

ボックスモデルに基づく海水交換量の推算法

木 村 晴 保

1. ま え が き

ボックスモデルとは、海域を適切な区画（ボックス）に分割し、ボックス毎に海水とそれに溶存ないしは懸濁する物質の保存則を導き、これに基づきボックス間での物質の輸送量を推算するもので、これには物質の輸送を移流によるものと拡散によるものを区別して取扱う方法¹⁾と、移流と拡散をまとめて輸送係数として取扱う方法²⁾とがある。後者の方法では、ボックスの体積をそれに流入ないし流出する輸送係数の総和で割った値、滞留時間ないし置換時間を求め、海水交換の指標としている。しかし、滞留時間は海水交換量を一義的に規定するものではなくて、むしろボックス間での海水交換量を表わす指標にすぎない。

湾の環境容量を論ずる場合、海水交換量よりも海水交換量（湾内水と湾内水の影響の及ばない外洋水との交換量）が重要である。ここでは、湾の塩分の経時変化と輸送係数から上記海水交換量を推算する手法を提示し、これに基づき高知県古満目湾の海水交換量を求める。

2. ボックスモデル基礎式

図-1 に示す一層 n ボックスについて考える。湾域を n 個のボックスに分割し、湾奥から湾口に向かって順に ①, ②, ..., ⑩ の記号で表わす。 A は海面の面積, V は体積, η は海面の変位, C は物質の濃度, P はボックス外からの溶入及び内で生成される物質量を表わし、添字はボックスの記号に対応する。 Q_{ij} はボックス ① からボックス ① への輸送係数を表わす。 Q_r は河川の平均流量を, C_r は河川水に含まれる物質の濃度を表わす。ただし、河川の流入はボックス ① のみとする。

微小時間 ΔT 内でのボックス ① に関する海水と物質の保存式は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} A_1 \frac{\Delta \eta_1}{\Delta T} &= Q_{21} - Q_{12} + Q_r \\ V_1 \frac{\Delta C_1}{\Delta T} &= C_2 Q_{21} - C_1 Q_{12} + C_r Q_r + P_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ボックス ① については次式で与えられる。

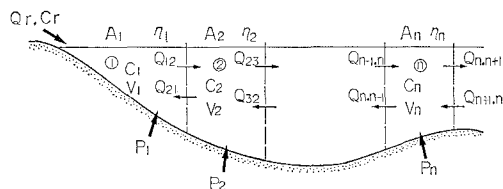


図-1 一層 n ボックスモデルの模式図

$$\left. \begin{aligned} A_i \frac{\Delta \eta_i}{\Delta T} &= Q_{i-1,i} - Q_{i,i-1} - Q_{i,i+1} + Q_{i+1,i} \\ V_i \frac{\Delta C_i}{\Delta T} &= C_{i-1} Q_{i-1,i} - C_i Q_{i,i-1} \\ &\quad - C_i Q_{i,i+1} + C_{i+1} Q_{i+1,i} + P_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $i=2, 3, \dots, n$ とする。

輸送係数は式 (1), (2) より次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} Q_{12} &= \frac{1}{C_2 - C_1} \left\{ V_1 \frac{\Delta C_1}{\Delta T} - C_2 A_1 \frac{\Delta \eta_1}{\Delta T} \right. \\ &\quad \left. + (C_2 - C_r) Q_r - P_1 \right\} \\ Q_{21} &= A_1 \frac{\Delta \eta_1}{\Delta T} + Q_{12} - Q_r \\ Q_{i,i+1} &= \frac{1}{C_{i+1} - C_i} \left\{ V_i \frac{\Delta C_i}{\Delta T} - C_{i+1} A_i \frac{\Delta \eta_i}{\Delta T} \right. \\ &\quad \left. + (C_{i+1} - C_{i-1}) Q_{i-1,i} \right. \\ &\quad \left. - (C_{i+1} - C_i) Q_{i,i-1} - P_i \right\} \\ Q_{i+1,i} &= A_i \frac{\Delta \eta_i}{\Delta T} - Q_{i-1,i} + Q_{i,i-1} + Q_{i,i+1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $i=2, 3, \dots, n$ とする。

3. 海水交換量の推算法

(1) 海水交換係数

図-2 に示すように、ボックス ⑩ の塩分を C_n 、これに接した湾外の塩分を C_{n+1} 、外洋の塩分を C_0 とし、湾外からボックス ⑩ に向う輸送係数を $Q_{n+1,n}$ とする。 $Q_{n+1,n}$ はボックス ⑩、湾外及び外洋の海水から成り、これらが $Q_{n+1,n}$ に占める割合をそれぞれ $k_1^{(n)}$, $k_2^{(n)}$, $k_3^{(n)}$ とすれば、海水と塩分の保存則から次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} Q_{n+1,n} &= k_1^{(n)} Q_{n+1,n} + k_2^{(n)} Q_{n+1,n} \\ &\quad + k_3^{(n)} Q_{n+1,n} \\ C_{n+1} Q_{n+1,n} &= C_n k_1^{(n)} Q_{n+1,n} + C_{n+1} k_2^{(n)} Q_{n+1,n} \\ &\quad + C_0 k_3^{(n)} Q_{n+1,n} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

すなわち、次式を得る。

$$C_{n+1} = (1 - k^{(n)}) C_n + k^{(n)} C_0 \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $k^{(n)} = k_3^{(n)} / (1 - k_2^{(n)})$ で、 $k^{(n)}$ は PARKER の潮汐交換係数³⁾と類似していることから、海水交換係数と呼ぶことにする。

一般に、 C_0 の経時変化は C_n , C_{n+1} のそれに比べて小さいことから、式 (5) において、 ΔT 期間で C_0 は一定、 C_n , C_{n+1} の変化量を ΔC_n , ΔC_{n+1} で表わすと次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} k^{(n)} &= 1 - \frac{\Delta C_{n+1}}{\Delta C_n} \\ C_0 &= \left(C_{n+1} - \frac{\Delta C_{n+1}}{\Delta C_n} C_n \right) \left(1 - \frac{\Delta C_{n+1}}{\Delta C_n} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

(2) 海水交換量

輸送係数 Q_{ij} が既知である一層 n ボックスにおいて、ボックス ① の時刻 t における $P_i=0$ なる物質の濃度が $C_i(t)$ であったとすると、微小時間 Δt 後の濃度 $C_i(t+\Delta t)$ は式 (1) の第 2 式及び式 (2) の第 2 式より次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} C_i(t+\Delta t) &= C_i(t) + \{ C_r(t) Q_r + C_{21}(t) Q_{21} \\ &\quad - C_i(t) Q_{12} \} \Delta t / V_i \\ C_i(t+\Delta t) &= C_i(t) + \{ C_{i-1}(t) Q_{i-1,i} \\ &\quad - C_i(t) (Q_{i,i-1} + Q_{i,i+1}) \\ &\quad + C_{i+1}(t) Q_{i+1,i} \} \Delta t / V_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $i=2, 3, \dots, n$ とする。

式 (5), (7) において

$$\left. \begin{aligned} C_r(t) &= 0, \quad C_0(t) = 1 \\ C_i(0) &= 0 \quad (i=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

の条件の下で $C_i(t)$ を求めれば、 $C_i(t)$ は t 時間後に、ボックス ① に占める外洋水の割合を示し、前記海水交換量に他ならない。

4. 数値計算例

(1) 基礎データ

基礎データは高知県水産試験場が古満目湾の環境調査を目的に 57 年 6 月 15 日から 58 年 2 月 25 日の間に 6 回実施した観測資料⁴⁾に基づく。観測は各回とも図-3 に示す st. 2~13 の 12 観測地点で、海面下 0.5m 及び海面下 2m ないし 4m の間隔で海底上 1m に至るまでの水温、塩分をはじめ、11 項目について 3 時間~6 時間の間隔でほぼ 1 潮時に亘って行なわれた。

a) ボックスの設定 観測点の配置を考慮して図-3 とした。すなわち、st. 13 をボックス ①、st. 11, 12

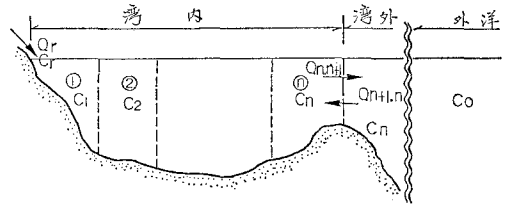


図-2 海水交換係数算定模式図

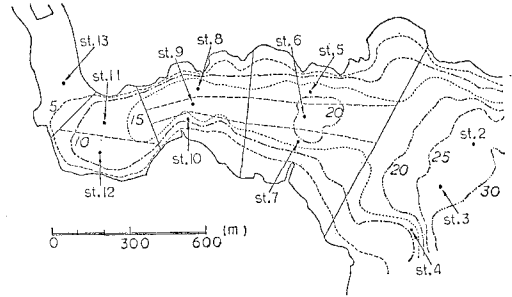


図-3 古満目湾の観測点と設定ボックス

を ②、st. 8, 9, 10 を ③、st. 5, 6, 7 を ④ とし、st. 2, 3, 4 を湾外とした。各 st. の支配領域は破線で示した。

b) ボックスの海面面積と体積 等深線の間隔が 5 m、縮尺 1/6 000 の深淺図と各 st. の支配領域を均質な紙面にトレースし、等深面に占める各 st. の支配領域を切り取り、重量を実測し、面積に換算した。体積は台形公式より求めた。結果は表-1 に示す。

表-1 ボックスの海面面積 A_i と体積 V_i

ボックス①	①	②	③	④	計
$A_i \times 10^{-4} \text{ m}^2$	7.93	10.59	13.04	31.16	62.98
$V_i \times 10^{-4} \text{ m}^3$	24.57	110.10	143.76	365.67	644.10

c) 塩分の時間的空間的平均値 各観測日とも、ほぼ 1 潮時に亘る塩分の時間平均値を各 st. の各測点毎に求めたのち、これら測点が支配する体積を考慮し、ボックス毎の体積平均値を求めた。結果は表-2 に示す。

表-2 塩分の時間的空間的平均値 (‰)

月 日	4 ボ ッ ク ス				1 ボックス	湾 外
	①	②	③	④	①*	
6.15	34.018	34.141	34.252	34.308	34.256	34.379
6.17	33.473	34.005	34.090	34.183	34.105	34.269
9.17	32.175	33.126	33.328	33.430	33.307	33.524
9.29	33.139	33.346	33.577	33.661	33.568	33.751
12. 2	33.610	33.979	33.976	34.108	34.037	34.178
2.25	34.414	24.421	34.451	34.505	34.475	34.568

* 4 ボックス ①~④ の体積平均値

d) 河川の平均流量 日降雨資料に基づく観測日期間の積算雨量と流域面積を用い、Rational の式により河川の平均流量を推算した。流出係数 f は一部の観測値

表-3 日降雨資料に基づく河川の平均流量 Q_r

年月日 (時分)	期 間	積算雨量 R (mm)	平均時間 雨 量 r (mm/h)	平均流量 Q_r (m ³ /s)	備 考
57. 6.15 (12.46)	ΔT (h)				
6.17 (12.41)	47.9	33.5	0.6994	1.651	流域面積 $A=13.28$ (km ²)
9.17 (13.43)	2 209.0	1 049.0	0.4749	1.121	
9.29 (12.48)	287.1	241.5	0.8412	1.986	流出係数 $f=0.64$ (64%)
12. 2 (12.38)	1 535.8	239.5	0.1559	0.368	
58. 2.25 (12.53)	2 040.3	88.5	0.0434	0.102	

と既往の結果を参考にして 0.64 とした。結果は 表-3 に示す。

(2) 輸送係数

式 (1), (2) が成り立つための条件は

① 物質濃度はボックス内で一様であり、ボックス間では不連続であること。

② 差分時間 ΔT 内での海水の混合は相接するボックス間でのみ行なわれること。

で、これらのことから次のことが言える。

時刻 T の塩分 $C_i(T)$ がボックス間で

$$C_{i-1}(T) < C_i(T) < C_{i+1}(T) \quad \cdots \cdots (9)$$

であったとすると、 ΔT 後の塩分 $C_i(T+\Delta T)$ は

$$C_{i-1}(T) < C_i(T+\Delta T) < C_{i+1}(T) \quad \cdots \cdots (10)$$

となる。また、 $C_i(T) < C_i(T+\Delta T)$ ないし $C_i(T) > C_i(T+\Delta T)$ が成り立ち、かつ式 (9) が成り立つと、それ以後の任意時刻においても式 (9) の関係が成り立つ。

表-2 を見ると、式 (9) については 12 月 2 日のボックス ② と ③ で僅かに逆転しているものの、その他のものは式 (9) を満たしている。一方、式 (10) については ΔT を観測日間の間隔とすると、ほとんどのものが式 (10) を満たしていない。すなわち、輸送係数は式 (3) では推算できない。

ところで、観測日間の塩分値が 図-4 の如く直線近似できるとすると、任意時刻 t ($T \leq t \leq T+\Delta T$) のボックス ① の塩分 $C_i(t)$ は

$$C_i(t) = C_i(T) + \{C_i(T+\Delta T) - C_i(T)\} t / \Delta T \quad \cdots (11)$$

で表わされ、かつ、式 (9), (10) で T を t とし、 Δt を限りなく小さく取ることができる。よって、図-4 で塩分値がボックス間で交叉しない限り式 (10) を満たすことができる。この場合、 $T \sim T+\Delta T$ の輸送係数は式 (1) の第 2 式及び式 (2) の第 2 式を t に関する微分方程式に書き新めたのち、両辺を t について T から $T+\Delta T$ まで積分することにより求まる。結果は式 (3) で C_i を $\{C_i(T) + C_i(T+\Delta T)\}/2$ で置換したものとなる。ただし、 ΔC_i は $C_i(T+\Delta T) - C_i(T)$ のままとする。

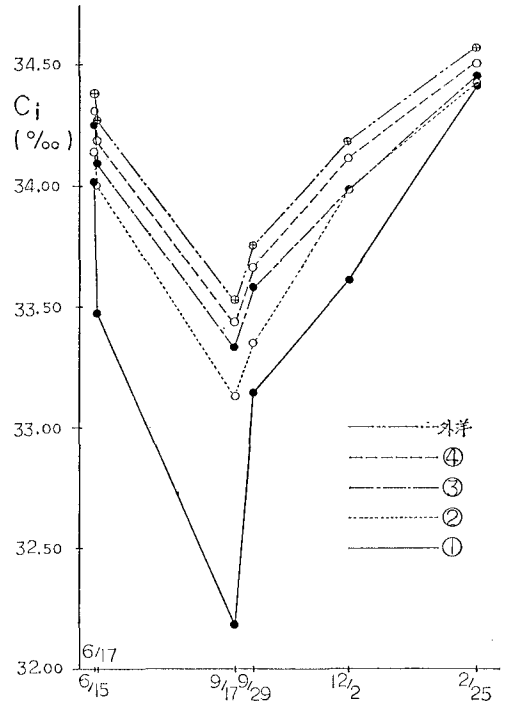


図-4 ボックス ①~④ と外洋の塩分の経時変化

表-4, 5 は 表-1~3 に対応する輸送係数を上記の手法で求めたもので、これらのうち、湾口に向う輸送係数と河川流量の季節的変動を 図-5 に示した。主な結果は

① 4 ボックスの Q_{45} と 1 ボックスの Q_{12} は湾口での同一断面での輸送係数であるにもかかわらず、前者は後

表-4 4 ボックスの輸送係数 $Q_{ij} \times 10^{-8} \text{ m}^3/\text{h}$

期 間	Q_r	Q_{12}	Q_{23}	Q_{34}	Q_{45}
		Q_{21}	Q_{32}	Q_{43}	Q_{54}
6/15- 6/17	5.94	609.835	2 011.930	3 587.350	2 339.910
		603.891	2 005.990	2 581.400	2 333.960
6/17- 9/17	4.04	182.486	943.915	1 388.150	1 494.150
		178.450	939.879	1 384.120	1 490.110
9/17- 9/29	7.15	411.830	1 112.430	2 610.170	2 677.770
		404.681	1 105.280	2 603.020	2 670.620
9/29-12/ 2	1.32	155.110	397.155	424.003	587.052
		153.785	395.830	422.668	585.727
12/ 2- 2/25	0.37	67.314	955.429	142.647	210.551
		66.947	955.062	142.280	210.184

表-5 1 ボックスの輸送係数 $Q_{ij} \times 10^{-8} \text{ m}^3/\text{h}$

	6/15-6/17	6/17-9/17	9/17-9/29	9/29-12/2	12/1-2/25
Q_{12}	1 274.770	705.895	1 234.740	289.898	119.696
Q_{21}	1 268.830	701.859	1 227.590	288.573	119.329

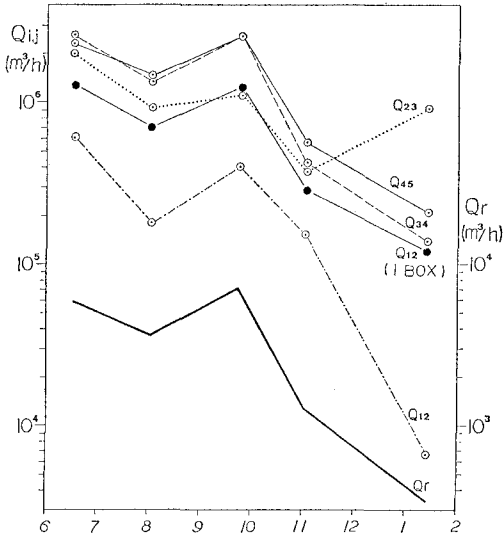


図-5 4ボックス及び1ボックスの輸送係数と河川流量の経時変化

者のほぼ2倍の大きさとなっている。

② 輸送係数は河川流量に比して1~3桁大きく、季節的変動は Q_{23} の一部を除けば、河川流量のそれと類似している。

(3) 海水交換係数

式(6)に基づき表-2の塩分値に対応する海水交換数 $k^{(n)}$ と外係洋水の塩分 C_0 を求めた。結果は表-6に示す。

1ボックスの海水交換係数 $k^{(1)}$ は0.07~0.27で、これは東京湾、三河湾、サンフランシスコ湾で得られたPARKERの潮汐交換係数0.05~0.36の範囲であり、ほぼ妥当な値と言える。しかしながら次なる矛盾点もある。

① C_0 は1ボックスと4ボックスとで同一となるべきところ、4ボックスのものが1ボックスのものに比べて大きい。

② 1ボックスの C_0 でも、現実には有り得ない高濃度を与えたものもある。

③ C_0 の経時変動が湾内、湾外のものに比べて大きい。

表-6 表-1の値を用い式(6)から求めた $k^{(n)}$ と C_0

期 間	1 ボックス		4 ボックス		
	$k^{(1)}$	C_0 (‰)	$k^{(4)}$	C_0 (‰)	$k^{(4)*}$
6/15- 6/17	0.2715	34.709	0.1200	34.900	0.1771
6/17- 9/17	0.0664	36.574	0.0106	42.278	0.0360
9/17- 9/29	0.1303	34.973	0.0173	38.859	0.0609
9/29-12/ 2	0.0896	35.612	0.0447	35.673	0.0461
12/ 2- 2/25	0.1096	35.324	0.0176	38.078	0.0576

$k^{(4)*}$: 1ボックスの C_0 を用い式(6)から求めた。

これらの矛盾が生じた主な原因としては、ボックス及び湾外の塩分の推算誤差が挙げられる。

(4) 海水交換量

式(7),(5),(8)に基づき $C_i(t)$ を求めた。ここで、式(7)の Q_{ij} には、1ボックスでは表-5の値を、4ボックスでは表-4の値を与えた。 V_i には表-1の値を、式(5)の $k^{(n)}$ には、1ボックスについては表-6の $k^{(1)}$ を、4ボックスについては $k^{(4)*}$ を与えた。差分の時間間隔 Δt は5minとした。結果の1例を図-6に示す。表-7は湾内水の50%が外洋水によって置換されるに要する時間を上記の計算から求めた結果で、1ボックス、4ボックスともほぼ等しく、道理にかなっている。

1ボックスの $C_1(t)$ は容易に解析解が得られ、数値計算によらなくても次式で与えられる。

$$C_1(t) = C(1 - e^{-\lambda t}) \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに、

$$C = \frac{k^{(1)}Q_{12}}{Q_r + k^{(1)}Q_{21}}C_0$$

$$\lambda = \frac{Q_r + k^{(1)}Q_{21}}{V}$$

ただし、 V は湾の容積である。

一般に、 $Q_r \ll k^{(1)}Q_{21}$ 、 $Q_{12} \approx Q_{21}$ であるから、式(12)は $C = C_0$ 、 $\lambda = k^{(1)}Q_{21}/V$ で近似できる。この場合、湾内水の50%が外洋水で置換されるに要する時間は次式で与えられる。

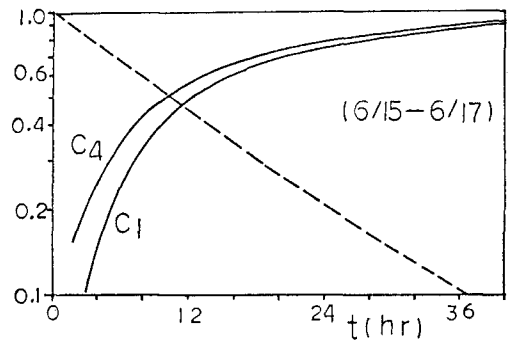


図-6 4ボックスモデルのボックス①と④の海水交換率(C_1 , C_4)と湾内水及び河川水が湾内に占める割合(---)

表-7 湾内水の50%が外洋水で置換されるに要する時間

期 間	1 ボックス h (day)	4 ボックス h (day)	t_{50}^* h
6/15- 6/17	13 (0.54)	10 (0.42)	12.9
6/17- 9/17	99 (4.13)	86 (3.58)	94.6
9/17- 9/29	28 (1.17)	27 (1.13)	27.8
9/29-12/ 2	177 (7.38)	170 (7.08)	170.9
12/ 2- 2/25	348 (14.50)	374 (15.58)	341.9

* 式(13)による

$$t_{50} = \frac{0.69V}{k^{(1)}Q_{21}} \dots\dots\dots(13)$$

表—7 の t_{50} は式 (13) から求めたもので、数値計算の結果と良く一致することが分る。

5. あとがき

湾口での湾内に向う輸送係数が湾内水、湾外水及び外洋水から成り、かつ外洋水の塩分の経時変化が他の二者のものに比べて無視できるとして、輸送係数に占める外洋水の割合、すなわち海水交換係数を求めることにより、ボックスモデルでは推算することのできなかった海水交換量が推算できるようになった。

数値計算の結果、海水交換係数は PARKER の潮汐交換係数に近い値となり、海水交換量は 1 ボックス、4 ボックスともほぼ等しい値となった。しかしながら、① 4 ボックスによる外洋水の塩分 C_0 が 1 ボックスのもの

に比べて大きく、② C_0 の計算値には現実には有り得ない高濃度のものもある。③ C_0 の経時変化が湾内水及び湾外水のものに比べて大きい。など矛盾点もあり、さらに検討する必要がある。

終わりに、貴重な観測資料を提供していただいた高知県水産試験場に対し、深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 松川康夫：内湾における物質収支の解析法，さかな，26，pp. 155~159，1981.
- 2) 宇野木早苗：海水交換とその素過程について，沿岸海洋研究ノート，17 (2)，pp. 89~98，1980.
- 3) Parker, D. S., D. P. Norris and A. W. Nelso: Tidal exchange at Golden Gate, J. of ASCE SA2, pp. 305~323, 1972.
- 4) 高知県水産試験場：昭和 57 年度赤潮対策技術開発試験報告書，1983.