

空気潜袋群による波の遮断機構 (2次元解析による考察)

上床 隆彦*, 井島 武士**, 牛房 幸光***

1. 概 要

図-1 に示すような円筒形の上端が半球面で下端が開いた薄い膜の袋を 図-2 に示すように円盤に取りつけて適量の空気を入れ、円盤を水中に固定すると、袋は鉛直軸 OO' を対称軸とする電球形となって安定する。くびれた下部の断面 $a \sim a$ は (b) の 1, 2, 3, 4, 5 で示すような縦じわが出来て、その間に膜がひだ状に重なっている。

この状態の袋を以下では「潜袋」と呼ぶ。

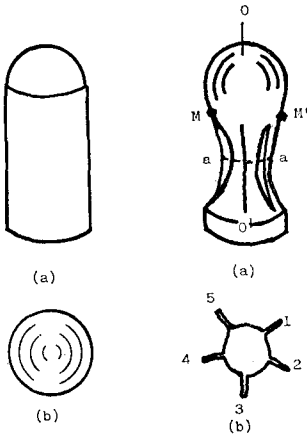


図-1 潜袋膜

図-2 潜袋

2 枚の潜袋を 図-3 (a) のように、水深 h の海域に設置し、通気管によって連通したものに、 H_i の波が入射すると、圧力変動によって潜袋の形状と体積が変化し、反射波 H_r と通過波 H_t を生じ、同時に通気管内の空気流の乱れによるエネルギー損失によって波が遮断される。之を 図-3 (b) のように並列すると消波堤の機能を示すことにもなる。一例として水深 $h=35\text{cm}$ 、幅 $\bar{B}=15\text{cm}$ の水路底面に体積 $Q=1000\text{cc}$ 、高さ $F=20\text{cm}$ 、直径 $D=11\text{cm}$ の潜袋を $B=3h=105\text{cm}$ 、天端水深 $A=2\text{cm}$ 、 $h_0=0$ として内径 2.2cm の管で連通し設置し

た場合の通過率 K_t の測定値を相対水深 h/L について示すと、図-4 の○印のようで、潜袋を連通しない場合を□で示した。反射率 K_r は示さないが、何れの場合も 0.2 以下の程度である。尚入射波振幅は 2.0cm としている。

固体における K_t は 0.9 程度で変動に特性はなく、連通しない潜袋における K_t には潜袋の変形効果があって $h/L > 0.25$ 付近から低下を示している。連通した潜袋では体積変化の効果加はって $h/L \approx 0.17$ で極小を示し、 $h/L \approx 0.30$ から急速な低下を示している。この傾向は潜

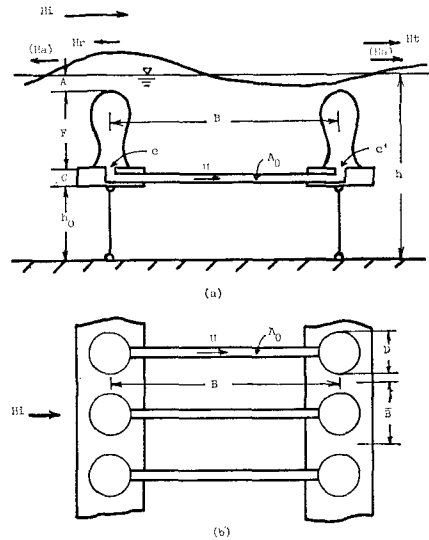


図-3 潜袋配列による消波装置

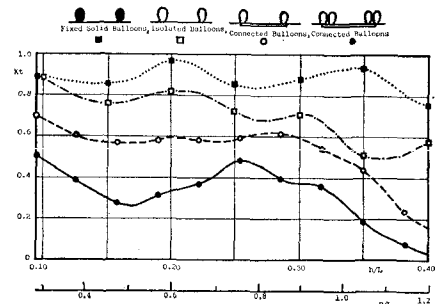


図-4 固体と潜袋の種々の組合せの場合の通過率

* 正会員 大分高専助教授 土木工学科

** 正会員 工博 九州大学教授 工学部水土木学科

*** 九州大学技官 工学部水土木学科

袋を2ヶ宛とした場合に更に明瞭である. このような連通潜袋における h/L に関する K_t の変化傾向は $h/L \approx 0.25$ を境界として異なる. 即ち $h/L < 0.25$ の長波長帯では連通による体積変化によって誘起される Radiation Wave の効果が卓越し, 2次元解析による近似的な予測が可能である. $h/L > 0.25$ の短波長帯では変形の少ない没水潜袋群による波の遮断作用が卓越し, 3次元解析を必要とする. それは長波長域での2次元解析法によるときは, h/L の増加と共に K_t は1.0の値に漸近し, 短波長域での K_t の低下と反対傾向を示すことになるからである. 本論文は長波長域に適用される2次元解析法について述べるもので, 両者を包括する3次元理論については次の機会に譲る.

2. 潜袋の形状

密度 ρ の流体の静水面に原点 O , 鉛直上方に z 軸をとり, 密度 ρ_m 厚さ δ の膜を以て密度 ρ^* ($\ll \rho$) の空気を包んだ潜袋が水中に固定されているとする. その鉛直対称軸を含む断面形を 図-5 の BMOM'B' とする. 断面上の点 A での切線の水平 x 軸とのなす角度を θ , 断面に沿ふ長さを s , 張力を T , 点 A 近傍での内外流体の圧力を夫々 p^* 及び p , 重力の加速度を g とし, 水平と鉛直方向及び頂点 O' での平衡を考慮し, 且 $\rho^* \ll \rho$, $\rho_m g \delta \ll \rho g h_0'$ の条件を用いると次の関係式を得る.

$$dT/ds = 0 \quad \text{即ち} \quad T = \text{constant} = T_0 \quad \dots\dots\dots(2.1)$$

$$d\theta/ds = -\rho g(z + h_0')/T_0 + (d\theta/ds)_{O'} \quad \dots\dots\dots(2.2)$$

断面の変曲点を M, M' , その深さを h^* とし, 水深 h によって

$$T' = T/\rho g h^2, (z', s', h^*) = (z/h, s/h, h^*/h) \quad \dots\dots\dots(2.3)$$

として無次元化した後, 肩符を省略すると, 変曲点では $d\theta/ds = 0$ を考慮すると, 式 (2.1), (2.2) により次の関係を得る.

$$d\theta/ds = -(z + h^*)/T_0 \quad \dots\dots\dots(2.4)$$

上式は張力 T_0 と変曲点の深さ h^* が与えられたとき,

頂点の深さ h_0' を任意とする潜袋の断面形を示すものとなる. 数値計算によると, T_0 を指定して, $z = -h_0'$ から $\theta_{O'} = 0$ として計算を始めると, $z = -h^*$ で変曲点が現はれ, そこでは張力の鉛直成分 $T_0 \sin \theta^*$ が浮力と平衡するのが確かめられる. 即ち式 (2.4) は変曲点より上部について成立する. 変曲点以深では, 浮力の増加に対応して張力は増加すべきで, 次式が妥当である.

$$\begin{aligned} dT/ds &= x + (z + h^*) \cdot \cot \theta \\ d\theta/ds &= -(z + h^*)/T \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(2.5)$$

3. 潜袋変形の力学モデル

潜袋外部の流体運動は速度ポテンシャルをもつ. そして内部空気の運動も, 時間変化が緩やかで, 管によって連結される一対の潜袋系の全容積の変化は小さく, 近似的に非圧縮性流体のポテンシャル運動と仮定する. 従って入射波に対応する潜袋及び内外の流体運動は, 境界上の力学条件を確定すれば, グリーンの公式による周辺積分法により解析される.

(1) 潜袋膜面における境界条件

図-6 に示す静止膜面上の点 A 及び ΔS だけ隔る点 B は膜の運動による外向き法線変位 ξ_1, ξ_2 及び切線変位 η_1, η_2 により, 夫々点 A^*, B^* に移るものとする. 点 A, B 及び A^*, B^* における膜面への切線と水平軸のなす角度を夫々 θ_1, θ_2 及び θ_1^*, θ_2^* とすると点 B → 点 A の極限として次の関係が得られる.

$$\tan \theta^* = \tan \theta + [\partial \xi / \partial s + \eta \, d\theta/ds] / \cos^2 \theta \quad \dots\dots\dots(3.1)$$

$$d\theta^*/ds = \partial^2 \xi / \partial s^2 + \eta \, d^2 \theta / ds^2 + (1 + \partial \eta / \partial s) \cdot d\theta/ds \quad \dots\dots\dots(3.2)$$

上式右辺の $\theta, d\theta/ds, d^2 \theta / ds^2$ は静止膜面の形状に関するもので, 既知量である.

膜の弾性率を G とすると変形により発生する張力 T^* は式 (3.3) で表はされ, 従って膜の変形に伴ふ張力の法線及び切線成分を考慮すると, 膜面の外向き法線方向と切線方向の運動方程式は式 (3.4), (3.5) で表はされる.

$$T^* = G(-\xi \, d\theta/ds + \partial \eta / \partial s) \quad \dots\dots\dots(3.3)$$

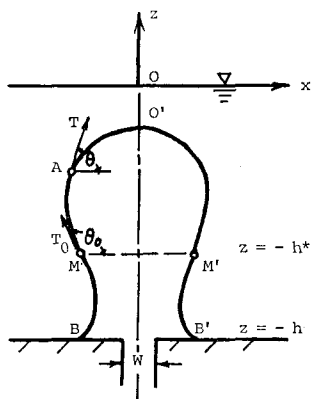


図-5 潜袋の断面形状

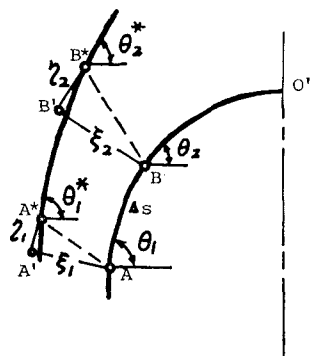


図-6 潜袋の変形

$$\begin{aligned} \rho_m \delta \partial^2 \xi / \partial t^2 = & p^* - p + T_0 [\partial^2 \xi / \partial s^2 + \eta \partial^2 \theta / \partial s^2] \\ & + (T_0 + G) d \theta / ds \cdot \partial \eta / \partial s - G (d \theta / ds)^2 \cdot \xi \cdots (3.4) \\ \rho_m \delta \partial^2 \eta / \partial t^2 = & G [-d^2 \theta / ds^2 \cdot \xi - d \theta / ds \cdot \partial \eta / \partial s \\ & + \partial^2 \eta / \partial s^2] \cdots (3.5) \end{aligned}$$

膜面とそれに接する流体においては，法線速度は等しかるべきことから，外部と内部の流体運動速度ポテンシャルを夫々 Φ, Φ^* とすると式 (3.6) を得る．また圧力変動は式 (3.7) で表はされる．

$$\begin{aligned} \partial \Phi / \partial \nu = \partial \Phi^* / \partial \nu = \partial \xi / \partial t \cdots (3.6) \\ (p^*, p) = -(\rho^*, \rho) \partial (\Phi, \Phi^*) / \partial t \cdots (3.7) \end{aligned}$$

ここで無次元ポテンシャル函数 ϕ^*, ϕ ；水深 h 及び波の周波数 σ ，入射波振幅 a_0 を以て次の表示を行ふ．

$$\begin{aligned} (\Phi^*, \Phi) = & g a_0' / \sigma \cdot (\phi^*, \phi) \exp(i \sigma t) \\ a_0 = & a_0' h, \quad \delta = \delta' h, \quad \sigma^2 h / g = \Gamma, \quad G = \rho g h^2 G' \\ (\rho^*, \rho_m) = & (\rho^*, \rho_m') \rho, \quad (\xi, \eta) = (\xi' / h, \eta' / h) \exp(i \sigma t) \\ \nu = & \nu' h, \quad s = s' h \cdots (3.8) \end{aligned}$$

式 (3.8) を (3.4) ~ (3.6) に適用して無次元化しその後肩符を省略すると次の関係となる．

$$\begin{aligned} \rho^* \phi^* - \phi + i [T_0 (\partial^2 \xi / \partial s^2 + d^2 \theta / ds^2 \cdot \eta) \\ + (T_0 + G) \cdot d \theta / ds - \partial \eta / \partial s + \{\rho_m \delta \Gamma \\ - G (d \theta / ds)^2 \} \cdot \xi] = 0 \cdots (3.9) \\ \rho_m \delta \Gamma \eta - G [d^2 \theta / ds^2 \cdot \xi + d \theta / ds \cdot \partial \xi / \partial s - \partial^2 \eta / \partial s^2] \\ = 0 \cdots (3.10) \\ \xi = -i \phi_s / \Gamma = -i \phi_s^* / \Gamma \cdots (3.11) \end{aligned}$$

(2) 2 個の潜袋の連通に関する条件式

図-3 (a) に示す潜袋の底面の空気孔 e, e' における孔幅を W ，連通管の断面積を A_0 ，それが受持つ奥行きを $\bar{B}$ とする．管内の断面平均流速を U ，之に比例すると仮定した抵抗の係数を μ とすると，次の連続と運動の方程式が成立つ．

$$U = m \Phi_s^*(e) = -m \Phi_{s'}^*(e'), \quad m = \bar{B} W / A_0 \cdots (3.12)$$

$$dU / dt = -\partial p^* / \rho^* \partial x - \mu U \cdots (3.13)$$

上式から次の関係を得る．

$$[\phi_s^*(e), -\phi_{s'}^*(e')] = [\phi^*(e) - \phi^*(e')] / b m (1 - \gamma) \cdots (3.14)$$

ここで

$$\gamma = i \mu / \sigma, \quad b = B / h$$

(3) 仮想境界面上のポテンシャル函数

図-7 は 図-3 (a) に対応する計算領域を示し，AB, A'B' は潜袋から充分はなれた位置 ($x = \pm l$) における仮想境界面で，面 A'B' から面 AB に向って入射波が進行するものとする．故に $x = l$ では通過波， $x = -l$ では入射波と反射波があり，夫々の位置でのポテンシャル函数は次のように表はされる．

$$\begin{aligned} (\phi_0, \phi_0') = & (K_t, 1 + K_r) \cdot B(z) \cdots (3.15) \\ (\bar{\phi}_0, \bar{\phi}_0') = & i \lambda (K_t, -1 + K_r) \cdot B(z) \end{aligned}$$

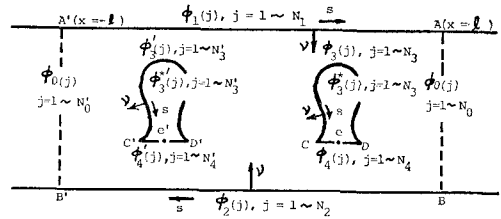


図-7 計算領域とポテンシャル函数の定義

ここで

$$\begin{aligned} B(z) = & \text{ch } \lambda (1 + z) / \text{ch } \lambda, \quad \bar{\phi}_0 = -\partial \phi_0 / \partial x, \\ \bar{\phi}_0' = & \partial \phi_0' / \partial x, \quad \lambda \text{ は無次元波数である.} \end{aligned}$$

(4) 計算式

計算域の境界面におけるポテンシャル函数と計算点数を 図-7 に示すように定め，潜袋膜面では ϕ_s, ϕ_s' ； $\phi_s^*, \phi_s'^*$ ；潜袋孔では $\phi^*(e), \phi^*(e')$ として示す．自由表面では $\bar{\phi}_1(j) = -\Gamma \phi_1(j)$ ，不透過面では $\bar{\phi} = 0$ ，膜面条件式 (3.9) ~ (3.11) 及び潜袋孔条件式 (3.14) をグリーンの公式に適用して次の連立方程式を得る．

(i) 潜袋外領域

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{N_1} [F_{i,j} + \Gamma E_{i,j}] \phi(j) + \sum_{j=1}^{N_2} F_{i,j} \phi_2(j) \\ + \sum_{j=1}^{N_3, N_3'} \left[\rho^* F_{i,j} \phi_{s, s'}^*(j) - \frac{T_0}{\Gamma (ds)^2} F_{i, j-1} \right. \\ + \left. \left\{ \rho_m \delta - \frac{G}{\Gamma} \left(\frac{d \theta}{ds} \right)^2 \right\} F_{i, j} + \frac{T_0}{\Gamma (ds)^2} F_{i, j+1} \right. \\ + \left. E_{i, j} \right] \cdot \{ \bar{\phi}_s^*(j), \bar{\phi}_s'^*(j) \} \\ + i \frac{T_0 + G}{2ds} \left(\frac{d \theta}{ds} \right)_j F_{i, j} \{ \eta(j+1) - \eta(j-1) \} \\ + (K_r, K_t) \cdot \sum_{j=1}^{N_0, N_0'} (F_{i, j} + i \lambda E_{i, j}) \cdot B(z) \\ = - \sum_{j=1}^{N_0'} (F_{i, j} - i \lambda E_{i, j}) \cdot B(z) \cdots (3.16) \\ G / (ds)^2 \cdot \eta(j-1) + [\rho_m \delta \Gamma - 2G / (ds)^2] \cdot \eta(j) \\ + G / (ds)^2 \cdot \eta(j+1) = i G [(d \theta / ds)_j \bar{\phi}^*(j-1) / 2ds \\ - (d^2 \theta / ds^2)_j \bar{\phi}^*(j) - (d \theta / ds)_j \bar{\phi}^*(j+1) / 2ds] / \Gamma \cdots (3.17) \end{aligned}$$

(ii) 右潜袋内領域

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{N_3} [F_{i, j} \phi_s^*(j) - E_{i, j} \bar{\phi}_s^*(j)] + \sum_{j=1}^{N_4 (\neq e)} F_{i, j} \phi_4(j) \\ + \left[F_{i, j} - \frac{E_{i, e}}{b m (1 - \gamma)} \right] \phi^*(e) + \frac{E_{i, e}}{b m (1 - \gamma)} \phi^*(e') \\ = 0 \cdots (3.18) \end{aligned}$$

(iii) 左潜袋内領域

式 (3.18) の左辺第 3 項 $\phi^*(e)$ を $\phi^*(e')$ ，第 4 項 $\phi^*(e')$ を $\phi^*(e)$ とし， N_3, N_4, e を夫々 N_3', N_4', e' と改める．

式 (3.16), (3.18) の係数 $E_{i, j}, F_{i, j}$ は文献 (1) に示す通りである．又式中の添字における $i = 1 \sim N_1, N_2, N_3, N_4, N_3', N_4'$ 及び $Z_p (x = l), Z_q (x = -l)$ である．

(5) 潜袋運動の力学モデル

式 (3.9), (3.10) の条件式は, 3 次元形状の潜袋を 2 次元断面におきかえたものに適用しようとするものである。

3 次元軸対称のシェル理論²⁾を張力が 0 又は正であるべき膜面に適用すると, 変曲点以深の膜面では変形運動において, 子午線方向の張力は存在するが, 緯度線方向の張力は 0 でなければならない。この事は実験によって容易に見られる所で, 潜袋上部の膜は球状に張ってゐるが, 下部は 図—2 (b) に示すように, 子午線方向に数本の膜が重なったひだを持つ縦じわが出来ている。潜袋の膨張と収縮に際しては, 縦じわの位置は変わらず, ひだにおける膜の重なり部分が, 狭くなり或は広がる運動をくり返し, 張力の抵抗をうけない円滑な運動を行うのが観察される。それ故膜面の運動に対する力学モデルは次のものが考えられる。

(i) Model I: 膜面のすべての部分に式 (3.9), (3.10) が成立つと考える場合である。

(ii) Model II: 変曲点以上の部分には一定張力 T_0 が作用しているが, ビニール膜のように膜面に伸縮は起らないので, 式 (3.3) を 0 とする ξ と η の関係が成立しているものとする。変曲点以深の膜面運動に対しては, 張力は存在しないと考える。故に変曲点以上の部分では式 (3.10) の代りに $\partial\eta/\partial s = (d\theta/ds) \cdot \xi$ を用い, 式 (3.9) では G の入る項を削除する。変曲点以深では次式を与える。

$$\phi = \rho^* \phi^* + \rho_m \bar{\phi}^* \dots \dots \dots (3.19)$$

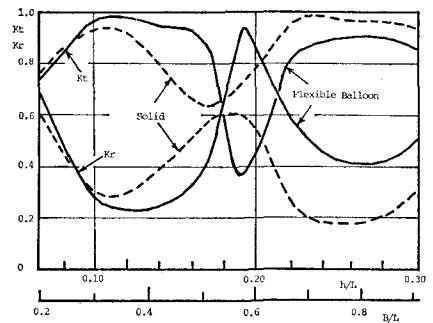
(iii) Model III: 計算の簡単のため, Model II における η を省略する。

(iv) Model IV: 最も単純な仮定として, 膜面全体にわたって張力を無視し, 式 (3.19) を適用する。

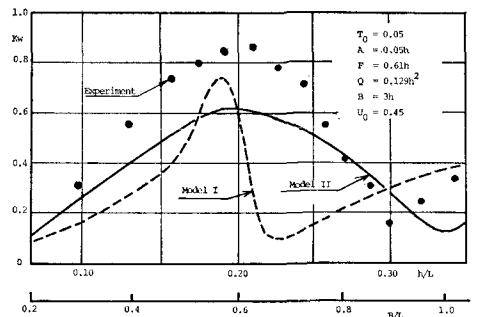
まず Model I について検討するために, 天端水深 $A = 0.05h$, 潜袋高 $F = 0.61h$, 張力 $T_0 = 0.04\rho gh^2$, 変曲点深さ $h^* = 0.25h$, 潜袋断面積 $Q = 0.129h^2$, 弾性常数 $G = 0.05\rho gh^2$, 潜袋間隔 $B = 3h$ の場合, $m = 10$, $\mu/\sigma = 5$ として計算し, 又不透過固体として計算した結果を 図—8 の破線及び実線で示した。之によると両者の h/L (又は B/L) に対する変化の傾向はよく似ており, 図—4 に示した $0.10 < h/L < 0.25$ における K_t の変化とは著しく異なっていて, Model I はここで考える潜袋の特性を表はすものとは云えない。

次に 2 ケの潜袋の空気孔での流速を $U = \Delta Q / 2Wh \cdot \sin \sigma t$ (ΔQ は潜袋断面積の変化量) としたときの発生波高と水深の比を K_w として示すと 図—9 のようで, 破線と実線は夫々 Model I と II による計算値, $\circ$ 印は類似条件での水路実験における測定値である。図—8 と 9 の結果から Model I は不適当であることは明らかである。

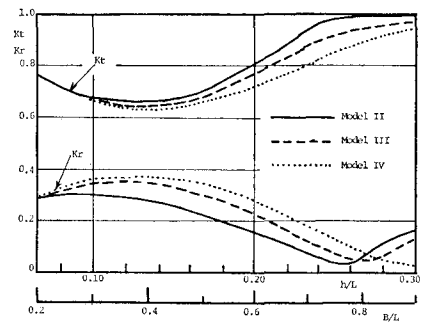
そこで 図—8 の潜袋条件に対し Model II, III, IV に



図—8 固体潜堤と連通潜袋モデル I の K_t と K_r



図—9 潜袋対の体積変化による発生波振幅と水深の比



図—10 Model II, III, IV による K_t と K_r の計算値

よる K_t と K_r を計算して見ると 図—10 のようになり, 相互の差は $h/L < 0.20$ では相当に小さく, 図—4 と比較して, 何れのモデルも実験結果の傾向をよく表はしていると言ふことが出来よう。計算の簡易さを考えて, 以下では Model III を用いた計算の結果について述べることにする。

4. 潜袋による波遮断の機構

図—10 に示した潜袋寸法に対し, $m = 5$, $\mu/\sigma = 0, 1, 5$ とした場合の K_t , K_r を計算すると 図—11 下半図の実線と破線に示すようである。之に対し連通管を閉塞し 2 ケの潜袋を孤立状態にした場合の反射率 K_{r0} と通過率 K_{t0} を 図—11 上半図の破線で示している。 K_{t0} は 1 に近く, K_{r0} は 0.1 以下で殆んど波を遮断することが出来

ないことが分る。次に入射波を0として、左右の潜袋空気孔に、連通状態での計算で得られた空気孔での $\bar{\phi}^*(e)$ 及び $\bar{\phi}^*(e')$ を与え、体積変化による発生波の振幅と水深の比 K_w を示すと、図-11 上半図の実線のようなである。

発生波は潜袋から左右両方向に進行し、その複素数振幅は通過波側への $K^{(1)}=K_w$ と反射波側への $K^{(2)}=-K_w$ で表はされる。孤立潜袋の K_{t0} と K_{r0} とは 90° の位相差があって直交しており、連通した潜袋の K_t と K_r とは $\mu/\sigma=0$ のとき、次の関係に在る。

$$K_t = K_w^{(1)} + K_{t0}, \quad K_r = K_w^{(2)} + K_{r0} \quad \dots\dots(4.1)$$

$\mu/\sigma \neq 0$ のときは、此の関係は厳密には成立しないが、 $|K_{r0}|$ は殆んど0に近く、 $K_w^{(2)}$ とほぼ直交するので、 $\mu/\sigma=0$ の場合も含めて、一般に $K_r \approx K_w^{(2)}$ の関係が成立し、 K_r は K_w によってほぼ決まる。 $|K_{t0}|=K_{t0}$ はほぼ1に近いが、 $\mu/\sigma \neq 0$ のときは一般に $K_w^{(1)}$ とは 180° に近い

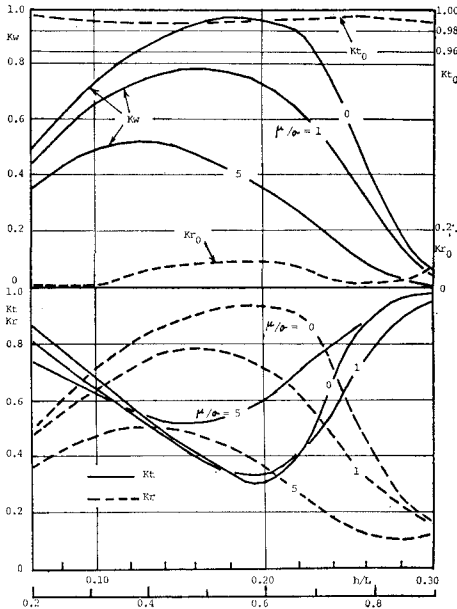


図-11 潜袋対における K_t , K_r , K_w の計算値

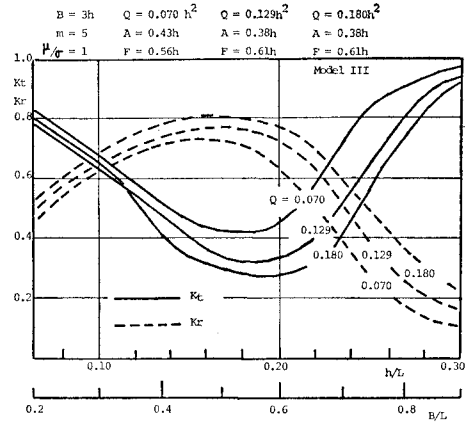


図-12 潜袋断面積の大きさによる K_t と K_r の相異

位相差があるため、合成振幅は相殺されて、図-11 下半図のように $K_t \approx K_{t0} - K_w \approx 1 - K_w$ となる。

このような潜袋の体積変化による発生波 (Radiation Wave) と通過波との相殺作用と共に、連通管内の空気流におけるエネルギー消滅作用により、波の遮断が行はれると云うことが出来る。

5. 計算例

以上述べた処によって、潜袋の遮断効果を表はす K_t の計算には Model III 又は IV を適当と考えることが出来るが、Model IV の計算例は特定形状の潜袋について、文献 (1) に示しているの、ここでは 2. に述べた潜袋形状で、 Q を異にする3ヶの例について K_t と K_r を計算した結果を図-12 に示した。当然であるが、 Q が大きくなると h/L の広い範囲にわたって K_t の値が低下することが示される。

参考文献

- 1) 井島武士・吉田明德・田中寿治・上床隆彦：空気袋潜堤による波の制御理論 (I)，九大工学集報，第55巻1号，pp. 35~42, 1982.
- 2) 秋山成興：弾性体の力学，技報堂出版，329 p., 1979.