

流れおよび砂移動の物理機構を考慮した 波による砂漣の安定理論解析

沢本正樹*・山下俊彦**・秋山義信***

1. はじめに

移動床砂面上に波が作用すると、ある波の条件の範囲で底面にその波に固有の砂漣が形成される。この砂漣の発生・発達機構は、沖浜帯の漂砂現象を把握する上で重要であるばかりでなく、流体力学的にも非常に興味ある問題である。

波による砂漣の発生・発達機構に関する研究としては次のものがあげられる。Kennedy・Falcon¹⁾は、砂漣上の流れをポテンシャル理論を用いて計算し、漂砂量式に遅れ距離を導入して、安定理論解析を行なうことにより卓越波長を求めている。しかし、遅れ距離を決める際にあいまいさが残されている。Sleath²⁾、宇多・日野³⁾、金子・松永⁴⁾は、波形底面上の層流振動流境界層流れの解析より、卓越波長の決定を試みている。解析された流れの条件はいずれも $d_0 \ll L_s$ (d_0 : 水粒子移動距離, L_s : 砂漣の波長)に限られており、実際の砂漣に適用するには問題があると思われる。安定理論解析により砂漣の発生・発達機構を調べるためには、砂漣の発達要因である底面形状と底面せん断力の位相差と、せん断力に対する流砂の遅れをいかに考慮するか、すなわち、砂漣上の流れと漂砂量分布をいかに正確に求めるかが重要である。しかし、波動場において両者を求めることは非常に困難であったため、砂漣の発生・発達機構についてはあまり厳密な議論がなされていないのが現状である。

一方、一方向流における河床波の発生・発達機構は、種々の立場の安定理論解析により詳細に調べられ、実験結果を説明する発生領域・卓越波長等が求められている⁵⁾、また、中川・辻本⁶⁾は安定理論解析で仮定されている初期砂面擾乱の発生を理論的に検討している。

そこで本研究では、砂漣上の流れおよび砂移動のメカニズムを考慮した安定理論解析により、砂漣の発生・発達機構を明らかにすることを目的とする。実際には、砂漣上の流れは、 $O(d_0/L_s)=1$ まで計算可能な沢本⁷⁾のオセーン近似を用いた方法により求めた。また漂砂量分布

は、著者らが前報⁸⁾で報告した個々の砂粒子の運動を基にした平坦床上の掃流砂量公式を改良することにより求めた。以上の2つを用いて、流れの非対称性と流砂の非平衡性を考慮した線形安定理論解析により卓越波長を求め、Kaneko・Honji⁹⁾の実験結果と比較検討した。流れの非対称性は底面形状と底面せん断力の位相差を、流砂の非平衡性はせん断力に対する流砂の遅れを生み出すものであり、この両者の関係により砂漣の発達・減衰が決定される。

2. 微小砂漣上の流れの解析

波による砂漣の発生・発達機構は、本質的には振動流の下でのものと同一であり、ここでは理想的な流れである振動流を対象とする。

砂漣の発達要因の1つに流れの非対称性が考えられる。すなわち、振動流では半周期ごとに方向が反対の流れが繰り返されるので、流れが砂漣頂を軸として対称であれば、一周周期を考えると相殺し合って砂漣は発達しない。この非対称性は、流れを適切に計算することによって評価しうる。まず、砂漣上の流れが乱流になるか層流になるかを、Jonsson¹⁰⁾および田中¹¹⁾の領域区分図で調べてみた。発生初期の微小砂漣を考えているので相当粗度として粒径 d を取ると、少なくとも $d=0.2\text{mm}$ 程度の砂で実験室規模の波の条件では境界層が層流になることがわかった。そこで、実際の砂漣の領域 ($O(d_0/L_s)=1$) まで計算可能なオセーン近似(移流慣性項を最も単純な形で考慮)を用いた層流解析により、固定微小砂漣上の非対称な流速場を求めた。

砂漣の形状は、十分発達した砂漣形状までよく表わせる次の様な写像関数で $x'=0$ として求める¹²⁾。

$$z = \zeta + i \cdot a \cdot \exp(i \cdot k \cdot \zeta) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $z (=x+iy)$ は物理面、 $\zeta (=x'+iy')$ は写像面、 $k=2\pi/L_s$ 、 a : 砂漣の振幅である。波形勾配が小さい微小砂漣の場合には余弦曲線に近くなる。

3. 微小砂漣上の漂砂量分布

3.1 非平衡漂砂量式の誘導

砂漣のもう1つの発達要因にせん断力に対する漂砂量

* 正会員 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 東京工業大学助手 工学部土木工学科

*** 正会員 工修 鹿島建設(株) 技術研究所

の遅れが考えられる。この遅れは、せん断力は砂の動き出す確率 $P(t)$ に直接関わっているのに対し、漂砂量には式 (2) の様に $P(t)$ と砂粒子の移動距離 $l(t)$ の積の積分値がきいてくるからである。これは、一方向流の場合に、中川・辻本⁹⁾ が指摘しているせん断力に対する流砂量の遅れは Step length を媒介に生じるということと同義である。本論文では、場所的にせん断力が異なる時に実際に移動する漂砂量を非平衡漂砂量と呼ぶ。振動流ではせん断力が時間的に変化するため平衡状態の漂砂現象は起こり得ないが、せん断力が場所的に一様な場合の漂砂量あるいはせん断力が場所により異なっている場合の場所のせん断力のみで決まる仮想的な漂砂量を平衡漂砂量と呼ぶ。

砂漣発達初期には、浮遊砂はほとんど発生しないので、ここでは、掃流砂のみを対象とした。また、漂砂量分布を求める際には、漂砂量の時間的な変化は考えずに半周期平均で取り扱う。流砂の非平衡性は、砂粒子の移動距離 l に密接に関係しているので、非平衡漂砂量式を導く際にも前報⁷⁾ と同様個々の砂粒子の運動機構を基にする。

平坦床上の半周期平均漂砂量すなわち平衡漂砂量 $\bar{q}_e$ は、前報 7) より次式で与えられる。

$$\bar{q}_e = K \cdot \int_{t_1}^{t_2} l(t) \cdot P(t) dt \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{ただし } K = \frac{2}{T} K_1 \frac{\pi d^3}{6} \cdot \frac{N}{2}$$

T : 周期, K_1 : 砂粒子の形状特性に関する定数, N : 単位面積当りの表面の砂の個数, $l(t)$: 時刻 t に飛び出した粒子の半周期移動距離, $P(t)$: 移動確率, t_1, t_2 : 半周期の内砂粒子が最初と最後に動き出す位相である。

5.2 で述べる様に、

砂漣上の半周期平均漂砂量 $\bar{q}(x)$ を求める際には半周期移動距離 l の分布まで考

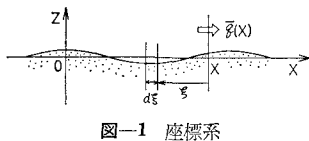


図-1 座標系

慮する必要がある。以下では、流れが x の正の方向に向いている半周期を考える。図-1 に示す座標系をとると $\bar{q}(x)$ は次式で与えられる。

$$\bar{q}(x) = K \cdot \int_{t_1}^{t_2} \int_0^{\infty} P(x-\xi, t) \int_{\xi}^{\infty} f_{x-\xi, t}(l) dl d\xi dt \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $P(x-\xi, t)$: 位置 $x-\xi$, 時刻 t での移動確率, $f_{x-\xi, t}(l)$: $x-\xi$, t より移動を開始した砂粒子の半周期移動距離 l の確率密度関数である。

3.2 非平衡漂砂量式の簡略化

式 (3) 中の移動確率 $P(x-\xi, t)$ は位置 $x-\xi$, 時刻 t での流れの状態のみで決定される量であり、前報 7) の方法でせん断力より決定できる。一方、 $f_{x-\xi, t}(l)$ は砂粒子の移動速度を積分して求められるものであり、 $x-\xi, t$

での流れの情報のみからでは決定できない量で、これを求めることは非常に大変であるばかりでなく、正確に求めることは困難である。そこで、砂漣の発生・発達機構を調べるために必要で本質を見失わない程度に式 (3) を次のように簡略化する。

砂漣の発生・発達を調べるためには $d\bar{q}(x)/dx$ が重要であり、 $d\bar{q}(x)/dx$ への移動確率 P , 移動距離 l の寄与を考えてみると、 l は速度の半周期の積分値であり、 P よりも寄与は小さいと考えられる (特に $L_s < l$ の場合)。そこで、微小砂漣上の漂砂量分布を求める際には、 l の分布 $f_{x-\xi, t}(l)$ は場所によらず一定と考え、さらに l の分布は時刻 t ごとに考慮するのではなく、半周期平均した $\bar{f}(l)$ で考える。以上より式 (3) は次式の様に簡略化される。

$$\bar{q}(x) = K \cdot \int_0^{\infty} \bar{W}(\xi) \cdot \bar{P}(x-\xi) d\xi \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{ここに } \bar{W}(\xi) = \int_{\xi}^{\infty} \bar{f}(l) dl, \quad \bar{P}(x-\xi) = \int_{t_1}^{t_2} P(x-\xi, t) dt$$

で、 $\bar{P}(x-\xi)$ は前報 7) より位置 $x-\xi$ のせん断力の最大値のみによって求めることができる。

半周期平均の l の確率密度関数 $\bar{f}(l)$ は次式で近似する。

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}(l) &= 0 & 0 \leq l < (1-\alpha)\bar{l} \\ \bar{f}(l) &= 1/(\alpha\bar{l})^2(l-(1-\alpha)\bar{l}) & (1-\alpha)\bar{l} \leq l < \bar{l} \\ \bar{f}(l) &= -\frac{1}{(\alpha\bar{l})^2}(l-(1+\alpha)\bar{l}) & \bar{l} \leq l < (1+\alpha)\bar{l} \\ \bar{f}(l) &= 0 & (1+\alpha)\bar{l} \leq l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

(ただし $0 \leq \alpha \leq 1$)

ここに、 $\bar{l}$ は式 (2) を用いて次の様に定義する。

$$\bar{l} = \int_{t_1}^{t_2} l(t) P(t) dt \Big/ \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt \quad \dots\dots\dots (6)$$

$l(t)$ を求める際には、流れは平板上の層流解により求め、流速としては $z=0.4d$ の位置のものを用いた。図-2 に、半周期移動距離 l の実験値と式 (5) の分布形を比較した 1 例を示す。 $\alpha=0.5$ とすると両者はほぼ一致することがわかる。 α の影響については 5.2 で議論する。

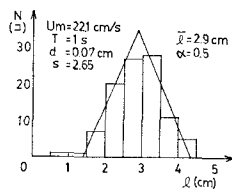


図-2 l の分布

微小砂漣上の平衡漂砂量 $\bar{q}_e(x)$ は、非平衡漂砂量式を求める時と同様に l は場所によらず一定と仮定すると

$$\bar{q}_e(x) = K \cdot \bar{l} \cdot \bar{P}(x) \quad \dots\dots\dots (7)$$

となり、これを用いると非平衡漂砂量 $\bar{q}(x)$ は

$$\bar{q}(x) = \frac{1}{T} \int_0^{\infty} \bar{W}(\xi) \cdot \bar{q}_e(x-\xi) d\xi \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる。

4. 安定理論解析

砂漣の発生・発達機構を調べるために、線型安定理論

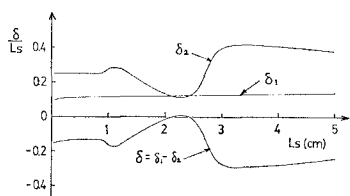


図-6 遅れ距離の変化

布と比較して漂砂量の場所的变化を小さくすることである。②に関しては、式(4)あるいは式(8)からわかる様に、ある断面を通過する砂粒子はその断面より手前の色々な位置から飛んできたものであり、平均化されるために起こるものである。すなわち、②の性質は L_s が $\bar{l}$ に比較して小さい程、また l の分布の広がりを表わす α が大きい程顕著になる。

図-6 に遅れ距離について非平衡漂砂量式 ($\alpha=0.5$) を用いて計算した結果の一例を示す。底面形状とせん断力の位相差 δ_1 についてはすでに述べたが、 $\delta_1/L_s=0.1$ 程度で常に正である。せん断力に対する漂砂量の遅れ δ_2/L_s は、 $L_s < \bar{l}$ の範囲ではほぼ一定で、 $L_s=2.3\text{cm}$ 付近で急激に減少し、 $L_s > 3\text{cm}$ の範囲ではゆるやかに減少している。 δ_2 の大きさを見てみると、 $L_s < 1\text{cm}$ では平均半周期移動距離 $\bar{l}$ よりもはるかに小さい値をとり、 $L_s > 4\text{cm}$ では逆に $\bar{l}$ よりも大きくなっている。このように、 δ_2 は流れおよび底質の条件が指定されても一義的に決まるものではなく、漂砂の非平衡性を生ずる原因である l と L_s との関係により変化するものである。底面形状に対する漂砂量分布の位相差 $\delta (= \delta_1 - \delta_2)$ は $L_s=2.3\text{cm}$ 付近で正となり、式(12)により発達率が正になることがわかる。

図-7 は、発達率の計算結果の一例である。実線は非平衡漂砂量式(16)を、点線は平衡漂砂量式(15)を用いたものである。また、比較のため式(17)、(18)で表わされる非平衡漂砂量式を用いた結果を、各々破線、一点鎖線で示す。

$$\bar{q}(x) = A_2 + B_2 \cos k(x + \delta_1 - \bar{l}/2) \dots\dots\dots (17)$$

$$\bar{q}(x) = A_2 + \frac{2B_2}{\bar{l}k} \cdot \sin k \frac{\bar{l}}{2} \cdot \cos k \left(x + \delta_1 - \frac{\bar{l}}{2} \right) \dots\dots\dots (18)$$

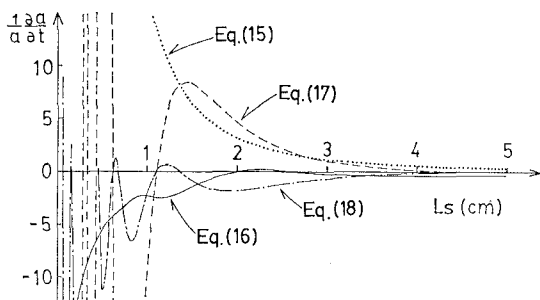
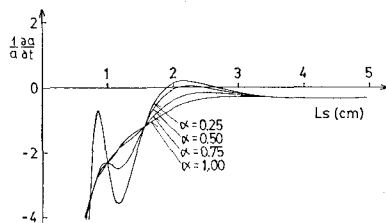


図-7 発達率

式(17)は、ある断面を通過する砂粒子は最大その断面より $\bar{l}$ だけ手前から飛び出したものであり、平均的には $\bar{l}/2$ から飛び出したものと考え、平衡漂砂量式(15)を $\bar{l}/2$ だけ流れの方向に遅らせたものである。これでは不十分であることは図-6より明らかである。式(18)は非平衡漂砂量式を導びく際に l の分布を考えずに、移動した砂はすべて $\bar{l}$ だけ移動するとしたもので、式(16)で $\alpha=0$ とした場合に対応する。

漂砂現象の素過程である個々の砂粒子の運動を、最も忠実に表現した非平衡漂砂量式(16)を用いた場合のみ、発達率が最大となる卓越波長が存在することがわかる。平衡漂砂量式(15)を用いた場合は、発達率はどの擾乱に対しても常に正で波長 L_s が小さい程大きくなっている。発達率が常に正となるのは、5.1で述べた底面付近の砂澱の谷から峯に向う定常流れによるものである。波長が短いほど発達率が大きくなるのは、せん断力の振幅 B_1 は図-4の様にあまり大きな変化をしないため、その場所的变化は砂澱の波長 L_s が小さい程大きくなるためである。実際には、図-7の実線の様に漂砂の非平衡性のため L_s が小さい程発達率が一義的に大きくなることはない。式(17)による結果は、平衡漂砂量式をどの波長に対しても $\bar{l}/2$ だけ流れの上流方向に移動させたものであり、式から明らかな様に波長が小さい所では L_s の少しの変化に対しても $\cos(k\bar{l}/2)$ は大きく変動し、発達率が振動してしまうことがわかる。式(18)を用いた場合にも $\sin(k\bar{l}/2)$, $\cos(k\bar{l}/2)$ により L_s 小のところで振動する。式(17)との違いは、振動の振幅が約 $L_s/(\pi\bar{l})$ 倍に小さくなることである。以上より、微小砂澱上の漂砂量分布を求める際には、 l の分布まで考慮した非平衡漂砂量式を用いる必要があることがわかる。

次に、 l の分布が砂澱の発達率にどの様に影響するかを調べる。図-8は、非平衡漂砂量式(16)を用い、式(5)の α を 0.25, 0.5, 0.75, 1 と変化させた場合の結果である。いずれの場合も $L_s=2.3\text{cm}$ 付近で発達率が大きくなり、卓越波長が存在する場合には卓越波長は $\bar{l}$ で決まり α を少々変化させても卓越波長はあまり変化しないことがわかる。しかし、 α を大きくすると砂は広い範囲にばらまかれある部分に砂が集中することがないため卓越波長が存在しなくなり、発生領域には α の値が大

図-8 l の分布 (α) の影響

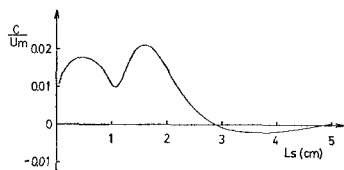


図-9 波速の変化

大きく影響するものと思われる。

図-9 に、漂砂量式 (16) を用いた場合の半周期平均の波速 c の計算結果を示す。 c/U_m はどの波長に対しても 10^{-2} のオーダーであり、砂漣上の流れの解析では波速 c の影響を無視したが、これは妥当であると思われる。流れ、底質の条件は図-7 と同じであり、卓越波長 2.2 cm 付近では波速は正で、半周期間に砂漣は流れ方向に 0.5 mm 程度移動することになる。また、波速が負となる擾乱が $L_s = 3 \sim 5$ cm の所に存在することがわかる。

5.3 卓越波長

平坦床移動床上に、ある範囲の条件の波を作用させると、初期にある波長の微小な砂漣が形成され、時間が経過するにつれて、波高、波長が増大し、ある安定した砂漣が形成される。金子¹³⁾ は、形成される初期砂漣の大きさについて詳細な研究を行なっている。金子¹³⁾ の論文では流れ、底質の条件が記載されていない。また、金子は初期砂漣の波長は particle wave の波長とほぼ一致することを指摘している。そこで、本研究で得られる卓越波長と Kaneko・Honji⁹⁾ の particle wave の波長の実験値とを比較検討した。それを示したのが図-10 である。なお図には $\alpha = 0.5$ として卓越波長の存在した 13 ケース (25 ケース中) のデータをプロットした。卓越波長の存在の有無については、particle wave の実験は smooth な固定床上に粒子をばらまいて行なわれたものであるため計算結果と比較できない。データはほぼ直線上に並び、理論値は実験値の約 1.8 倍になっている。理論で得られた卓越波長 L_{sa} と $\bar{l}$ を比較してみるとどの条件に対しても、

$$L_{sa} = 1.6\bar{l} \quad \text{.....(19)}$$

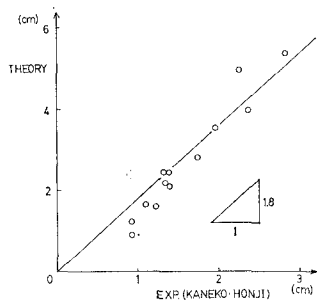


図-10 卓越波長

という関係がほぼ成立することがわかった。詳細な実験による検討は行なっていないが、初期砂漣が形成される状況を観察した結果によると、砂漣頂を通過できる砂は最大すぐ手前の谷付近から移動してきたものであり、式 (19) の関係は係数が少し小さめであるがほぼ妥当と思われる。初期卓越波長 L_{sa} を精度良く求めるためには、 $\bar{l}$ を正確に見積る必要があるが、今回は ① $z = 0.4d$ での流速を用いる。② 砂粒子が移動中は底面との摩擦を考えない等の大胆な仮定をしており、計算した $\bar{l}$ は精度が悪く理論値が実験値より 1.8 倍程度大きくなったものと思われる。

6. 結 論

砂漣上の流れをオセーン近似を用いて解き、漂砂量分布は、個々の砂粒子の運動機構を考慮した非平衡漂砂量式を用いて求め、線形安定理論解析を行なうことにより、発達率、波速、卓越波長を理論的に導びくことができた。砂漣上の流れは常に砂漣を発達させる方向に作用するが、漂砂の非平衡性によりある波長の砂漣のみが発達することがわかった。

参 考 文 献

- 1) Kennedy, J. F. and M. Falcon: Wave-Generated Sediment Ripples, M.I.T., Hydrodynamics Lab. Rept. No. 86, 1965.
- 2) Sleath, J. F. A.: A Contribution to the Study of Vortex Ripples, Jour. of Hydraulic Research, 13, pp. 315~328, 1975.
- 3) 宇多高明・日野幹雄: 波状曲面上の層流振動流れの理論, 土木学会論文報告集, 第 237 号, pp. 27~36, 1975.
- 4) 金子 新・松永信博: 高粘度の振動流中で形成されるサンド・リップルと定常流れ, 第 24 回水理講演会論文集, pp. 271~276, 1980.
- 5) 例えば、水理委員会移動床流れの抵抗と河床形状研究小委員会: 移動床流れにおける河床形態と粗度, 土木学会論文報告集, 第 210 号, pp. 65~91, 1973.
- 6) 中川博次・辻本哲郎: 砂礫の運動に伴う移動床砂面の攪乱発生過程, 土木学会論文報告集, 第 291 号, pp. 53~62, 1979.
- 7) 沢本正樹: 砂漣上の粘性振動流の Oseen 近似, 土木学会論文報告集, 第 331 号, pp. 95~101, 1983.
- 8) 山下俊彦・沢本正樹・秋山義信・山崎泰助: 波動場での砂粒子の移動確率と掃流砂量に関する研究, 第 30 回海岸工学講演会論文集, pp. 194~198, 1983.
- 9) Kaneko, A. and H. Honji: Initiation of Ripple Marks under Oscillating Water, Sedimentology, 26, 101~113, 1979.
- 10) Jonsson, I. G.: Wave Boundary Layers and Friction Factors, Proc. 10th Conf. on Coastal Engng., pp. 127~148, 1966.
- 11) 田中 仁: 波・流れ共存場の乱流構造と漂砂現象に関する研究, 東北大学学位論文, 1984.
- 12) 沢本正樹: 波形底面上の半無限領域の写像関数, 土木学会論文報告集, 第 269 号, pp. 147~150, 1978.
- 13) 金子 新: A Study of Sand Ripples Generated under Oscillatory Flow. 九州大学学位論文, 1981.