

波動理論の適用範囲に関する実験的研究

関根 義和*・服部 昌太郎**

1. ま え が き

浅海域での沿岸過程や高波浪下での波力等の問題を取扱う場合、水面変動だけでなく水粒子の速度と加速度を、有限振幅波理論によって評価することが必要となる。しかし、検討対象の現象と波浪条件とによってどの理論を使用するか、その選択は非常に難しい問題である。

本研究は、1/20 勾配斜面上の浅水変形波の水面と流速の時間波形の実験結果を用いて理論との一致度を定量的に量的に評価し、理論の適用範囲を提示することを目的としたものである。検討の対象とした理論は、Airy 理論 (ST 1)、ストークス波理論 5 次近似解 (ST 5)、クノイド波理論 3 次近似解 (CN 3)、および流れ関数法 5 次と 9 次近似 (SFMB 5 と SFMA 9) である。

近年、種々の有限振幅波理論が提案され、これら理論の適用範囲が数学的精度と物理的適合度の両面から検討されている。数学的精度に対する研究として、Dean¹⁾、土屋と山口²⁾、堀川・西村・磯部³⁾がある。一方、実験との比較によって理論の妥当性を検討した研究は今日まで数多くなされているが、理論と実験の一致度を定量的に評価し、理論の適用範囲を提示した研究は未だなされていない。

2. 実験装置と測定方法

実験は、両面ガラス張り二次元波動水槽 (0.3m×0.55m×20m) 内に、1/20 勾配斜面を設置して行った。水面変動測定は分圧式波高計 (正豊工学製) で、また流速は二成分 LDV 流速計 (DISA, 出力 4 W) を使用し、後方散乱法によって測定した。

これらの測定出力は、実験-1 と 2 ではデータレコーダに収録後 A-D 変換を行い MT に、また実験-3 では DR-1000 により直接 MT に収録した。サンプリング周波数は、200 Hz と 250 Hz である。実験条件は表-1 に示される。実験-1 は、水面変動のみに着目した実験である。

3. データ処理方法

MT に収録された水面と流速変動の測定データは、中大理工電算センターの FACOM-170F で処理した。変動波形の一波一波は、平均水面に対する水面変動のゼロ・アップ法で定義し、50 波の位相平均波形を用いて理論との比較を行った。LDV 流速計の出力ドロップアウトデータは処理波形の各位相ごとに集計し、位相平均波の計算から除外した。

ST 5 と CN 3⁴⁾ および SFMB 5 の計算は、実験結果の波高・水深・周期を使用し、また SFMA 9 は水面変動の実験波形と水深とを用いて行った。

4. 実験と理論の一致度の評価指標と基準

実験との比較による理論の適用範囲の決定は、(1) 最大値の相対比 M_R^+ [式 (1)], (2) 最小値の相対比 M_R^- [式 (2)], (3) 波形間の相互相関係数 C_0 [式 (3)], (4) 波形間の相対残差 E [式 (4)] の指標によって行った。

$$M_R^+ = Y_{\max}/X_{\max} \dots\dots\dots(1)$$

$$M_R^- = Y_{\min}/X_{\min} \dots\dots\dots(2)$$

$$C_0 = \frac{\sum_{i=1}^m X_i Y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^m X_i^2 \sum_{i=1}^m Y_i^2}} \dots\dots\dots(3)$$

表-1 実験条件

Exp.	Run	T (s)	h _i (cm)	H _i (cm)	h _b (cm)	H _b (cm)	H ₀ '/L ₀
1	1	0.80	35.0	6.5	9.0	6.0	0.068
	2	0.85	35.0	4.4	5.5	5.4	0.041
	3	1.00	35.0	3.1	5.0	4.3	0.021
	4	1.40	35.0	2.6	5.5	4.7	0.009
	5	1.20	40.0	0.9	—	—	0.005
2		1.00	37.5	4.7	7.0	6.1	0.032
	1	0.80	33.0	6.5	8.5	6.8	0.068
3	2	0.85	33.0	5.1	6.5	6.1	0.048
	3	1.00	33.0	3.8	5.5	5.4	0.026
	4	1.40	33.0	2.5	4.5	4.9	0.009
	5	1.20	33.0	1.1	—	—	0.005

* 工修 世田谷区土木部
** 正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科

T: 周期, h_i と H_i: 一樣水深部での水深と波高, h_b と H_b: 碎波水深と波高, H₀'/L₀: 換算沖波波形勾配

$$E = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (X_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^m X_i^2}} \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここに、 X_i と Y_i : 実験と理論波形の一周期を m 等分した i 番目の位相の値、 $X_{\max}$ と $Y_{\max}$, $X_{\min}$ と $Y_{\min}$: X と Y の最大・最小値である。これらの指標の中で実験と理論との一致度を単独で評価しうるのは、相対残差 E のみで、他の指標はその欠かんの補うため (1) M_R^+ と M_R^- , (2) C_0 と M_R^+ の組合せを用いることとした。測定・データ処理等に存在する実験誤差を考慮して、予備実験結果より実験と理論との一致度の評価基準を $E=1.0$ とした。この基準と等価となるよう、その他の指標の基準値は $0.9 \leq M_R^+ (M_R^-) \leq 1.1$, $C_0=0.995$ と設定した。

5. 水面変動に対する実験結果

図-1 は 1/20 勾配斜面上での実験波の浅水変形過程の実験結果を、相対波高 H/h と相対水深 h/L_0 との関係で示したものである。図中には、山田・塩谷⁹⁾、合田⁹⁾、保存波に対する $H_b/h=0.83$ と深海波に対する $H_b/L_0=0.17$ の碎波限界が示されている。本実験での碎波点は、合田の限界と良好な一致を示している。実験波の波形勾配が 0.5% 程度となると、波高が小さいため浅水域での水面変動測定が非常に困難となる。

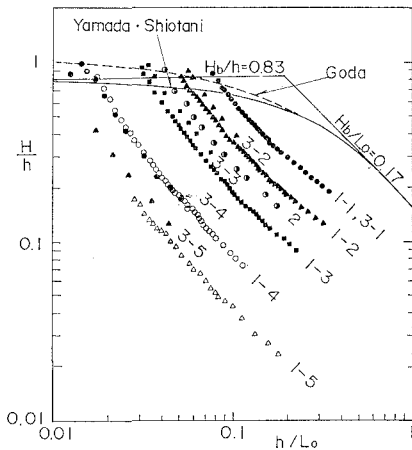


図-1 浅水変形過程の実験結果 (1/20 斜面)

図-2 は、実験と理論の水面時間波形間の C_0 とアーセル数 $U_r (=gHT^2/h^2)$ との関係を、ST1, ST5 および CN3 に対して示したものの一例である。水面変動の理論値は、実験波の波高・周期を基に計算するため、 E と C_0 とによって両者間の一致度を評価した。その結果 E に対しても 図-2 と同様の結果をえたが、これは実験と理論波形の分散値がほぼ一致することから、妥当な結果と判断された。

斜面上の波は水深の減少と共に、波形の非対称性が増大する。この水面波形の非線形効果の評価指標として、

式 (5) の波形の尖り度 α と、式 (6) の前傾度 β を定義した。

$$\alpha = \int_0^L \eta^3(t) dt / \left[\int_0^T \eta^2(t) dt \right]^{3/2} \quad \dots\dots\dots(5)$$

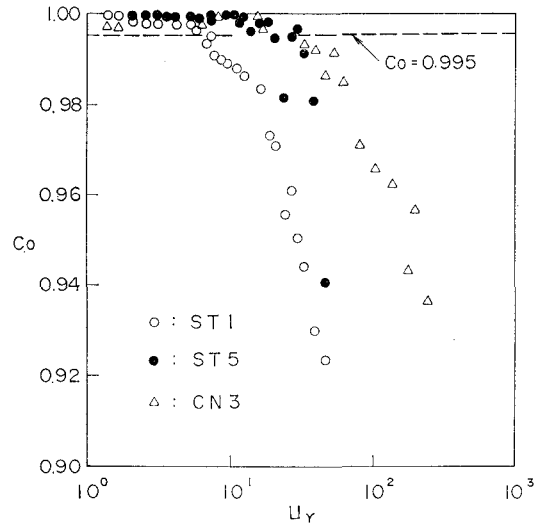


図-2 水面波形の C_0 と U_r 数 (実験-1-3)

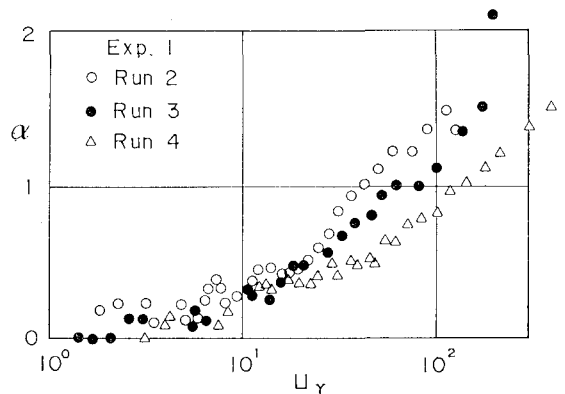


図-3 水面波形の尖り度 α と U_r 数

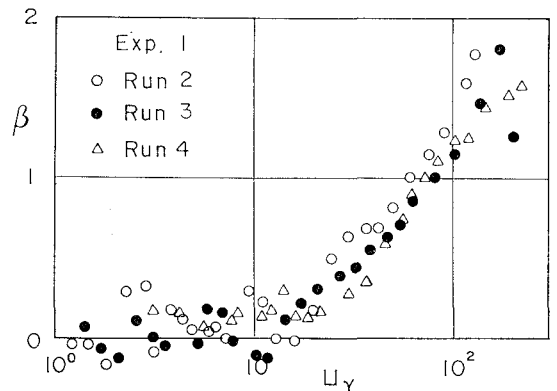


図-4 水面波形の前傾度 β と U_r 数

$$\beta = \int_{\eta(0)}^{\eta(T)} [t(\eta) - t(\eta_{\max})]^3 d\eta / \left[\int_{\eta(0)}^{\eta(T)} [t(\eta) - t(\eta_{\max})]^2 d\eta \right]^{3/2} \dots\dots\dots (6)$$

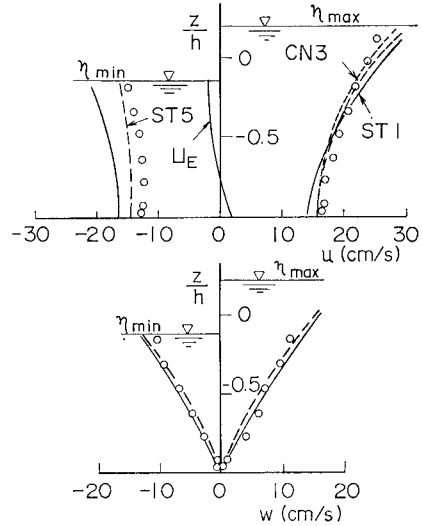
ここに、 η : 平均水位よりの水面の鉛直変位、 t : 時間、波形は波谷間で一波を定義する。図—3 と 4 は、実験—1 に対して α と β の U_r 数による変化を示したものである。実験結果より α は $U_r > 8$, β は $U_r > 25$ で急増することが認められる (ST1 理論では $\alpha = \beta = 0$)。図—2 との比較より、水面波形に対する ST1 の適用限界は波形の尖り度、また ST5 と CN3 は前傾度によって、それぞれ支配されることがわかる。

6. 流速変動に対する実験結果

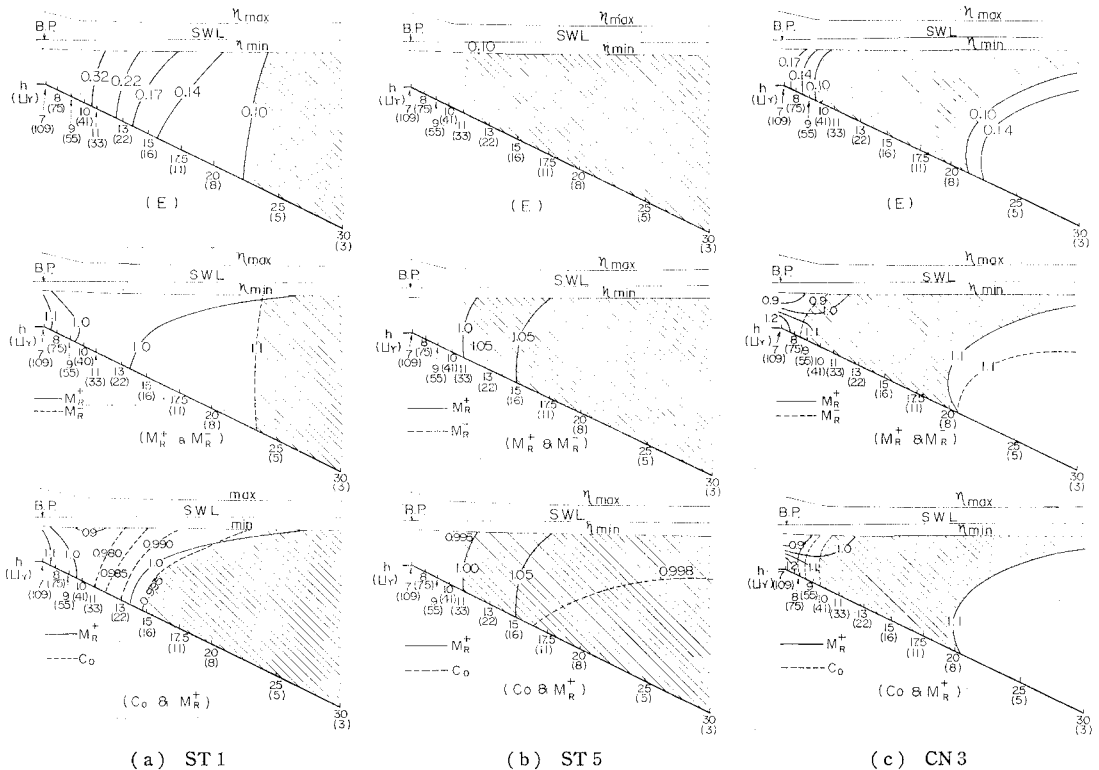
図—5 は、水平・鉛直方向の最大・最小流速の鉛直分布の実験と理論との比較例である。水平流速に対する実験と理論との一致度は理論によって異なるが、鉛直流速はいずれの理論も実験と非常に良く一致している。以上のことから、流速変動に対する理論の適用限界の検討は、水平流速変動に着目して行うこととした。図中の U_E は、Euler 定常流速の鉛直分布 (実験) である。

図—6 (a)~(c) は、実験—2 に対して ST1, ST5 および CN3 理論の流速変動に対する適用範囲を、 E , M_R^+ と M_R^- および C_0 と M_R^+ とによって示したもので

ある。図中には、各指標の等値線が実・破線で、また水底斜面に沿って測定断面の水深と U_r 数が記されている。 $\eta_{\max}$ と $\eta_{\min}$ は実験波の波峰と波谷の包絡線、BP は碎波点である。



図—5 最大・最小流速の実験と理論 (実験—2, $h=13.0$ cm, $U_r=22$)



図—6 流速変動に対する理論の適用範囲 (斜線部) の検討 (実験—2)

図-6に見られるように、各指標の値は水深方向に変化する。ST1では水面波形の尖がり、またST5とCN3では前傾効果がそれぞれ波谷付近の流速変動波形に現われるため、水底部の流速波形に比べて理論の一致度が低下する。以下に、図-6より認められる主要な事柄を、検討対象の理論ごとに記す。

1) ST1理論: E と M_R^* および M_R^- による理論の適用限界は、ほぼ同じである。また、 M_R^- の等値線より、ST1の適用限界を決める要因の一つが、波谷位相時の流速変動波形であることが分かる。波峰位相時に生ずる最大水平流速は、砕波点付近 ($U_r \approx 80$) までST1理論により十分算定しうるが、 M_R^* 等値線より認められる。

2) ST5理論: 波谷部近傍を除き、理論計算が発散する $U_r = 33$ (水深 $h = 12.0$ cm) の測定断面が、ST5の適用限界となることが全ての評価基準より認められる。波谷部付近の適用限界は $U_r = 25$ であり、水面波形に対する適用限界と一致している。ST3理論の適用限界は、波谷部では $U_r = 20$ 、水底部では $U_r = 25$ であった。

3) CN3理論: 全ての評価基準は、極浅水域での限界が波谷付近で $U_r = 35$ 、水底部で $U_r = 48$ であることを示している。相対水深が大きい地点でも水面波形の実験と理論は良好な一致を示す(図-2)が、最大水平流速の理論値は水底に近づくに従って実験値より過大となる(M_R^*)。このため $U_r \approx 8$ ($h/L_0 \approx 0.17$) に、今一つの理論の適用限界が出現する。

4) SFMA9とSFMB5法: 紙数の関係上、SFM法の検討結果は示していない。水面波形の実験データを計算に使用するSFMA9は、水面波形の前傾効果が流速変動の計算に持込まれるため、砕波点付近の $U_r = 65$ が適用限界となる。これに対し、波高と周期の実験値を用い水面波形が保存波の対称波形とするSFMB5の適用限界は $U_r = 35$ であり、ST5とCN3の限界とはほぼ同じである。

7. 理論の適用範囲

水面と流速変動の実験と理論の時間波形間の、 E と M_R^* および M_R^- の評価基準で定められた理論の適用範囲はほぼ一致した。図-7~9は、相対残差による各理論の適用範囲を、 h/L_0 と H/h との関係で示したものである。図中には、磯部らの理論精度の判定基準である $E' = 0.01$ の等相対残差線³⁾、保存波と深海波の砕波限界と等アーセル数線が示されている。図-7と8の実験-2と3の水面変動に対する適用限界(●印)が、実験-1の限界(○印)と一致しない事は、図-1に見られるように実験-2と3の測定断面の設定が、実験-1に比べて

粗であったことに原因する。

図-7は、ST1とST5理論の適用範囲である。すでに指摘したように、ST1の水面波形に対する適用限界が、波形の非線形性によって決まる。したがって、波谷付近の流速に対する適用限界も、水面波形のそれとは

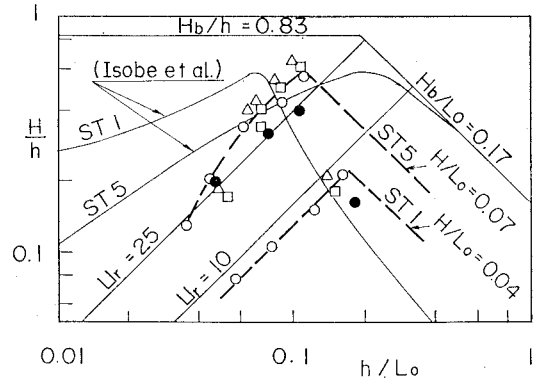


図-7 ST1とST5理論の適用範囲

[水面波形: ○ (実験-1) と ● (実験-2 と 3), 流速波形: □ (波谷付近) と △ (水底部)]

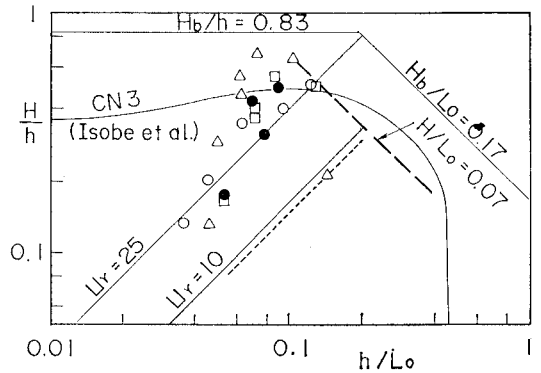


図-8 CN3理論の適用範囲

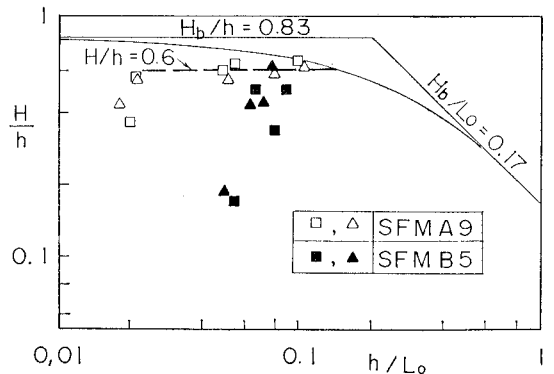


図-9 SFMA9とSFMB5法の適用範囲

