

縦スリット直立消波工の水理機能の境界値問題解析

角野昇八*・小田一紀**・伊庭智生***・芳田利春****

1. 緒 言

不透過壁面の前面に多孔壁やスリット壁を配して消波構造とする、いわゆる直立消波工については、Jarlan¹⁾によるものを嚆矢としてこれまでも数多くの形式のものが提案、発表されてきた。したがってその消波機能や水理特性に関する研究結果も最近に至っても数多く報告されている²⁾。それらの研究における解析手法の基本は、消波室（前面板と不透過壁面間の空間）内外に仮定した速度ポテンシャルを前面板の地点に適用したエネルギー保存則等の水理法則を介して接合しようとするものである。しかるにそこでは、前面板断面開口形状の影響は実験定数の形でしか考慮されておらず、したがってそれらは厳密な意味での境界値問題解析とはいいいくいために、波の特性や消波工諸元が消波機能にどのような影響を与えるのか考察するにも多少の困難があったように思われる。

これらに対して本研究では、前面板断面開口形状の影響をより詳細に考慮して、消波工の水理機能を線形理論の範囲ではあるが理論的に解析しようとするものである。ここで解析の対象とするのは図-1に示すような縦スリットの前面板を有する直立消波工であり、その手法としては、背面不透過壁の無い多柱列のみの構造周辺の波動の境界値問題解析に対して極めて有効であることを既に証明した Matched Asymptotic Expansions (MAE) 法³⁾を適用する。

以下の理論展開においては、消波工の前面板は波長に比べて十分に小さい断面寸法の柱体列(その中心間隔 D 、スリット幅 $2a$)によって形成されているものとし、さらに消波工の消波室は、前面板を通過した波によって引き起こされた流れが一様流を復元できる程度に十分な幅を有しているものとする。また、消波工は一定水深 h の水域に設置されているものとし、波が構造物に直角に入射する場合のみを取り扱う。

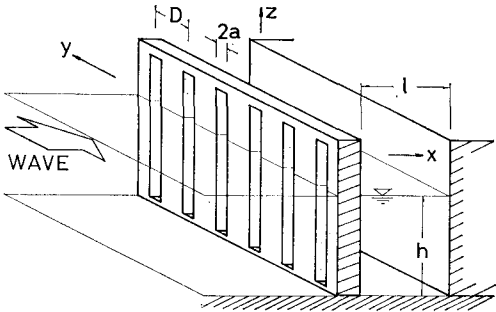


図-1 解析対象の縦スリット直立消波工

2. MAE 法の適用

(1) 問題の定式化

x 軸を静水面上スリット中心から不透過壁面に向け、また y 軸を前面板に沿って、 z 軸を鉛直上向きにとって問題を定式化する。問題は、自由表面と水底面、柱体表面、それに背面不透過壁における境界条件と無限遠方における境界条件(放射条件)を満足する3次元ラプラスの方程式の解 $\Phi(x, y, z, t)$ を求めることになる。いま、解を変数分離形で表わして時間項と鉛直座標項とを分離した形で

$$\Phi(x, y, z, t) = F(x, y) \cosh k(h+z) / \cosh kh \cdot e^{-i\sigma t} \dots\dots\dots (1)$$

のように表わせば、問題は柱体表面および背面不透過壁における境界条件および放射条件と、分散の関係式を満足するヘルムホルツの方程式の解 $F(x, y)$ を求める2次元問題に帰着させることができる。ただし式(1)において k は波数 ($=2\pi/L$, L は波長), $\sigma=2\pi/T$ (T は周期) である。ここまでの定式化は境界条件の若干の違いを除いては前論文³⁾におけるのと同様である。

さていま、消波室内外の前面板より十分に離れた点に注目するとき、そこには消波工全体からの反射波と入射波(外側)、あるいは透過波およびその背面不透過壁からの反射波(内側)の存在を保証することができる。すなわち、

$$F(x, y) \rightarrow A_I e^{ikx} + \rho A_I e^{-ikx} \quad (x \rightarrow -\infty) \dots\dots\dots (2)$$

* 正会員 工修 大阪市立大学助手 工学部土木工学科
** 正会員 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科
*** 正会員 工修 パンフィックコンサルタンツ(株)
**** 正会員 工修 東洋建設(株) 技術研究室

$$F(x, y) \rightarrow \tau A_I e^{ikx} + \rho' A_I e^{-ikx} \quad (0 \ll x < l) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに A_I は入射波の振幅に相当する複素定数であり, ρ は複素反射率, τ は複素透過率, また ρ' は消波室内不透過壁面から反射される波の入射波に対する複素反射率を表わしている. 式 (3) に対して, 不透過壁面における境界条件 $(\partial F / \partial x)_{x=l} = 0$ (l は前面板の厚さの中心から測定した消波室幅) を適用すれば ρ' と τ の関係が得られるので, 式 (3) は次式のようになる.

$$F(x, y) \rightarrow \tau A_I e^{ikx} + \tau e^{2ikl} A_I e^{-ikx} \quad (0 \ll x < l) \quad \dots\dots\dots (4)$$

(2) 外的解

スリットを透過する波によって引き起こされる流れをスリットから遠く離れた地点より観察するとき, 流れの詳細を目にすることはできず, スリット幅が波長に比べて十分に狭いときにはそれは単にわき出しからの, あるいはすい込みへの流れのように見えるにすぎない. このわき出しからの流れは, その強さが $m=1$ がであって, x - y 座標の原点におかれている場合には, 0 次の第1種ハンケル関数を用いて次式のように表わされる.

$$F(x, y) = -i/4 \cdot H_0^{(1)}(k\sqrt{x^2 + y^2}) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし, ここに $i = \sqrt{-1}$ である. なお境界条件の1つである無限遠点における放射条件は上式を採用することによって満足されることになる. 前面板のスリットの位置に対応してこのわき出しが y 軸上に等間隔 D で無数に配置されるときには, 上式の無限和を考えることにより,

$$F(x, y) = -i/4 \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_0^{(1)}[k\sqrt{x^2 + (y - nD)^2}] \quad \dots\dots\dots (6)$$

のように表わされる.

a) 外的解の outer limit

式 (6) に表わされるわき出しからの流れに対する外的解は, $y=0$ で $k|x| \rightarrow \infty$ においてその極限 (outer limit) をみるとき

$$F(x, 0) \rightarrow -i/2kD \cdot e^{ik|x|} \quad \dots\dots\dots (7)$$

のように, x 軸の正負の方向に伝播してゆく平面波として表わすことができる⁴⁾. いま例えば, 消波室内側 ($0 < x < l$) にこの無数のわき出しによる波を考えるとときには, 上式の $x > 0$ の領域に対する形を探り,

$$F(x, 0) \rightarrow -i/2kD \cdot e^{-ikx} \quad (0 < x < l) \quad \dots\dots\dots (8)$$

同時にこのときには, 前面板において質量保存則を満足せねばならないことから, 消波室外側 ($x < 0$) へは同じ強さの無数のすい込みによる流れを考える必要があり, その outer limit は,

$$F(x, 0) \rightarrow i/2kD \cdot e^{-ikx} \quad (x < 0) \quad \dots\dots\dots (9)$$

のようになる. 消波室内外にはこれらスリットから生ずる波の他にも平面波が存在し, それらを示せば 図-2 の

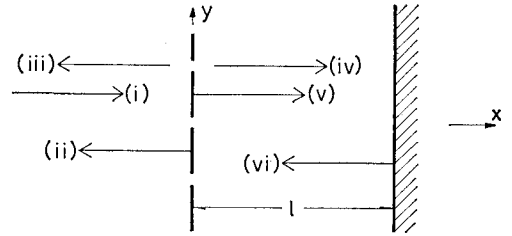


図-2 外的解

ようである.

図中, (iii) および (iv) が式 (9) および (8) に対応する波であり, さらに (i), (ii), (v), (vi) は, 前面板不透過部から消波室外側へ反射される波, 前面板不透過部から消波室内側に反射される波, 背面不透過壁からの反射波をそれぞれ示している. いまの場合, 波としてはこれらの波を考えることが必要でかつ十分であり, これら以外の波は考える必要はない. いま, これらの波を

$$(i) \quad F(x, 0) = A \cdot e^{ikx} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$(ii) \quad F(x, 0) = B \cdot e^{-ikx} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$(v) \quad F(x, 0) = -i/2kD \cdot \alpha_5 \cdot e^{ikx} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$(vi) \quad F(x, 0) = -i/2kD \cdot \alpha_6 \cdot e^{-ikx} \quad \dots\dots\dots (13)$$

のようにそれぞれ表わし, 式中の未知の複素定数 A, B, α_5, α_6 相互の関係を構造物表面における境界条件を考慮することにより定めることにする.

外的解の outer limit である (i)~(vi) の波に対して構造物表面における境界条件を考えると, 構造物断面の詳細な形状は考慮する必要はなく, 図-2 に示されるような所定の開口率 $2a/D$ を有する平板列と不透過壁とから成る断面に対する境界条件を考えさえすればよい. このような見方ができるのは部材断面寸法が波長に比べて小さいとの仮定があるからであり, 丁度, 造船工学における slender-ship theory において, 船体から十分に離れた点においては船体は1本の線に縮退して見えるに違いないとの見方をすることができのに似ている. さて, 考えるべき境界条件は, ① 前面板 ($x=0$) において (i) と (ii) の波による合成水平水粒子速度成分が0であること, ② (v) と (vi) との波に対しても同様の条件が成り立つこと, ③ 背面不透過壁 ($x=l$) において (iv), (v), (vi) の波による合成水平水粒子速度成分が0であること, である. 以上の境界条件を考慮することにより, 以下の関係を得ることができる.

$$B = A \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\alpha_5 = \alpha_6 = 1/(e^{-2ikl} - 1) \quad \dots\dots\dots (15)$$

上式の関係を式 (10)~(13) に代入すれば外的解の outer limit は確定されることになり, 消波室外側では,

$$F(x, 0) \rightarrow A \cdot e^{ikx} + A \cdot e^{-ikx} + i/2kD \cdot e^{-ikx} \quad (x \rightarrow -\infty) \quad \dots\dots\dots (16)$$

また消波室内側の前面板より十分に離れた地点では、

$$\begin{aligned} F(x, 0) \rightarrow & -i/2kD \cdot e^{ikx} - i/2kD(e^{-2ikl} - 1) \cdot e^{-ikx} \\ & - i/2kD(e^{-2ikl} - 1) \cdot e^{ikx} \quad (0 \ll x < l) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(17)$$

のようにそれらを表わすことができる。ここで先の式(2)と(16)、そして式(4)と(17)とを等置すれば、 ρ および τ , A の形が確定され、次式を得る。

$$\rho = i/2kDA_I + 1 \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$\tau = i/2kDA_I(e^{2ikl} - 1) \quad \dots\dots\dots(19)$$

$$A = A_I \quad \dots\dots\dots(20)$$

b) 外的解の inner limit

外的解を後述の内的解と接合するためには、その inner limit を知る必要がある。いまここで、 $D/L \ll 1$ の条件(スリット型消波工の場合は十分この範囲にある)の下では、式(6)から(7)への極限操作は $k|x|$ の比較的小さな値に対しても成立することを考慮すれば、外的解の inner limit として式(16)と(17)より次式を得る。

$$F(x, 0) \rightarrow x/2D + i/2kD + 2A_I \quad (x \rightarrow 0-) \quad \dots\dots\dots(21)$$

$$F(x, 0) \rightarrow \frac{x}{2D} - \frac{i}{2kD} \left(\frac{e^{-2ikl} + 1}{e^{-2ikl} - 1} \right) \quad (x \rightarrow 0+) \quad \dots\dots\dots(22)$$

(3) 内的解

視点をスリットに限りなく近づけてゆくとき、遂には柱体列をすぎる速度振幅 U の一様流を目にするに違いない。すなわち、図-3 に示すような流れを目にするこ

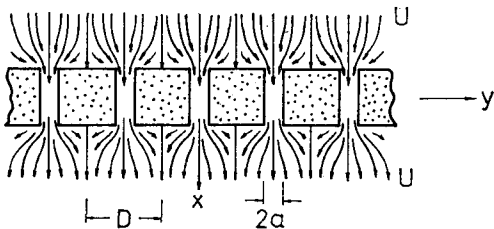


図-3 内的解

とであろう。このような流れは、消波工が十分な消波室幅を有する場合、背面不透過壁の影響はほとんど受けず、したがってその様相は壁の有無にかかわらず同じであるに違いない。そこで前論文と同様に内的解の outer limit として、ここでも次式を採用する。

$$F(x, y) = (x - C)U + C_0 \quad (x < 0) \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$F(x, y) = (x + C)U + C_0 \quad (x > 0) \quad \dots\dots\dots(24)$$

式中の C_0 は複素定数、 C は“blockage coefficient”と呼ばれる理論定数であり、その詳細な説明については前論文他に譲りたい。ただ、前面板柱体列の断面形状さえ与えられればこの C は一意的に決定されるので、柱体表面における境界条件はこの C を含む内的解によって結果的に満足されていることにのみ注意しておきたい。また

この C は、簡単な断面形状のいくつかに対しては既往の解が存在する。いま、直立消波工に対して関連性が最も高いと思われる平板列と矩形柱列に対しては C は以下のように与えられる。

a) 平板列⁵⁾

$$C/D = -1/\pi \cdot \log \sin(\pi/2 \cdot 2a/D) \quad \dots\dots\dots(25)$$

b) 矩形柱列⁶⁾

$$\begin{aligned} \frac{C}{D} = & \frac{b}{2D} \left(\frac{D}{2a} - 1 \right) - \frac{1}{\pi} \left[1 - \log 4 \frac{2a}{D} \right. \\ & \left. + \frac{1}{3} \left(\frac{2a}{D} \right)^2 + \frac{281}{180} \left(\frac{2a}{D} \right)^4 \right] \quad \dots\dots\dots(26) \end{aligned}$$

ただし b は矩形断面の波向方向の辺長を表わし、式(26)は $2a/D \ll 1$ の条件の下で有効である。

(4) Matching

Matching は、外的解の inner limit を表わす式(21)および(22)と内的解の outer limit を表わす式(23)および(24)とをそれぞれ等置することによってなされ、その結果未知の複素定数 A_I , C_0 と実定数(流速振幅) U とが以下のように決定される。

$$A_I = -C/2D - i/2kD(1 - e^{2ikl}) \quad \dots\dots\dots(27)$$

$$U = 1/2D \quad \dots\dots\dots(28)$$

$$C_0 = -\frac{C}{2D} - \frac{i}{2kD} \left(\frac{e^{-2ikl} + 1}{e^{-2ikl} - 1} \right) \quad \dots\dots\dots(29)$$

3. 実験の方法

理論解析の結果を検証するために、反射率およびスリット通過水粒子速度測定の実験を行なった。実験には長さ 50m、幅 1m、高さ 1.75m の造波水槽を用い、造波板から約 43m の地点に模型を設置した。その前面板は現実の構造に鑑みて角柱列で構成し、その一辺長は $D/l = 0.258$ の条件に対しては 15cm で、その他の条件に対しては 5cm のものを使用した。水深は全実験を通じて一定で、 $h = 50$ cm とした。開口率および D/l の条件はそれぞれ $2a/D = 0.100 \sim 0.316$ および $D/l = 0.099 \sim 0.348$ である。

波高は容量式波高計で測定し、模型より約 10m 沖側の通過波高(模型を設置しない状態で測定した波高)を入射波高とした。入射波の波形勾配は全ケースを通じて $H/L \approx 0.01$ (一定)である。反射率はいわゆる Healy の方法によって算定した。水粒子速度の測定には超小型流速計(プロベラ径 3mm)を使用し、その受感部を常に水面下 15cm の深さに設置して測定した。

4. 理論解析の結果とその実験値との比較

(1) 反 射 率

この種の構造物の水理特性のうち、最も注目される反射率の理論値(複素形)は、式(18)に式(27)を代入することにより、

$$\rho = \frac{kC - kCe^{2ikl} + ie^{2ikl}}{kC - kCe^{2ikl} + i} \dots\dots\dots(30)$$

のように得ることができる。その実数形(前論文に発表の背面に不透壁の無い場合の r_R に対して K_R とおく)は上式の絶対値をとることによって得られ、

$$K_R = |\rho| = 1 \dots\dots\dots(31)$$

である。すなわち、図-1に示される直立消波工の線形理論反射率は、波長、消波室幅、前面板断面形状のいずれの特性の如何にかかわらず常に $K_R=1$ となる。周知のように実験においては $K_R < 1$ であるので、これは一見無意味な値が得られたかのようにも見えるが、しかしそうではなく、従来考えられていたような消波室内外の水面変動の位相差等の線形効果によっては消波効果は何ら期待できないことを示しているもので、興味深い結果であると思われる。したがって直立消波工の消波機能は結局、スリットにおける非線形損失エネルギーのみによるものであることがこの結果より結論づけられよう。

(2) スリット通過水粒子速度

周知のように、前面板スリットにおいて消散される非線形損失エネルギーはスリット通過水粒子速度に大いに影響される。この速度振幅 $V_{\max}$ は、本理論においては一樣流部分の速度振幅 U に開口率 $2a/D$ を考慮して

$$V_{\max} = U \div (2a/D) = 1/4a \dots\dots\dots(32)$$

のように得られる。しかしこの形のままでは具体的な計算には不便であるので、入射波の水平水粒子速度の振幅 $u_{\max}$ に対する比の形で表わすことにする。

式(2)より入射波の水平水粒子速度は、

$$u = \partial F / \partial x = ikA_I \cdot e^{ikx} \dots\dots\dots(33)$$

ゆえにその振幅 $u_{\max}$ は、上式において $x=0$ とおき、さらに絶対値をとることによって得られるので、結局 $V_{\max}/u_{\max}$ は次式のように求められる。

$$\frac{V_{\max}}{u_{\max}} = \frac{1}{(2a/D)} \sqrt{\frac{2(1 - \cos 2kl)}{2k^2 C^2 (1 - \cos 2kl) - 2kC \sin 2kl + 1}} \dots\dots\dots(34)$$

上式は、 $C \rightarrow \infty$ においては0、また $kC \rightarrow 0$ ($2a/D \rightarrow 1$)においては

$$V_{\max}/u_{\max} = 2 \sin kl \dots\dots\dots(35)$$

となり微小振幅完全重複波の解に一致する。また、前面板の断面形状にかかわらず(kC の大小にかかわらず)、 l/L が0かあるいは $1/2$ の整数倍の時(すなわち前面板を不透壁に密着させるか腹の位置に置くとき)、その値は0となる。

図-4は、式(26)の C の値を式(34)に代入することにより算定された、角柱列の前面板を有する消波工の $V_{\max}/u_{\max}$ の理論値を相対消波室幅 l/L の関数として示したものである。理論値は、 l/L の他、前面板断面形状、開口率 $2a/D$ さらに D/l の関数として表わされる。

また図中には、同条件にある実験値および反射率の実験値も示した。ただし流速比の実験値の算定における $u_{\max}$ には、微小振幅波理論による値を用いている。これらの図によれば、まず、全般に $V_{\max}/u_{\max}$ に関する理論値と実験値との整合性が良いことが認められ、したがって本理論の妥当性が証明されているものと思われる。ただピーク値をとる付近(特に $2a/D=0.15$ の場合)では両者の合致の程度は若干悪く、理論値は実験値よりも大きめの値を与える。この理由としては、図-2に示される外的解の波において、(iv)の波は実際にはスリットから離れてまもなくエネルギー損失の影響を受けて波高を減じ、かつまたその影響が他の波にも現われるはずであるものが、本理論にはそのような実在効果が盛り込まれて

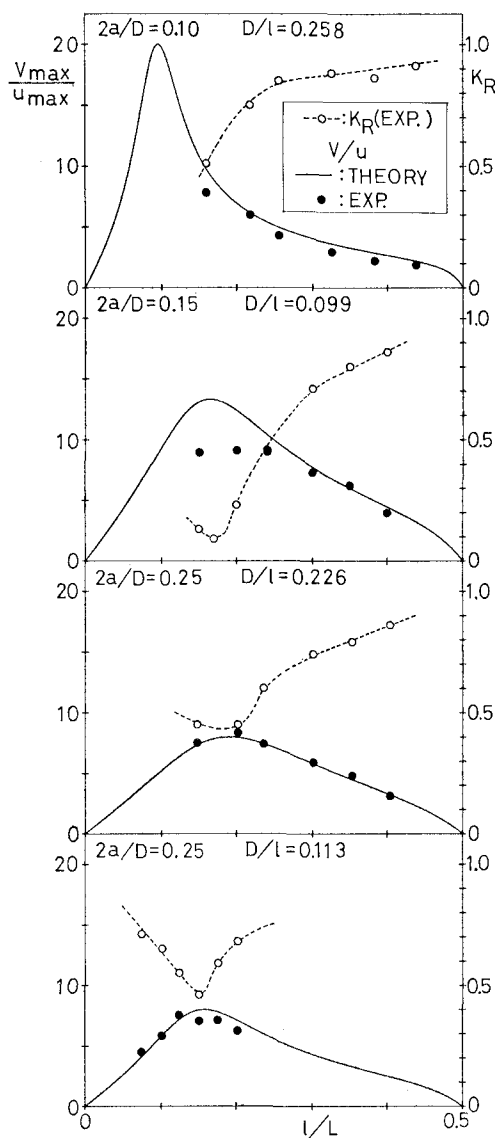


図-4 スリット通過水粒子速度

いないからであると思われる。ポテンシャル流理論による値と実験値との間のこの差は流速比 $V_{\max}/u_{\max}$ が大きくなるにつれて、すなわちエネルギー損失の程度が大きくなるにつれて顕著になるので、開口率が比較的小さい場合で、流速比が大きなピーク値をとる時に著しくなる。

次にこれらの図より注目されるのは、 $V_{\max}/u_{\max}$ の理論値がピーク値をとる l/L の値 $(l/L)_p$ と、 K_R の実験値が最小値をとる l/L の値とが一致していることである。このことは、既述の“消波は損失エネルギーのみによる”との結論を裏付けているとともに、反射率を最小とする相対消波室幅の値は線形理論計算のみによって算定できることをも示しているもので、この種の消波工の設計上有用な知見を与えているものと思われる。

この $(l/L)_p$ の値は kC の値の変化により、すなわち波の特性と前面板断面形状の変化にともなって変化し、前面板が全く無い極限状態 ($C=0$) では、完全重複波の節の位置に対応する $1/4$ となる。したがってこのことを換言すれば、この種の消波工の水理特性に前面板の存在が与える線形効果は、 $V_{\max}/u_{\max}$ がピーク値をとって反射率が最小となる l/L の値 $(l/L)_p$ を、前面板の無い場合相当の最大値 $1/4$ から減少側にずらしてゆくことにあるといえよう。あるいはまた、一定の波長の波に対して消波に最適の消波室幅を最大値 $L/4$ より狭めることにあるともいえる。従来、この効果は見掛け上の消波室幅の増加として認識され、Terrett et al.⁷⁾ 他によってそれは

付加質量効果によるものとして指摘されてきたものであるが、本理論における C の概念は付加質量の概念とも密接に関連しているので⁸⁾、ここで初めて定量的に、かつ理論的にその効果の算定が可能になったものといえよう。

参 考 文 献

- 1) Jarlan, G. L. E.: A perforated vertical wall breakwater, The Dock & Harbour Authority No. 486, pp. 394~398, 1961.
- 2) 極く最近の研究例としても、奥藁英明・吉田明徳・井島武士：遊水部をもつ消波護岸の周波数特性と斜め入射波に対する反射率，土木学会論文報告集，335号，pp. 97~106, 1983, 谷本勝利・吉本靖俊：スリットケーソンの反射率に及ぼす諸要因の影響，第29回海岸工学講演会論文集，pp. 389~393, 1982, 等がある。
- 3) 角野昇八・小田一紀・伊庭智生：細い多柱構造からの波の反射と透過現象の境界値問題解析，第30回海岸工学講演会論文集，pp. 395~399, 1983.
- 4) Kakuno, S.: Water wave reflection and transmission by an infinite array of vertical flat plates, Theoretical and Applied Mech., vol. 32, pp. 105~115, 1984.
- 5) Sedov, L. I.: Two-dimensional Problems in Hydrodynamics and Aerodynamics, Wiley, New York, 1965.
- 6) Taylor, P. J.: The blockage coefficient for flow about an arbitrary body immersed in a channel, J. Ship Research, vol. 17, pp. 97~105, 1973.
- 7) Terrett, F. L., J. D. C. Osorio and G. H. Lean: Model studies of a perforated breakwater, Proc. 11th Conf. Coastal Engng., pp. 1104~1120, 1968.
- 8) 角野昇八：平板，円形，矩形断面無限柱体列の付加質量，第38回年次学術講演会講演概要集，第II部，1983.