p : 圧力、 ρ : 密度、 σ : 角振動数であり、 x 軸を水平方向座標とし、壁面に原点を持つ鉛直上向きの座標を z 軸とした。また、 z_h : 開水路においては水深で平行壁間流れにおいては壁間距離の1/2、 $\hat{U}_w$: 境界層外縁における振動流成分の流速振幅である。本研究では、非定常成分の主流速度を正弦振動流とし、波動の非線型性に起因する倍周波数成分は存在しないものとする。

上式に含まれる c_μ 、 σ_k 、 σ_ϵ 、 $c_{\epsilon 1}$ 、 $c_{\epsilon 2}$ は定数であり、Launder等により提案されている次の値を用いる。

$$\begin{aligned} c_\mu &= 0.09, & \sigma_k &= 1.0, & \sigma_\epsilon &= 1.3 \\ c_{\epsilon 1} &= 1.47, & c_{\epsilon 2} &= 1.92 \end{aligned}$$

(2) 境界条件

本研究では、粘性の効果を考慮していないので、壁面の境界条件として、“Wall Function Method”¹⁰⁾を用いた。すなわち、粗面上の流れに対して、

$$\left. \begin{aligned} u_0^* &= \frac{u_\tau^*}{\kappa} \ln(\zeta z^*) \\ k_0^* &= \frac{u_\tau^{*2}}{\sqrt{c_\mu}} \\ \epsilon_0^* &= \frac{|u_\tau^*|}{\kappa z^*} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、添字0は壁面に最も近い格子点での値を表わ

し、 u_w^* は $\hat{U}_w$ で無次元化された摩擦速度であり、また $\zeta = z_h/z_0$ (z_0 : 粗度長さ)、 κ : カルマン定数 ($=0.4$) である。式 (4) は未知数 u_w^* を含む implicit な境界条件となっている。

一方、 $z^*=1$ における境界条件は次式で与えられる。

$$\frac{\partial u^*}{\partial z^*} = 0, \quad \frac{\partial k^*}{\partial z^*} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial z^*} = 0 \quad \dots\dots (5)$$

(3) 計 算 法

本研究では、式 (1), (2), (3) を陰形式に差分化して数値計算を行った。空間的には $z_0^* \leq z^* \leq 1$ の範囲を 105 分割した。壁面近くのメッシュを細かくし、上方へ行くに従って、等比級数的に格子間隔が増加するように設定した。また、時間メッシュは、 $dt^* = 2\pi/180$ である。

式 (1) 中の圧力勾配は、非定常成分と定常成分 P_s^* の足し合わせにより、次式で与えられる。

$$-\frac{\partial p^*}{\partial x^*} = -\sin t^* + P_s^* \quad \dots (6)$$

無次元パラメータ、 $\hat{U}_w/\sigma z_h$, z_h/z_0 を定め、さらに P_s^* を適当に仮定すれば、数値計算により流れの場が求まる。得られた流速値を一周期にわたり時間平均し、さらに断面平均を行えば、無次元化された定常成分の平均流速 $\bar{u}_c/\hat{U}_w$ が得られる。従って、流れの場を表示する無次元数として、 $\hat{U}_w/\sigma z_0$, z_h/z_0 , $\bar{u}_c/\hat{U}_w$ の3つが存在することがわかる。これらの無次元数は、著者が提案した波・流れ共存時の粗面の摩擦係数 $f_{cw}^{(3), (4)}$ を支配するパラメータと完全に一致している。

初期条件を適当に与え、15~30 周期にわたって計算を行うことにより、収束解が得られた。数値計算には、宇都宮大学工学部土木工学科のミニ・コンピュータ YHP 1000 を用いた。

3. 計算結果

(1) 振動流のみの場合

$k-\varepsilon$ モデルは各種の定常的な流れに対して良好な予測値を与えることが既に確認されているが、非定常流れを対象とした計算例は、ほとんど存在しない。そこで、波・流れ共存時の計算を行う前に、振動流のみの場合について、モデルの妥当性を検討した。

実験値と計算結果との比較を図-1, 2, 3, 4 に示した。検証データは、

Jonsson and Carlsen⁽¹¹⁾ が U 字管振動流装置を用いて得た実験値のうちの Test 1 である。

図-1, 2 は基本周波数成分の流速振幅、位相のずれを示したものである。“Over shooting” 現象が幾分過大に現われているものの、実験値と計算値との間に良い一致が見られる。ただし、1st モードの流速振幅、位相差については、渦動粘性係数の時間変化を考慮していない Kajiura モデル⁽⁷⁾あるいは Brevik のモデル⁽¹²⁾によっても、良好な予測値が得られている。今回採用したモデルの特徴のひとつは、式 (1) の摩擦項が非線型となることにより、境界層内に奇数モードの成分が発生する点である（本研究では非定常成分の主流速度を正弦振動流として与えているため、順流・逆流が完全な対称となる必要があり、偶数モードの成分は発生しない。）。図-3 に 3rd モードの流速振幅の分布を示した。また、位相差を

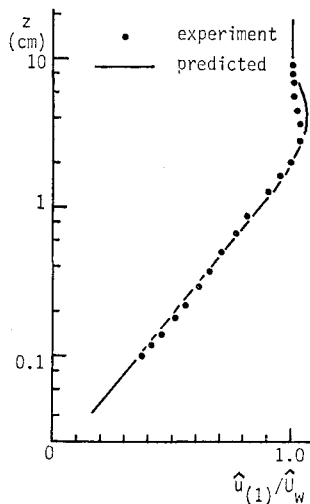


図-1 $\hat{u}_{(1)}/\hat{U}_w$ の分布

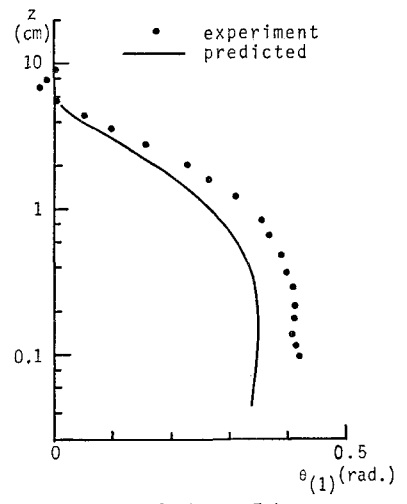


図-2 $\theta_{(1)}$ の分布

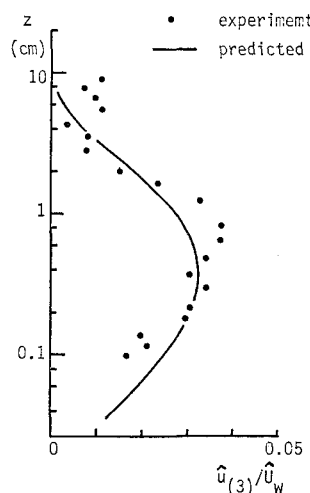


図-3 $\hat{u}_{(3)}/\hat{U}_w$ の分布

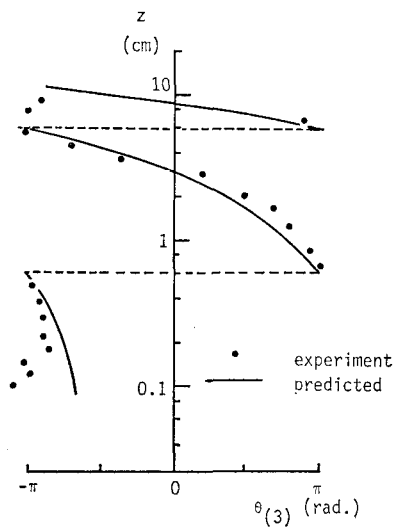
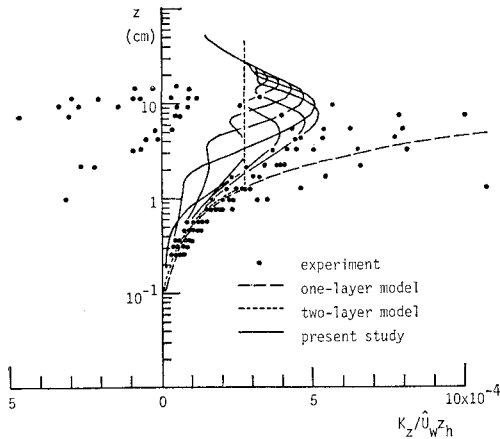


図-4 $\theta_{(3)}$ の分布

図-5 渦動粘性係数 K_z の分布

示したものが図-4である。Trowbridge and Madsen⁽³⁾は、2倍周波数成分を有する渦動粘性係数を用いたモデルにより解析解を導き、同様な比較を行なっている。Trowbridge and Madsen の理論値に比べ、 $k-\epsilon$ モデルによる予測値の方が、実験値との一致度が良好である。

なお、振動流境界層内における3rdモードの発生については、浅野・五道・岩垣⁽¹³⁾もTrowbridgeらの解に類似した解析解を導いているが、実験値との比較はなされていない。

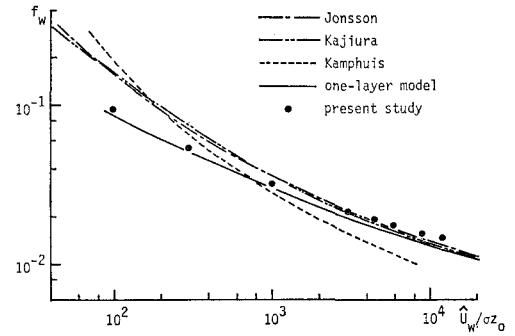
次に、渦動粘性係数 K_z の分布を図-5に示す。一層モデル、二層モデルによる理論値も図中に示した。壁面近傍では、理論値と実験値が比較的良く対応している。壁面から離れるに従って、速度勾配の算定に誤差を伴う様になり、実測値がばらつく。従って、この領域での理論値・計算値の比較は困難である。

振動流のみの場に対する摩擦係数 f_w の計算結果を図-6に示した。ただし、壁面は粗であるとしている。既に記した様に、境界層内には奇数倍周波数を有する流速成分が存在するため、壁面せん断力も正弦的ではない。そこで、本論文では次式により摩擦係数 f_w を定義した。

$$\tau_{0\max} = \frac{\rho}{2} f_w \bar{U}_w^2 \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 $\tau_{0\max}$ ：壁面せん断力の最大値である。図中には、既に提案されている理論式、実験式も示した。 $k-\epsilon$ モデルによる計算値は、これらの既往の算定式と近い位置にプロットされる。特に、著者の提案した一層モデルによる理論値⁽³⁾と近い値を示している。

以上より、 $k-\epsilon$ モデルは、非定常運動に対しても適用が可能であると結論できる。そこで、次節では、本論文の主題である波・流れ共存時の乱流構造について解析を行う。

図-6 摩擦係数 f_w

(2) 波と流れが共存する場合

前節に記した様に、 $k-\epsilon$ モデルにより波・流れ共存時粗面乱流境界層の計算を行う際の支配パラメータは、 $\bar{U}_w / \sigma z_0$, z_h / z_0 , $\bar{u}_o / \bar{U}_w$ の3つであり、著者の提案した一層モデル・二層モデル中に現われるパラメータと完全に一致している。そこで、波・流れ共存時の摩擦係数 f_{cw} , およびせん断力の位相の進み θ を $k-\epsilon$ モデルにより計算し、前報^(3),4)のモデルによる理論値との比較を行なった。結果を図-7, 8, 9に示す。相対水深 z_h / z_0 を3000に固定し、 $\bar{U}_w / \sigma z_0$ と $\bar{u}_o / \bar{U}_w$ を変化させて計算を行った。 f_{cw} の定義は式(7)と同様であり、位相差 θ はせん断力の1stモードに関する値を示した。

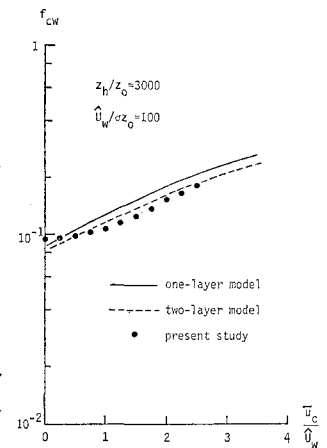


図-7 (a) 摩擦係数

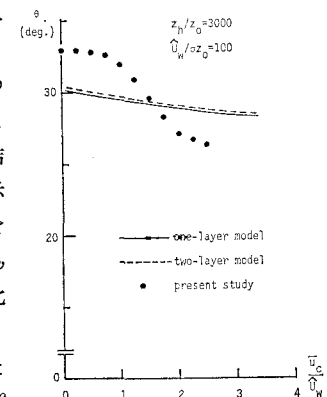


図-7 (b) 位相差

まず、 f_{cw} について考察を行う。 $k-\epsilon$ モデルによる計算値は、渦動粘性係数の時間変化を考慮していない一層モデル・二層モデルによる理論値に比べ、概ね小さな値となっている。一層モデルによる値は、 $k-\epsilon$ モデルによる値に比べ、最大で20%程度、大きな値となる。これは、前報モデルにおいて、渦動粘性係数を摩擦速度

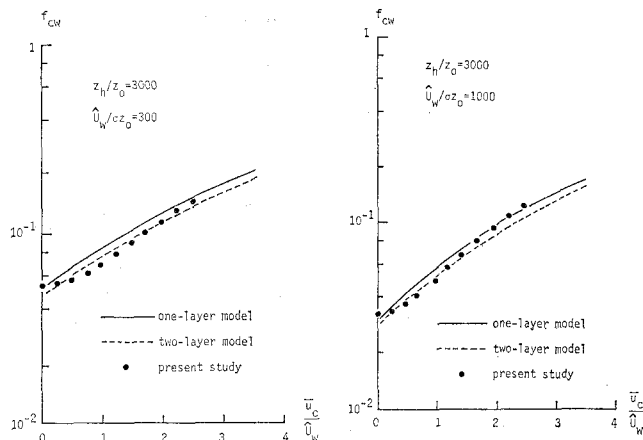


図-8 (a) 摩擦係数

図-9 (a) 摩擦係数

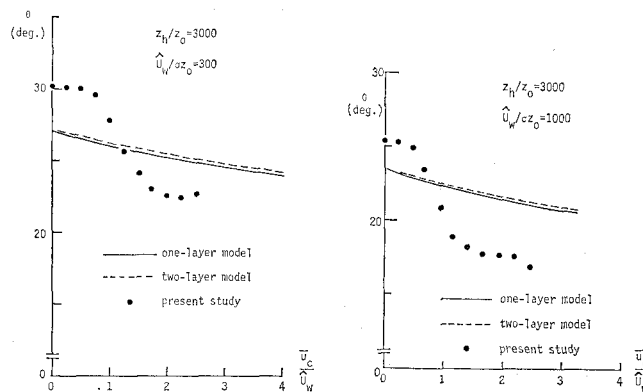


図-8 (b) 位相差

図-9 (b) 位相差

の最大値を用いて表現したためであると考えられる。

一層モデルにより得られる摩擦係数は、 $\bar{u}_o/\bar{U}_w \rightarrow \infty$ で定常流の対数則と完全に一致する³⁾。従って、 $\bar{u}_o/\bar{U}_w$ が大きくなるにつれて、 $k-\epsilon$ モデルによる予測値が一層モデルによるそれに漸近していくことは、計算の妥当性を示していると言えよう。

位相差 θ については、 $\bar{u}_o/\bar{U}_w$ が増加するにつれて、減少傾向を示すという点は、一層モデル、二層モデル、 $k-\epsilon$ モデルで共通しているが、値については若干差違が見られる。 K_z の時間依存を考慮していないモデルを用いて、位相のずれまでも正確に見積ることは困難であろう。ただし、位相のずれが重要となる波高減衰の問題では、位相差が $\cos \theta$ の形で現われるので、図に示された程度の差が有意な差違を生むことは少ないであろう。

次に、著者がかつて風洞を用いて行なった実験の結果(文献 15)中の Run 3) との比較を行う。

無次元化された渦動粘性係数の分布を 図-10 に示した。実験値は $k-\epsilon$ モデルによる予測値の変動範囲に入っており、両者の対応は良好である。

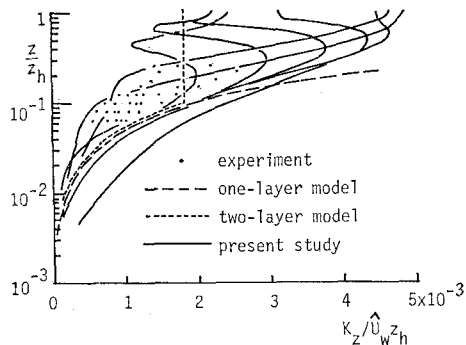
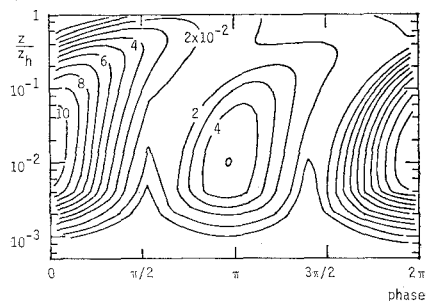


図-10 渦動粘性係数

図-11 乱れエネルギー k^* のコンター・ライン

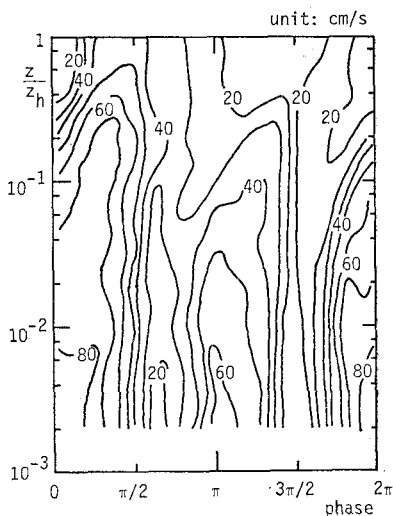
乱れエネルギー k^* の計算結果を示したものが 図-11 である。一方、実測された x 方向の乱れ強度 $\sqrt{u'^2}$ のコンター・ラインを 図-12 に示した。

実験では乱れ強度の一方成分のみを測定しているの

ので、 $k-\epsilon$ モデルによる予測値との定量的な比較を行うことはできないが、乱れの発生、上方への拡散、減衰の過程が比較的良好に再現されている。

4. 結 論

$k-\epsilon$ モデルを用いて、非定常流れの数値計算を行なった。その結果、次の事項が明らかとなった。

図-12 乱れ強度 $\sqrt{u'^2}$ のコンター・ライン

1) 正弦振動流の流速分布・位相差に関し、理論値と実測値を比較したところ、再者は良い一致を示した。

2) 波・流れ共存時の摩擦係数 f_{ew} を $k-\epsilon$ モデルにより求め、従来の算定式と比較したところ、最大で2割程度の差違が認められた。

3) 波・流れ共存時における乱れ強度の時空間特性については、実験値との定量的な比較を行うには至らなかった。

謝 辞： 本研究を行うにあたり、東北大学首藤伸夫教授、宇都宮大学須賀堯三教授より有益なる御教示と励ましを賜わった。ここに記して、深甚なる謝意を表する。本研究は、文部省科学研究費（奨励研究（A））による研究の一部であることを付記する。

参 考 文 献

- 1) Smith, J. D.: Modeling of sediment transport on continental shelves, In *The Sea*, Vol. 6, E. D. Goldberg, I. N. McCave, J. J. O'Brien and J. H. Steele, Eds. Wiley-Interscience, New-York, pp. 539~578, 1977.
- 2) Grant, W. D. and O. S. Madsen: Combined wave and current interaction with a rough bottom, *J. Geophys. Res.*, Vol. 84 (c4), pp. 1797~1808, 1979.
- 3) Tanaka, H. and N. Shuto: Friction coefficient for a wave-current coexisting system, *Coastal Engng. in Japan*, Vol. 24, pp. 105~128, 1981.
- 4) Tanaka, H. and N. Shuto: Experiments on an oscillatory flow accompanied with a unidirectional motion, *Coastal Engng. in Japan*, Vol. 26, pp. 19~37, 1983.
- 5) 浅野敏之・岡本 浩・岩垣雄一：波と流れの共存場における底面乱流境界層に関する研究，第30回海岸工学講演会論文集，pp. 84~88, 1983.
- 6) Kajiura, K.: On the bottom friction in an oscillatory current, *Bull. Earthquake Res. Inst.*, Vol. 42, pp. 147~174, 1964.
- 7) Kajiura, K.: A model of the bottom boundary layer in water waves, *Bull. Earthquake Res. Inst.*, Vol. 46, pp. 75~123, 1968.
- 8) Bakker, W. T.: Sand concentration in oscillatory flow, *Proc. 14th Conf. Coastal Engng.*, pp. 1129~1148, 1974.
- 9) Bakker, W. T. and T. Van Doorn: Near bottom velocities in waves with a current, *Proc. 16th Conf. Coastal Engng.*, pp. 1394~1413, 1978.
- 10) Launder, B. E. and D. B. Spalding: The numerical computation of turbulent flows, *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3, pp. 269~289, 1974.
- 11) Jonsson, I. G. and N. A. Carlsen: Experimental and theoretical investigations in an oscillatory turbulent boundary layer, *J. Hydraulic Res.*, Vol. 14 (1), pp. 45~60, 1976.
- 12) Brevik, I.: Oscillatory rough turbulent boundary layers, *Proc. A.S.C.E. J. Waterway Port Coastal Ocean Div.*, Vol. 107 (WW3), pp. 175~188, 1981.
- 13) Trowbridge, J. and O. S. Madsen: Turbulent wave boundary layers 1. Model formulation and first order solution, *J. Geophys. Res.*, Vol. 89 (c5), pp. 7989~7997, 1984.
- 14) 浅野敏之・五道仁実・岩垣雄一：波動による底面乱流境界層の渦動粘性係数に関する二・三の考察，第39回年次学術講演会概要集，第2部，pp. 241~242, 1984.
- 15) 田中 仁・首藤伸夫：一方向流を伴う振動流に関する実験，第29回海岸工学講演会論文集，pp. 259~263, 1982.