

掃流漂砂量則について

土屋義人*・上田康裕**・大下哲則***

1. 緒 言

海浜変形の予測や海岸侵食の制御において、最も重要なもののひとつは、漂砂の法則性、とくに漂砂量則の究明である。従来、各種の漂砂量式が提案され、また実用に供せられてきたが、通常離岸（岸沖とよくいわれる）漂砂と沿岸漂砂において取り扱われる。その場合、果して普遍的な漂砂量則が得られているかという点、必ずしもそうでなく、最も基本的な法則性として何を求めるかという点においても、なお究明すべき点が少ない。

その中で、漂砂の最も特徴とすべき点は何かといえば、それは波による加速度の効果であり、それがどのように漂砂量則の中に導入され、また現われるということであろう。自然現象の中で、粒子が流体運動によって輸送される現象が数多く存在する。流砂、飛砂および飛雪などであり、これらはいずれも一方向流によるものであるが、直接加速度の場合における現象では、漂砂によって代表される。そこには、共通したある法則性が存在するものと考えらるべきであろう。1969年ころ、土屋¹⁾はこの観点に立って、流砂、飛砂などに共通する流砂飛砂量則の確立を試み、ひとつの普遍的表示を示したが、1970年ころ Einstein²⁾ は晩年の研究としてかれの流砂量公式を漂砂に適用させ、Abou-Seida の学位論文を完成させ、また第 13 回海岸工学国際会議で講演している。このとき、かれらは波による加速度の効果を陽にとりあげ、流漂量公式の漂砂量への換算係数としたが、この研究はその後ほとんど参考にされていない。しかし、普遍的な流砂量則または漂砂量則の究明という点から考えると、Einstein らの思想を改めて評価すべきであろう。

本研究では、波による加速度の効果がどのように流砂量則との関係において現われるかを考察し、漂砂・流砂量則に共通するひとつの表示を実験的に究明する。その第一歩として、掃流漂砂量則を示し、流砂量に関する Kalinske-Brown 公式との対応を明らかにする。

2. 掃流漂砂量則

掃流漂砂量の表示に関しては、Madsen ら³⁾をはじめとして、わが国においても数多くの基礎研究が行われてきたが、ここでは表-1 に示す従来の実験データを用いて、流砂量則との関連のもとに、波による加速度の効果

表-1 漂砂量に関する従来の実験結果

著 者	比重 σ/ρ	粒 径 D (cm)	実験条件
Manohar	2.60	0.101	振動板
Kalkanis	2.63	0.163, 0.218, 0.282	"
Sleath	2.58	0.189	"
Sleath	2.61	0.424	"
Abou-Seida	2.65	0.0463	波

を調べる。この場合、漂砂量 q の表示には、従来その無次元量として、底面に作用する摩擦速度 u^* または底質の沈降速度 ω と粒径 D とを用いて作られる q/u^*D または $q/\omega D$ が用いられてきたが、底質の形状効果を取りあげなければ、前者の方のよいと思われる。掃流漂砂を左右する無次元量は底面に作用するせん断応力を表す Shields 数 $\tau^* (=u^{*2}/(\sigma/\rho - 1)gD)$ であり、これに加速度の効果 d_0/D (ここに、 d_0 は水粒子の軌道直径) が加わるであろう。このことは、漂砂の移動限界の理論や波による砂れん特性との関連によっても理解される。ここでは、これら 3 つの無次元量がどのような関係にあるかを実験結果に基づいて調べ掃流漂砂量則を検討する。

2.1 加速度の影響

表-1 による実験データから、位相別掃流漂砂量 $\bar{q}_+$ に対して、底面摩擦係数 f を Jonsson⁴⁾ および Swart⁵⁾ によって示された次式で推定する。層流境界層の場合、

$$f = \sqrt[3]{16 \left(\frac{\nu}{u^*D} \right)^2 \left(\frac{D}{d_0} \right)^2} \dots\dots\dots (1)$$

となり、また乱流境界層の場合次式で表わされる。

$$f = \exp \left\{ 5.21 \left(\frac{2D}{d_0} \right)^{0.194} - 5.98 \right\} \dots\dots\dots (2)$$

この摩擦係数 f と底面で最大水粒子速度 u_0 (境界層外線における値) とから底面せん断応力 τ (最大値を用いる) を推定し、無次元掃流漂砂量 $\bar{q}_+/u^*D$ を d_0/D をパラメータとして Shields 数 τ^* の関係として図示する。

* 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

** 正会員 工修 住友金属工業株式会社 Eng. 本部

*** 正会員 工修 五洋建設株式会社 土木設計部

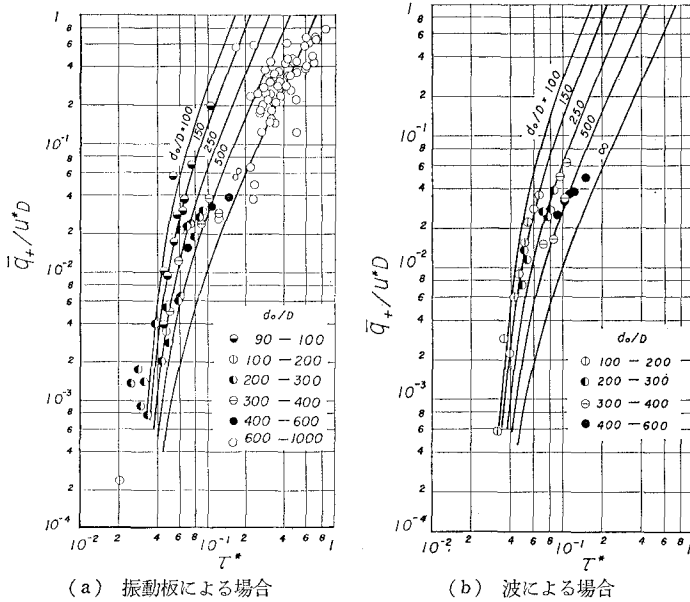


図-1 無次元掃流漂砂量と Shields 数との関係

その結果を振動板および波による場合のそれぞれに分けて図-1に示す。

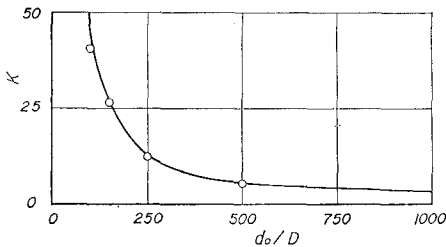
この図には、加速度の効果 d_0/D をパラメータとする曲線群をできるだけ実験値に一致させて示してある。ただし、この曲線群は限界 Shields 数 τ_c^* に収束させ、また Shields が大きくなると τ^{*2} に比例するように画いてある。これから、確かに無次元掃流漂砂量 $\bar{q}_+/u^*D$ は Shields τ^* のみならず、加速度の効果 d_0/D に関係することがわかる。Madsen ら³⁾の表示においても、この傾向を見出すことができるが、かれらはひとつの曲線で表示し、加速度の効果については全く言及していない。

なお、図-1 の (a) および (b) を比較してわかるように、振動板による結果は波によるものとほとんど同じ値を示す。このことは Sleath⁶⁾ が詳細な実験によって確かめている。

2.2 掃流漂砂量則

前述したように、図-1 に示した曲線群は流砂量則としての Kalinske-Brown の式

$$\frac{\bar{q}_+}{u^*D} = K(\tau^* - \tau_c^*)^2 \dots\dots\dots (3)$$


図-2 係数 K の d_0/D による変化

によって表すことができる。ここに、 K は図-1 に示した曲線群との対応から、 d_0/D の関数となり、図-2 のように表わされる。すなわち、 d_0/D の値が小さくなると加速度の影響は著しく、これに対して $d_0/D \rightarrow \infty$ となると、一方向流の場合に相当することになる。この関係は、次式で近似される。

$$K = 1.7 \left(1 + \frac{300}{d_0/D} \right)^{2.5} \dots\dots (4)$$

ただし、この実験式の適用範囲は、図-2 によれば $d_0/D > 100$ であろうと考えてよい。また、 d_0/D の値が 500 から 1,000 程度以上になれば、もはやその効果は存在せず、掃流漂砂量は一方流とほとんど同様に Shields 数のみによって支配されることになる。

式 (4) を式 (3) に代入すれば、掃流漂砂量則として、次式が得られる。

$$\frac{\bar{q}_+}{u^*D} = 1.7 \left(1 + \frac{300}{d_0/D} \right)^{2.5} (\tau^* - \tau_c^*)^2 \dots\dots\dots (5)$$

この式によって求められる無次元漂砂量 $\bar{q}_+/u^*D$ と実験値による値とを比較して図-3に示す。これによれば

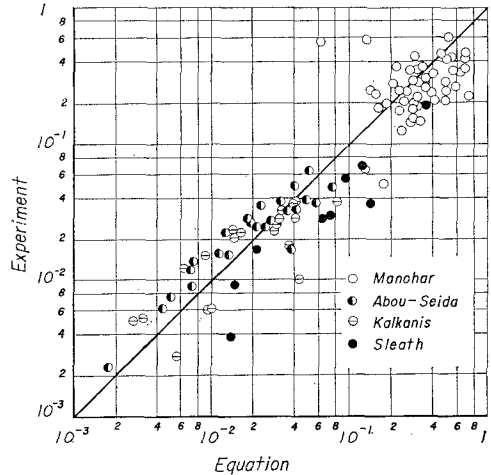


図-3 実験式および実験値による無次元漂砂量の比較

全体的には両者は比較的良好に一致しているが、Sleath の実験では d_0/D の値がかなり小さいので、実験式による値が大きく現われている。また、 $\bar{q}_+/u^*D$ が 10^{-3} のオーダーになると、漂砂の移動限界に近づき、実験値の散乱も大きくなる傾向になるであろう。

次に、式 (5) で表される実験式の一般化を試みよう。この表示から、次のように波による加速度の効果を導入した掃流力 τ_N を定義することができる。

$$\tau_N = \rho u_N^{*2}$$

$$= \rho u_*'^2 \left(1 + \frac{300}{d_0/D} \right) \dots\dots(6)$$

したがって、加速度の効果を導入した Shields 数 τ_N^* は、その限界値とともに、次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \tau_N^* &= \frac{u_*'^2}{(\sigma/\rho - 1)gD} \\ \tau_{Nc}^* &= \frac{u_{*c}'^2}{(\sigma/\rho - 1)gD} \end{aligned} \right\} \dots\dots(7)$$

このように定義された掃流力および Shields 数は、掃流漂砂量の特徴づける特性値であって波による加速度の効果が陽わに導入されていることになる。当然、前述したように、式(6)は $d_0/D > 100$ において成立すると考えるべきである。また、 $d_0/D \rightarrow \infty$ の場合には $\tau_N^* = \tau^*$ となり、一方向流による場合、すなわち流砂に対応する。

式(6)および(7)を用いれば、式(5)は次のように表される。

$$\frac{\bar{q}_+}{u_*'^2 D} = 1.7(\tau_N^* - \tau_{Nc}^*)^2 \dots\dots(8)$$

すなわち、掃流漂砂量が流砂量則と全く同一の表示が与えられることになり、流砂・漂砂量則を直接結びつけるひとつの普遍的表示といえることができよう。ただし、もし普遍的表示といえることができるためには、式(8)における係数(1.7)については、流砂量則(Kalinske-Brown)における値とどう対応するかについて検討しなければならない。

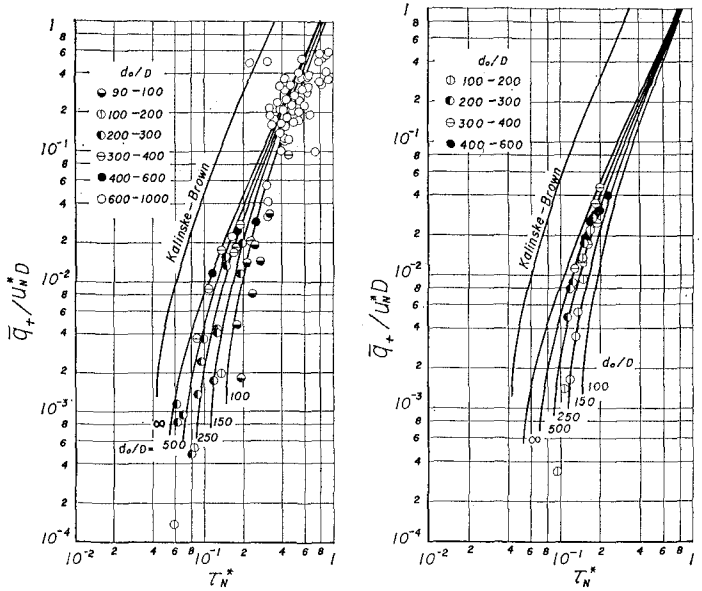
この表示によって、図-1に示した実験値を再度整理し直した結果は、図-4のようになる。ただし、式(6)および(7)において、 $\tau_{Nc}^* = u_{*c}'^2 / (\sigma/\rho - 1)gD = 0.04$ として式(8)を計算し、 d_0/D をパラメータとする曲線群が図示されている。実験値との対応も十分であり、また $d_0/D \rightarrow \infty$ においては流砂量則に漸近することになるが、そこにはかなりの相異が存在する。図中に示した Kalinske-Brown の流砂量則では、 $K=10$ である。漂砂の場合には、前述したように最大せん断応力を用いているが、一方向流の場合と比較するため、平均的な値で表わせば、微小振幅波理論を用いると、最大せん断応力に対して平均のせん断応力は約 0.67 倍程度になるから、両者は驚くほどよく対応するものと理解される。

3. 掃流漂砂量の位相変化

以上、掃流漂砂量則について述べたが、漂砂量の時間的変化について、Madsen ら³⁾の方法によって考察する。

3.1 掃流漂砂量則の一般化

まず、Shields 数 $\tau_N^*(t)$ および底面せん断応力 $\tau_N(t)$ を



(a) 振動板による場合

(b) 波による場合

図-4 掃流漂砂量則と実験値との比較

次式のように表わす。

$$\left. \begin{aligned} \tau_N^*(t) &= \frac{u_N'^2(t)}{(\sigma/\rho - 1)gD} \\ \tau_N(t) &= \rho u_N'^2(t) = \frac{\rho}{2} f |u(t)| u(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots(9)$$

簡単のために、微小振幅波理論によって

$$u(t) = u_0 \cos \omega t \dots\dots(10)$$

を仮定し、式(8)において $\tau_N^* \gg \tau_{Nc}^*$ とすれば、次のようになる。

$$\frac{q_+(t)}{u_*'^2 D} = K \tau_N^{*2} \cos^5 \omega t \dots\dots(11)$$

ここに、 ω は角周波数である。この式を周期について積分し、その値が(8)によるものと一致するように係数 K の値を決定する。 τ_N^*/τ_{Nc}^* による変化として K の値を求めた結果は、表-2のようになる。これによれば、 $\tau_N^* \gg$

表-2 τ_N^*/τ_{Nc}^* による係数 K の変化

τ_N^*/τ_{Nc}^*	1.03	1.53	2.00	4.00	∞
K	17.25	5.64	5.24	5.00	4.98

τ_{Nc}^* の場合、 $K=5$ となるので、掃流漂砂量の時間的変化は、次式で表される。

$$\frac{q_+(t)}{u_*'^2 D} = 5 \{ \tau_N^*(t) - \tau_{Nc}^* \}^2 \dots\dots(12)$$

3.2 実験結果との比較

Sleath が漂砂量の時間的変化を詳細に測定しているので、その実験結果と式(12)を比較する。Sleath は plane-bed における砂粒の挙動を 16mm カメラで撮影し、1/20 周期の間隔で砂粒の移動数を数えて漂砂量の時間的変化

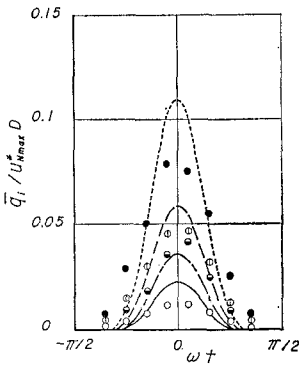


図-5 掃流漂砂量の時間的変化と Sleath の実験結果との比較

るので、式中における τ_*^* の値を若干小さく假定した。図-3 からわかるように、この実験値は提案した漂砂量則で計算される値よりも、全体的にかなり小さいので、漂砂量の時間的変化における比較においても、理論曲線は実験値よりかなり大きくなっている。しかし、漂砂量の時間的変化は、実験値とかなりよく一致していることがわかるので、式 (12) のような簡単な表示で掃流漂砂量の時間的変化を表わすことができる。

4. 真の掃流漂砂量

前述した掃流漂砂量則は、漂砂が基本的に Shields 数と加速度の効果を表わすパラメータとによって特徴づけられると考えて誘導されたものである。いいかえれば、掃流漂砂を支配するものは、Einstein ら²⁾が強調したように、底面に作用するせん断応力と粗度としての底質によって表される流れの条件において漂砂の普遍的な関係が存在するが、波による加速度の影響が若干介入する。実験結果に基づいたこの漂砂量則における加速度の影響の評価は、主として微小振幅波理論によるものであるがもし任意の波動場に対しても、この評価が大きく影響しなければ、掃流漂砂量とくに真の漂砂量とその方向を求めることができる。

ここでは、この仮定に基づいて、非線形な波動の場における掃流漂砂量の計算法について述べる。いうまでもなく、この場合底面せん断応力の推定に対しては、式 (1) および (2) による通常の方法が適用されるものとする。式 (12) によれば、任意の波動場における底面せん断応力を式 (9) によって推定できる限りにおいては、掃流漂砂量の時間的変化を計算することができるので、その一周期平均を求めれば、真の漂砂量とその方向が得られる。すなわち、

$$\bar{q} = \frac{5D}{T} \left[\int_{t_1}^{t_2} u_N^*(t) \{ \tau_N^*(t) - \tau_{Nc}^* \}^2 dt + \int_{t_3}^{t_4} u_N^*(t) \{ \tau_N^*(t) - \tau_{Nc}^* \}^2 dt \right] \quad \dots\dots\dots (13)$$

を求めているので、式 (12) の適用性を検討することができる。その結果を図-5 に示す。図中の4つの曲線は、それぞれの実験条件を式 (12) に与えて計算したものである。しかし、Sleath の実験結果は、前述したように d_0/D の値が小さく、Shields 数の小さい範囲から漂砂量が存在する

ここに、 T は波の周期であり、 t_1, t_2, t_3 および t_4 はいずれも一周期間において Shields 数が漂砂の移動限界値に一致するときの位相を表わす。

一例として、非線形な波動場として Stokes 波の第3

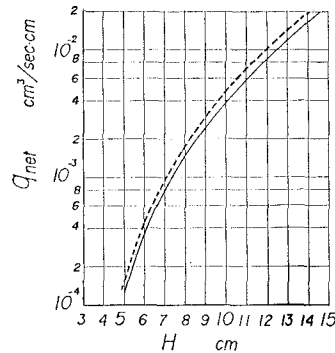


図-6 波高による真の掃流漂砂量の変化

近似解を与え、式 (12) を計算し、真の掃流漂砂量を求めた結果を図-6 に示す。その計算条件は、波の周期 $T=2$ sec, 底質粒径 $D=0.02$ cm, 比重 $\sigma/\rho=2.65$ および水深 90 cm とし、波高 $H=5$ cm $\sim$ 14 cm である。

図中における実線は通常の Stokes の第3近似解を用いた場合であり、また点線は質量輸送を導入した場合の解を用いた計算結果である。この図によれば、真の掃流漂砂量は、波による質量輸送よりも、波の非線形性に依存し、その方向は波の進行方向と同一であり、従来より知られている事実に対応する。

5. 掃流漂砂量と有効掃流力

以上述べた掃流漂砂量則は、いわゆる plane-bed の状態におけるものであるが、よく知られているように、Shields 数が大きくなると、砂れんが発生するので、その場合の取扱い方について考察しておかなければならない。従来、砂れんが形成された場合の漂砂機構については、sediment cloud の存在に立脚し興味ある浮遊漂砂の機構が提案されているが、ここでは前述した掃流漂砂と浮遊漂砂との関連を有効掃流力の概念によって取扱う方法を試みる。

5.1 砂れんの特性

従来、波による砂れんの特性については、多くの研究が行われてきたが、多くの場合、Bagnold が実験的に見出した事実、すなわち砂れんの波長が水粒子の軌道直径に比例するというに基づいている。しかし、著者らの最近の研究によれば、前述した波による加速度の効果 d_0/D によって、次の2つに分類される。すなわち、 $d_0/D < 10^3$ (この値は明確でないが) においては、砂れんの波長 λ 、波高 η として、

$$\lambda/d_0, \quad \eta/d_0 = f(\tau^*, u^*D/\nu) \quad \dots\dots\dots (14)$$

であり、 $d_0/D > 10^3$ においては、次式による、

$$\lambda/D, \quad \eta/D = g(\tau^*, u^*D/\nu) \quad \dots\dots\dots (15)$$

これらのうち、前者は主として実験スケールにおける砂れん特性で、この場合は水粒子の軌道直径が主要因と

なるが、後者は現地スケールに対応し、Shields 数によって特徴づけられる。たとえば、式(19)における砂粒 Reynolds 数 u^*D/ν の影響は著しくないで、砂れんの波形勾配 η/λ は τ^* の関数として図-7のように表される。図中には、一方向流(河川)による砂れんの波形勾配を示してあるが、両者の傾向は同じで、波による砂れんの方がかなり大きい値をとることがわかる。

5.2 有効掃流力

前述したように、 $d_0/D > 10^3$ の場合を対象として考えれば、掃流漂砂に寄与する有効掃流力 τ_e は、波の位相変化に対応して砂れんの背面に形成される渦の効果を排除した掃流力として定義すれば、次式が成立する。

$$\tau_e = \bar{\tau}_s + \tau_{el} \quad (16)$$

ここに、 τ は底面に作用する平均せん断応力、 $\bar{\tau}_s$ は波の位相変化に対応する砂れんの形状抵抗、および l は有効掃流力の作用する長さである。実用上、

$$\tau = \frac{\rho}{2} f u_b^2, \quad \bar{\tau}_s = \frac{\rho}{2} f_s u_b^2 \eta \quad (17)$$

と表されるので、有効掃流力による Shields 数 τ_e^* は、次式によって推定される。

$$\tau_e^* = a \left\{ 1 - \left(\frac{\eta}{\lambda} \right) \left(\frac{f_s}{f} \right) \right\} \tau^* \quad (18)$$

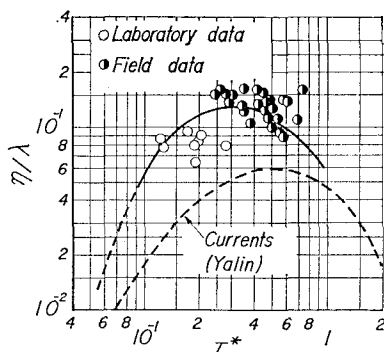


図-7 砂れんの波形勾配の Shields 数による変化

ここに、 $l = a\lambda$ と仮定してある。図-7によれば、Shields 数に対して η/λ が求められるので、 a および f_s が推定できれば、波に位相変化に対応する砂れんの頂部を通過する掃流漂砂量を計算することができるであろう。この漂砂量の時間平均による濃度が、浮遊漂砂に寄与するとして、浮遊漂砂量則を定式化することができると思われる。

6. 結 語

以上、流砂量則との関連から、波による加速度の効果を導入した掃流漂砂量則についての考え方を述べ、流砂・漂砂量則を直接結びつけるひとつの普遍的表示を実験結果に基づいて示すことができた。また、漂砂量の位相変化および真の漂砂量の計算法を示すとともに、砂れんの特性との関連から、有効掃流力の概念を導入して、浮遊漂砂量を評価する考え方を述べておいた。

最後に、本研究は文部省科学研究費一般研究(A)(No. 542044)による研究成果の一部であることを付記する。

参 考 文 献

- 1) 土屋義人・河田恵昭: Saltation に基づく飛砂量式について, 第19回水理講演会論文集, pp. 7~12, 1975.
- 2) Einstein, H. A.: A basic description of sediment transport on beaches, Hyd. Eng. Lab., Univ. California, HEL-2-34, 37 p, 1971.
- 3) Madsen, D. S. and W. D. Grant: Quantitative description of sediment transport by waves, Proc. 15th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 1093~1112, 1976.
- 4) Jonson, I. G.: Wave boundary layer and friction factors, Proc. 10th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 127~145, 1966.
- 5) Swart, D. H.: Predictive equations regarding coastal transports, Proc. 15th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 1113~1132, 1976.
- 6) Sleath, J. F. A.: Measurement of bed load in oscillatory flow, Jour. ASCE, WW4, pp. 291~307, 1978.