

石運船から投入された捨石粒子群の 堆積形状に関する基礎的研究

小田 一紀*・角谷 広樹**・岩田 潔***

1. ま え が き

混成防波堤の基礎マウンドは底開式バージから砕石を投入した後、潜水作業等によって所定の断面形に整形して造られるが、水深の増大とともに砕石の散らばり幅も拡がるので、設計どおりのマウンドを造るにはその堆積形状をできる限り正確に予測し、合理的な投入計画を立てる必要がある。

水中に投入された粒子の沈降挙動や散乱分布については比較的多く研究が行われており、Alger ら¹⁾、高橋ら²⁾および小田ら^{3),4)}などの単一粒子の沈降速度に関する研究、また筋内^{5),6)}、吉川ら⁷⁾、林ら⁸⁾、河野ら⁹⁾および昨年¹⁰⁾の海講で発表された矢内ら¹⁰⁾の単一粒子あるいは多数の粒子の散乱分布に関する基礎的研究がある。

一方、本研究が取扱うような底開式バージから投入された粒子群の散乱に関しては堀口らの差分法およびMAC 法による一連の理論的研究^{11),12)}、具体的なバージ模型を用いて、主として堆積形状の解明に取り組んだ小川ら¹³⁾、桑野ら¹⁴⁾、武藤ら¹⁵⁾の研究がある。しかし、これらは何れもそれ自身の沈降によって誘起される流れがその拡散挙動に大きな影響を及ぼすような微細な土砂粒子群を対象としており、本研究が取扱うような粒子そのものの慣性力が卓越する大粒径の砕石粒子群を対象としていない。そのような研究としては古野ら¹⁶⁾、安濃¹⁷⁾および奥出ら¹⁸⁾の実験的なものがあるのみで理論的な取り組みをしたものは未だ見当たらない。本論文では近似的な拡散モデルを適用して、底開式バージから静水中に投入された砕石粒子群の堆積形状を予測する実用的な計算式を提案する。

2. 拡散モデル

一般に、拡散は流体の分子運動や乱流運動によって流体中の物質が拡がる現象を指すが、水中を沈降する砕石粒子群の散乱は、粒子群そのものを流れと見なし、その

流れの中での粒子同志の衝突および粒子と流体との相互作用によって粒子が3次元空間に確率論的に拡がる、一種の拡散現象と見る事ができる。本研究では、砕石粒子群の堆積形状を予測する実用的な解析法を提案することを目的として思い切った理論の単純化を図り、次のような拡散モデルの適用を試みる。

すなわち、水面から投入された粒子群はその平均的な沈降速度で下降する仮想水平面（以後、拡散平面と呼ぶ）上を2次的に拡がり、鉛直方向には拡がらないと仮定する。このモデルは実際の現象には忠実ではないが、本研究の目的が沈降途中における粒子の空間的濃度分布の予測ではなく、水底に達したときの堆積形状の予測にあるので、3次的に散乱している粒子を、最初から鉛直方向にのみ、一つの水平面上に累積して取扱うものである。

2.1 拡散方程式とその解

(1) 面源からの瞬間投入

前述の拡散平面に、i) 物質の移動は濃度の高い方から低い方へ生じる、ii) 単位時間に単位面積を通過する物質量は移動する方向の濃度勾配に比例する、という仮定に基づく Fick の拡散理論を適用し、各座標軸方向の拡散係数はそれぞれの軸方向で一定と仮定すると、周知のように、拡散方程式は式 (1) のように表わされる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = K_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 t : 時間、 x, y : バージの中心に原点を一致させ、船幅および船長方向にとった平面座標、 K_x, K_y : 各座標軸方向の粒子群の拡散係数、 C は砕石粒子濃度を表わすが、前述の拡散モデルに従って、ここでは濃度として水平単位面積当たりの砕石粒子群の見掛けの体積（間隙を含む自然堆積状態における粒子群の体積）をとる。このようにとると、 C は水底上では粒子群の堆積高さを表わすことになる。

バージ底開口部からの砕石投入を想定して、まず図1に示すように、幅 b 、長さ l の矩形面源からの瞬間投入の場合について式 (1) の解を導く。

初期条件は、

* 正会員 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 大阪市港湾局計画課

*** 正会員 東洋建設株式会社 鳴尾技術センター

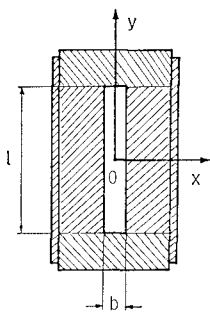


図-1 バージ底矩形開口部と座標系

$$C(x, y, 0) = \begin{cases} C_0 \cdot \delta(t) & : |x| \leq l/2, |y| \leq b/2 \\ 0 & : |x| > l/2, |y| > b/2 \end{cases} \quad (2)$$

のように設定する。ここに、 C_0 は初期濃度、すなわち投入直前における単位面積当りの粒子群の見掛けの体積を表わす。また、 $\delta(t)$ は Dirac の delta の関数である。

一般に、初期条件を $C(x, y, 0) = f(x, y)$ と書くと、式(1)の一般解はフーリエ変換によって式(3)のように得られる。

$$C(x, y, t) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta) \frac{1}{\sqrt{2K_x t}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2K_y t}} \times \exp \left\{ -\frac{(x-\alpha)^2}{4K_x t} - \frac{(y-\beta)^2}{4K_y t} \right\} d\alpha \cdot d\beta \quad (3)$$

現象が等方性であると仮定して、 $K_x = K_y = K$ とおき、初期条件式(2)を式(3)に適用すると、

$$C(x, y, t) = \frac{C_0}{4\pi K t} \int_{-b/2}^{b/2} \exp \left\{ -\frac{(x-\alpha)^2}{4K t} \right\} d\alpha \times \int_{-l/2}^{l/2} \exp \left\{ -\frac{(y-\beta)^2}{4K t} \right\} d\beta \quad (4)$$

ここで、

$$\frac{\alpha - x}{2\sqrt{Kt}} = p, \quad \frac{\beta - y}{2\sqrt{Kt}} = q \quad (5)$$

のように変数変換すると、結局式(4)は

$$C(x, y, t) = C_0 \cdot \Phi(x, y, t) \quad (6)$$

ここに、 $\Phi(x, y, t)$ は式(7)で表わされる、単位濃度の瞬間投入に対する拡散平面上での濃度分布を表わす。

$$\Phi(x, y, t) = \frac{1}{4} \left[\operatorname{erf} \left\{ \frac{b/2 + x}{2\sqrt{Kt}} \right\} + \operatorname{erf} \left\{ \frac{b/2 - x}{2\sqrt{Kt}} \right\} \right] \times \left[\operatorname{erf} \left\{ \frac{l/2 + y}{2\sqrt{Kt}} \right\} + \operatorname{erf} \left\{ \frac{l/2 - y}{2\sqrt{Kt}} \right\} \right] \quad (7)$$

$$\operatorname{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-p^2} dp \quad (8)$$

で定義される誤差関数を表わす。

前述の拡散モデルの仮定に従って、拡散平面が粒子群の平均的な沈降速度で下降し、水底に達するに要する時

間(粒子群の平均沈降時間と呼ぶ)を T とすると、水底における粒子群の堆積高さ分布 $H(x, y)$ は式(6)において $t = T$ とおくことによって式(9)のように求められる。

$$H(x, y) = C_0 \cdot \Phi(x, y, T) \quad (9)$$

(2) 面源からの連続投入

バージ船からの実際の砕石投入は式(2)で表わされるように瞬間的でなく、有限時間になされるので、式(9)はそのままでは適用できない。この場合は、連続投入条件を

$$f_0(x, y, \tau) = \begin{cases} f_0(x, y, t) \delta(t - \tau) & : |x| \leq l/2, |y| \leq b/2 \\ 0 & : |x| > l/2, |y| > b/2 \end{cases} \quad (10)$$

のように表わし、この入力に対する応答を線形性の仮定の下で Duhamel 積分を適用して求める。すなわち、時刻 $t = \tau$ における単位濃度の瞬間投入 $\delta(t - \tau)$ に対する水底における応答(水底における粒子の堆積高さ分布) $h(t - \tau)$ は、本拡散モデルに従う限り、投入時刻 τ に無関係に、式(6)から

$$h(t - \tau) = \Phi(x, y, T) \quad (11)$$

で与えられる。したがって、連続投入時の濃度が $f_0(x, y, \tau)$ なる入力に対する出力(水底における堆積高さ分布) $H(x, y)$ は Duhamel 積分から

$$H(x, y) = \int_{-\infty}^{\tau} f_0(x, y, \tau) \cdot h(t - \tau) d\tau = \Phi(x, y, T) \int_{-\infty}^{\tau} f_0(x, y, \tau) d\tau \quad (12)$$

のように得られる。

今、バージからの砕石粒子の連続投入条件 f_0 が図-2に示すような矩形型の場合を考えると、

$$f_0(x, y, \tau) = \begin{cases} c_0 & : 0 \leq \tau \leq \tau_0 \\ 0 & : \tau < 0, \tau > \tau_0 \end{cases} \quad (13)$$

と書けるので、

$$H(x, y, \tau) = c_0 \tau_0 \cdot \Phi(x, y, T) \quad (14)$$

となる。ここに、 c_0 は単位時間・単位面積当りの初期砕石粒子群の体積(以後、初期投入速度と呼ぶ)、 τ_0 は投入時間を表わす。

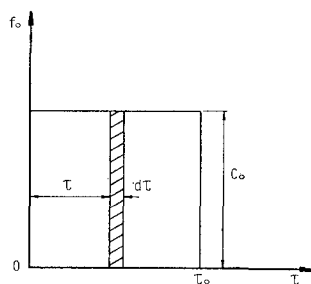


図-2 連続投入濃度の時間変化

3. 実験による拡散モデルの適用性の検討

3.1 実験装置と方法

石運船の模型は、図-3 に示すような、1 000m³ 型底開式バージの、縮尺 1/60 のものを、真鍮で製作した。

模型船の空荷時の重量は Froude 則に従って実物の重量にほぼ一致させた。底扉の開放の仕方は、実船ではシリンダー内の油圧力を解除して、砕石の自重と底扉の浮力の釣合いで開くようになっているが、模型では底扉を油圧シリンダーで引上げる代わりに、細いワイヤー線で引張り、この上端を引っかけてあるデッキ上の支持棒を瞬間的に折り曲げることによってワイヤー線の張力を解除して、実船の油圧解除に代えた。

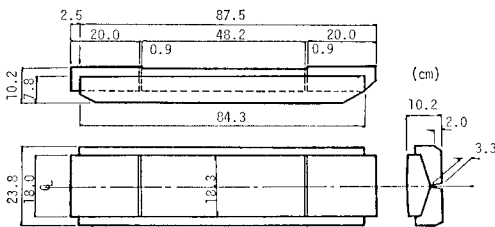


図-3 石運船模型の形状と寸法

実験に用いた水槽は、長さ 1.5m、幅 1.5m、深さ 1.2m のガラス張り銅製水槽である。水槽の上端には粒子の堆積形状を測定するための移動式多点目盛棒を設置した。

砕石粒子は、図-4 (a) に示すような重量分布を有する A 粒子群と同図 (b) のような B 粒子群の 2 種類を用いた。A 粒子群の見掛けの単位重量は 1.443 gf/cm³ (1.414 × 10⁻² N/cm³)、1 個の平均重量は 0.88 gf (8.6 × 10⁻³ N)、B 粒子群はそれぞれ、1.438 gf/cm³ (1.409 × 10⁻² N/cm³) および 0.69 gf (68 × 10⁻³ N) である。また、粒子形状は、粒子の外接直方体の 3 辺の長さを大きい順に a, b, c と表わすとき、それぞれの粒子群の b/a, c/b の平均値および方形係数 C₀=V/abc (V: 粒子群体積) の平均値が表-1 に示すような値をもつものである。表-1 からわかるように、A 粒子群と B 粒子群の形状には大きな差はないが、A 粒子群の方がやや角ばっている。

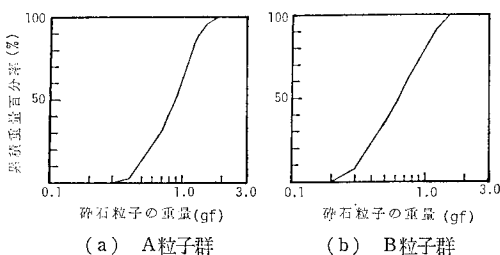


図-4 実験に用いた砕石粒子群の重量分布(累積重量百分率)

表-1 実験に用いた砕石粒子の形状特性

粒子群の種類	$\langle b/a \rangle$ mean	$\langle c/b \rangle$ mean	$\langle C_0 \rangle$ mean
A	0.73	0.71	0.41
B	0.75	0.75	0.40

また、実験の種類と投入条件は表-2 に示すごとくである。

表-2 実験の種類と投入条件

CASE	粒子群	水深 h (cm)	1回の投入重量 W (gf)	1回の投入体積 V (cm ³)	開扉幅 b (cm)	平均投入時間 τ_0 (sec)	投入回数
A	B	100	6 660	4 630	2.3	7.7	5
B	A	"	6 680	"	2.6	6.4	"
C	B	"	6 660	"	"	5.7	"
D	"	"	7 500	5 215	"	6.2	"
E	"	"	"	"	2.3	8.5	4
F	"	"	6 660	4 630	3.0	4.0	5
G	"	70	"	"	2.6	5.9	3

3.2 実験結果と計算結果の比較

各実験ケースにおける第 1 投目と第 2 投目の堆積高さ分布について、式 (7) と式 (14) から得られる計算値が測定値に最もよく一致するような未知数 $K \cdot T$ (粒子群の拡散係数と平均落下時間の積) を最小自乗法で求めると表-3 のごとくである。表-3 表において、投入速度 c_0 は

$$c_0 = \frac{V}{b l \tau_0} \dots\dots\dots (15)$$

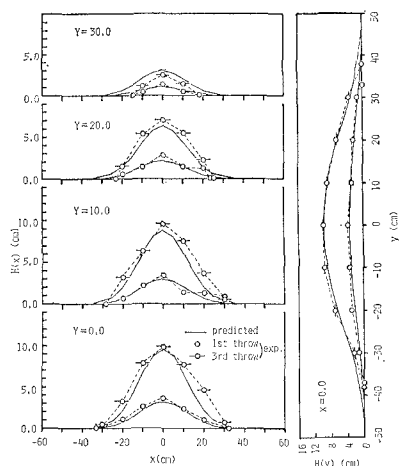
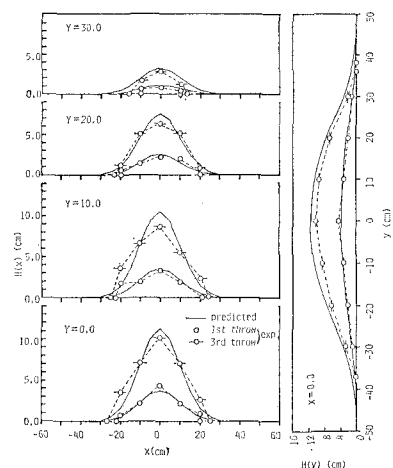
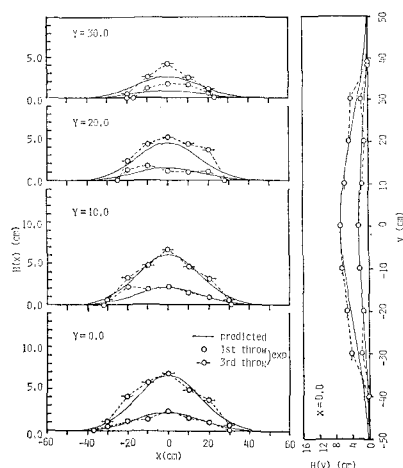
から求めた。ここに、V: 1 回の投入体積、 τ_0 : 投入時間。

第 1 投目と第 3 投目の堆積高さ分布について、表-3 の $K \cdot T$ 値を用いて得られた計算値と実験値を比較して示すと図-5 (a), (b) および (c) のごとくである。

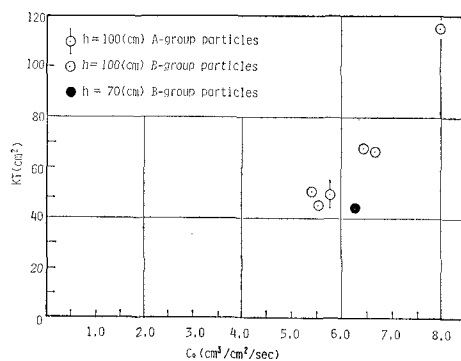
表-3 堆積高さの実験値と計算値の比較から得られた最適 $K \cdot T$ 値

CASE	粒子群	投入速度 c_0 (cm ³ /cm ² /sec)	$K \cdot T$ (cm ²)
A	B	5.42	50.4
B	A	5.77	50.0
C	B	6.48	67.9
D	"	6.71	66.8
E	"	5.53	45.4
F	"	8.00	116.0
G	"	6.26	44.0

これらの図から明らかなように、 $K \cdot T$ 値を適切に選ぶことによって式 (7) と式 (13) から計算される砕石粒子群の堆積高さ分布は全般的に実験結果とよく一致しているといえる。ただし、CASE-F のように投入速度が大きくなるとマウンドの法先部で一致度が悪くなるが、これは投入速度が大きいと粒子群の沈降によって誘起される流れの影響が大きくなるためではないかと思われる。また、本論文中には示さなかったが、第 4~第 5 投目になるとマウンドの法面勾配が急になり、部分的に法

(a) CASE-A, $K \cdot T = 50.4 \text{ (cm}^2\text{)}$ (b) CASE-C, $K \cdot T = 67.9 \text{ (cm}^2\text{)}$ (c) CASE-F, $K \cdot T = 116.0 \text{ (cm}^2\text{)}$

図一5 堆積高さ分布の計算値と実験値の比較

図一6 実験から得られた $K \cdot T$ 値と c_0 の関係

面の滑落を生じるので、このような影響が考慮されていない本拡散モデルによる堆積高さの計算値は中央部で過大、裾部で過小な値を与える。

図一6は表一3に示した投入速度 c_0 と $K \cdot T$ 値の関係を表わしているが、 $K \cdot T$ 値は c_0 の増加と共に急激に増大する傾向を示している。 $h=70 \text{ cm}$ の場合の CASE-G は $h=100 \text{ cm}$ の場合の 70% 程度の $K \cdot T$ 値を示しているが、粒子群の平均沈降速度が一定と仮定すると平均沈降時間 T は水深に比例するので、この差は拡散係数 K の値が水深にあまり関係しないことを示しているとも考えられる。また、データ数が少ないので明確なことは言えないが、A粒子群とB粒子群の $K \cdot T$ 値にはほとんど差がないように思われる。以上のことから、拡散係数 K は主として c_0 に依存し、粒子形状や水深にはあまり影響を受けないのではないかとと思われる。

4. 結 論

以上、本研究においては、底開式バージから静水中に投入された砕石粒子群の水底における堆積形状を予測する実用的な予測手法を見出すために、近似的な2次元拡散モデルを提案し、模型実験によってそのモデルの適用性を検討した。その結果、以下のような結論が得られた。

(1) 本拡散モデルから予測される砕石粒子群の堆積高さ分布は拡散係数と平均沈降時間の積 $K \cdot T$ の値を適切に選べば実験結果とよく一致する。

(2) 堆積高さが高くなると、マウンド法面から粒子が滑落するので、同一地点で4回～5回以上重複して投入する場合は本拡散モデルの適用性が悪くなる。

(3) 実験結果から逆算される $K \cdot T$ 値は、主として投入速度 c_0 に支配され、 c_0 の増加と共に急激に大きくなる。

(4) 粒子群の平均沈降速度が沈降過程において一定であると仮定すれば、拡散係数 K の値は水深や粒子形状にあまり影響を受けず、主として c_0 に依存することが

示唆される。

実験条件が限定され、データ数も少ないが、思い切った単純化を図ったにもかかわらず、本拡散モデルの有効性は概ね確認できたと思われる。今後は、実験条件の範囲を広げると共に、データ数を増やし、信頼性の高い拡散係数の値を求めることが必要であり、また、その実験値の相似性についても検討を要すると思われる。さらに、粒子群の平均沈降時間 T の合理的な割り出し法を見出すことも課題である。

終りに、実験と資料解析に多大な苦勞をおかけした、当時大阪市立大学工学部学生（現在京阪コンクリート株式会社勤務）白石芳明君に心から謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Alger, G. R. and D. B. Simons: Fall velocity of irregular shaped particles, Jour. of Hydraulic Eng., ASCE, Vol. 9, pp. 721~732, 1968,
- 2) 高橋英俊・他：捨石の水中落下速度について、港湾技研資料, No. 249, 1976.
- 3) 小田一紀・角谷広樹・遠藤正男：捨石群の沈降挙動（その 1. 沈降碎石の抵抗係数）、土木学会関西支部年講概要集, 1982.
- 4) 角谷広樹・小田一紀・遠藤正男：碎石粒子の沈降速度、土木学会第 37 回年講概要集 (2), 1982.
- 5) 箭内寛治：砂および礫の水中落下の散らばりに関する研究、土木学会論文集, 第 69 号, pp. 51~57, 1960
- 6) 箭内寛治：砂の自由落下および波を受けるときの平面的な散らばりについて、土木学会論文集, 第 71 号, 1960.
- 7) 吉川秀夫・福岡捷二・吉川勝秀：流体と固体粒子の相互作用に関する研究、土木学会論文報告集, 第 260 号, pp. 89~100, 1977.
- 8) 林 泰造：流体中を沈降する粒子の乱流特性について、第 24 回水理講演会論文集, pp. 7~12, 1989.
- 9) 河野二夫・藤田智康：水中を落下する固体粒子の散らばりに関する研究、第 27 回海岸工学講演会論文集, pp. 230~234, 1980.
- 10) 矢内栄二・大槻 忠：水中落下土砂の拡がり幅への水深の影響について、第 30 回海岸工学講演会論文集, pp. 613~616, 1983.
- 11) 堀口孝男・富田 勇・堀江 毅：三次元モデルによる流れと拡散の数値解法について（その 1 およびその 2）、第 24 回海岸工学講演会論文集, pp. 447~451, 1977 および第 25 回海岸工学講演会論文集, pp. 508~512, 1978.
- 12) 堀口孝男・曾我部隆久・堀江 毅：三次元モデルによる流れと拡散の数値解法について（その 3 およびその 4）、第 26 回海岸工学講演会論文集, pp. 600~604, 1979, および第 27 回海岸工学講演会論文集, pp. 458~462, 1980.
- 13) 小川 元・竹内益雄：土捨船による投棄土砂の分散、土木学会論文報告集, 第 161 号, pp. 39~49, 1969.
- 14) 桑野定美・他：土捨船投下土砂の分散滞績実験例、農業土木学会論文集, 第 47 号, pp. 56~61, 1973.
- 15) 武藤碩夫・吉井総介・石田 勉：大規模埋立用底開ページによる土砂投下の研究、三菱重工技報, Vol. 11, No. 1, 1974.
- 16) 古野靖久・鎌田政雄：捨石投入船の開発試験、北海道開発局建機技報, Vol. 59, pp. 1~11, 1981.
- 17) 安濃 豊：捨石投入船の模型実験、北海道開発局建機技報, Vol. 14, No. 57, pp. 43~46, 1979.
- 18) 奥出 律・山谷弘幸・松本 茂：底開式ページによる捨石マウンドの造成に関する実験、港湾技術研究所報告, Vol. 21, No. 4, pp. 131~171, 1982.