

掃流砂の移動層厚と移動速度に関する一考察

榎 木 亨*・出口 一郎**・松 山 章***

1. ま え が き

漂砂の移動形態は大別して掃流状態の移動と浮遊状態の移動があることはよく知られている。この両者の移動形態に対しては種々の定義^{1),2)}が行なわれているが、見掛上の相異点は、その移動速度及び濃度が大きく異なるところにある。また従来種々の方法で漂砂移動量の定量化が計られているが、このような掃流砂と浮遊砂の差異を明確にとりこんだ表現は行なわれていない。さらに、浮遊漂砂は掃流漂砂が境界条件となつてある条件下で生ずるものであることから、両者は決して独立ではない。この両者の関係を明らかにし、精度よく漂砂移動量の定量化を行なうためには、まず境界条件としての掃流漂砂の挙動を十分に解析しておく必要がある。

従来、掃流漂砂の運動に対しては、海底砂に作用する種々の流体力を考慮して砂粒の運動を解析するという Lagrange 的な解析が行なわれている³⁾⁻⁵⁾。しかし、この方法では、漂砂移動がさほど顕著ではない領域における海底表層の砂粒の運動しか解析できない。本研究は、このような欠点を是正するため、底質砂層を仮想的な粘性係数をもつ Newton 流体と考え、境界層方程式を解くという Euler 的な方法によって、掃流砂移動速度及び移動層厚の解析を試みたものである。

2. Newton 流体としてみた掃流砂運動の表現

2.1 基礎方程式

Bagnold²⁾ は種々の濃度の中立粒子を懸濁した流体のせん断特性に関する実験を行ない、linear concentration λ が 22 以上ではペースト状のせん断特性を示し、14 で残留せん断応力が消滅し、それ以下の濃度のせん断特性は Newton 流体とみなせることを明らかにしている。この linear concentration λ は (粒子径/粒子中心間距離) として定義されたものであるが、静止砂層の最大濃度 (体積比表示) を 0.65 とした場合の $\lambda=14$ は、体積濃度 C に換算すると $C=0.53$ となる。すなわち、砂層濃

度 C が 0.53 以下の場合には砂層自体を Newton 流体と考えてもよいことになる。

そこで著者らは掃流漂砂の運動を解析するにあたり、次の 3 つの仮定を設けた。i) 海底砂層は μ_s という仮想的粘性係数を持つ Newton 流体とする。ii) 砂層はその上部の流体運動による境界せん断力及び圧力勾配によって移動する。iii) 砂層上の流体運動は簡単のため層流状態と考え、主流の運動に対して微小振幅波理論を適用する。このとき、砂層表面を $z=0$ とし、鉛直上方に z 軸を取った 図-1 に示す座標系において、 $z=\infty$ (主流)、 $z\geq 0$ (境界層内流体部) 及び $z\leq 0$ (砂層部) に対する運動方程式はそれぞれ

$$\frac{\partial u_{f0}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad z=\infty \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial u_f}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u_f}{\partial z^2} \quad z\geq 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial u_{sb}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho'_s} \frac{\partial P_s}{\partial x} + \nu_s \frac{\partial^2 u_{sb}}{\partial z^2} \quad z\leq 0 \dots\dots\dots (3)$$

と表わされる。ここに ρ 及び $\rho'_s (= (1-C_b) + \rho_s C_b)$ は水及び砂層の単位体積質量、 C_b は砂層濃度、 ρ_s は砂粒の単位体積質量、 ν 及び $\nu_s (= \mu_s/\rho'_s)$ は水及び砂層の動粘性係数、 u_{f0} は境界層外縁流速、 u_f 及び u_{sb} は境界層内の流体及び砂層の速度で P 及び P_s は流体及び砂層中の圧力である。(1) 式中の u_{f0} は先に述べた仮定により

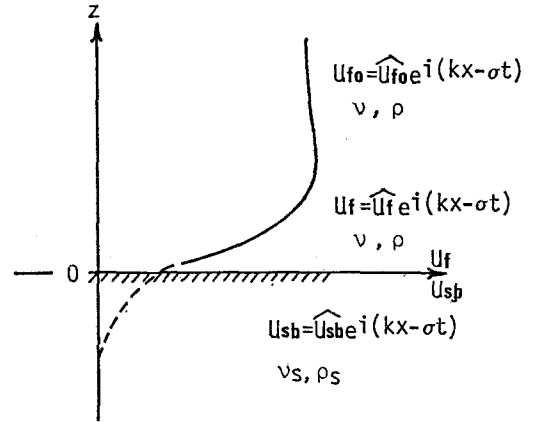


図-1 座 標 系

* 正 会 員 工 博 大阪大学教授 工学部土木工学科
** 正 会 員 工 修 大阪大学講師 工学部土木工学科
*** 学 生 会 員 大阪大学大学院 工学研究科

$$u_{f0} = \widehat{u}_{f0} e^{i(kx - \sigma t)}, \quad \widehat{u}_{f0} = \frac{\pi H}{T} \frac{1}{\sinh kh} \dots (4)$$

で与えられる。ここに $k=2\pi/L$ (L : 水深 h における波長), $\sigma=2\pi/T$ (T : 周期), H は水深 h における波高である。また砂層中の圧力 P_s に対しては, Sleath⁶⁾ によって提案されている次式を用いる。

$$\left. \begin{aligned} P_s &= \bar{P}_0 \frac{\cosh(k(k_x/k_z)(z+dz))}{\cosh(k(k_x/k_z)ds)} e^{i(kx - \sigma t)} \\ \bar{P}_0 &= \frac{\rho g H}{2} \frac{1}{\cosh kh} \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

ここに ds は海底砂層厚, k_x 及び k_z はそれぞれ水平 (x 軸) 及び鉛直 (z 軸) 方向の砂層透水係数である。したがって, (1)~(3) 式は (3) 式中の $\nu_s (= \mu_s/\rho'_s)$ 及び適当な境界条件が与えられれば解くことができる。このうち, μ_s に対して Einstein¹⁾ は漂砂濃度の関数となる次式を提案している。

$$\mu_s/\mu = 1 + (5/2)C \dots (6)$$

しかし, 上式によると先に述べた Newton 流体と考え得る最大の濃度 $C_b=0.53$ に対する μ_s/μ は 2.3 程度にしかかなり得ない。さきに著者らは, 平均粒径 $d_{50}=0.02$ cm の豊浦標準砂を用いた移動床 (水平床) 上の波高減衰率と, 同一の波浪条件下の固定床上の波高減衰率の差異から, μ_s/μ が 5~6 という値をとることを明らかにしている⁷⁾。この結果を参照すると高濃度の領域に対して (6) 式を用いるのは適当ではない。一方, Elies⁸⁾ は (6) 式のこのような欠点を補正するため, 高濃度層に対しても有効な次式を提案している。

$$\mu_s/\mu = (1 + 2.5C/(2(1 - 1.35C)))^2 \dots (7)$$

(7) 式によると $C_b=0.53$ に対しては $\mu_s/\mu \doteq 11$ となる。さらに先に述べた $\mu_s/\mu=5\sim6$ は $C_b=0.42\sim0.45$ に対応し, 従来考えられている掃流砂濃度と比較してほぼ妥当な値が得られる。したがって以下の解析における μ_s の値に対しては (7) 式を用いることとする。

2.2 境界条件

(1)~(3) 式を解くにあたっての境界条件を次式で与える。

$$z = \infty \text{ (境界層外縁) において} \\ u_f = u_{f0} \dots (8)$$

$$z = 0 \text{ (砂層上端) において} \\ u_f = u_{sb} \dots (9)$$

$$\mu \frac{\partial u_f}{\partial z} = \mu_s \frac{\partial u_{sb}}{\partial z} \dots (10)$$

$$z = -\delta_b \text{ (移動砂層最下端) において} \\ u_{sb} = 0 \dots (11)$$

(9), (10) 式は流体と砂層の境界において速度とせん断力が連続するという条件を表わす。

また掃流砂層移動層厚 δ_b は, 砂層内のせん断力が砂

層内のせん断抵抗よりも大きい領域の厚さと考え,

$$\mu_s \frac{\partial u_{sb}}{\partial z} \geq d_{50}(\rho'_s - \rho)gC_b \tan \phi \cdot N \dots (12)$$

を満たす最大の整数 N を移動層数とし, $\delta_b = d_{50} \times N$ から求めた。ここに ϕ は水中における底質砂の内部摩擦角である。但し, (12) 式においては第 N 層にある単位面積当りの砂数 $1 \times d_{50} \times C_b/(\pi d_{50}^3/6)$ のすべてが 1 個当り $\pi d_{50}^3(\rho'_s - \rho)g \tan \phi/6$ というせん断抵抗を持つものと考えている。

3. 掃流砂移動速度及び層厚に対する解析

3.1 移動速度及び層厚に対する計算

(1)~(3) 式を (8)~(11) 式の境界条件の下に解くと砂層速度 u_{sb} 及び移動層厚が求まる。しかし, (11) 及び (12) 式から明らかなように u_{sb} と δ_b は一意的に決まらないことから, δ_b に対しては, ds (砂層全厚) を初期値として与え, (12) 式を満足する最大の N が得られるまで繰返し計算を行う必要がある。さらに砂層濃度 C_b は一般には位相及び z の関数となることが考えられ²⁾, したがって C_b の関数として表わされる μ_s も位相及び z によって変化するものと想像される。しかし, 以下の計算においては, 解析解が得られるように, C_b の位相及び z 方向の変化は無視して行う。なお (5) 式中の k_x/k_z に対しては Sleath⁶⁾ が実験的に求めた 1.2 という値を用いる。

3.2 砂層内流速分布の位相変化

まず 図-2 に先に述べた方法で計算された境界層内の

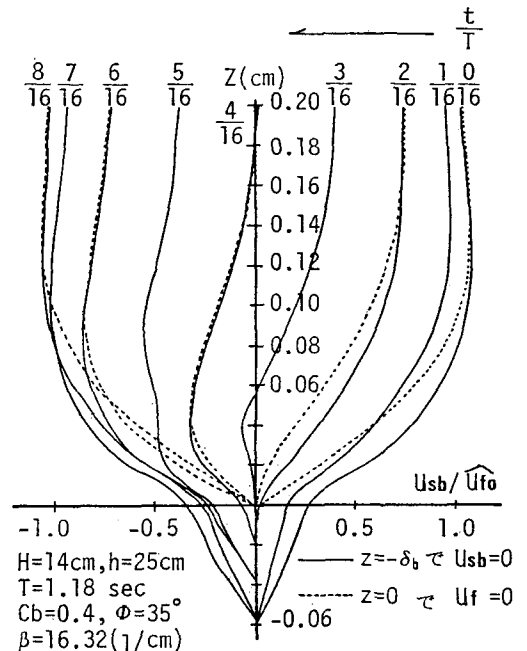


図-2 流速鉛直分布の位相変化の計算例

流速分布の一例を示す。計算条件は通常のスケールの2次元移動床実験で現われる水深 $h=25$ cm, 波高 $H=14$ cm, 周期 $T=1.28$ 秒, 底質粒径 $d_{50}=0.02$ cm, 砂層厚 $d_s=10$ cm であり, 砂層濃度 $C_b=0.4$ とした場合である。なお, 図中には参考のため固定境界条件 ($z=0$ で $u_f=0$) を満足する解

$$u_f = \hat{u}_{f0} (\cos \alpha t - e^{-\beta z} \cos (\alpha t - \beta z)) \quad \dots\dots (13)$$

も点線で示してある。ここに $\beta = \sqrt{g/2\nu}$ であり, 境界層外縁の水粒子速度の位相変化は (4) 式において $x=0$ とおき, 実部をとった形で与えている。

図-2 に示す実線と点線を比較して明らかなように, 砂層を粘性流体と考えた場合 (実線) は $z=0$ で $u_f=0$ という固定境界に対する解よりも当然流速が増加するが, その範囲は $z=0.2$ cm 以下 ($\beta z < 3.3$) のいわゆる通常境界層と呼ばれる領域にとどまっていることがわかる。さらに, 実験で示される流速分布において $u_{sb}=0$ となる厚さ, すなわち移動砂層厚さは C_b が一定 とおいたにもかかわらず位相によって変化することが明確に現われており, その最大値は 0.06 cm (砂層数は $0.06/0.02=3$ 層) である。また $t/T=3/16$ の位相においては $z=0$ において $u_{sb}=0$ となり, この位相では層状の移動は生じないことを示しているが, 固定境界上での底部せん断力が 0 となる位相 $t/T=2/16$ より若干おくれて, $u_{sb}=0$ となる位相が生じている。このことは, 固定床上の底部せん断力の位相変化と, 底質移動の位相変化と

は必ずしも一致しないことを示している。

3.3 表層砂の移動速度

つぎに $z=0$ における表層砂の移動速度について考察する。図-3 は $C_b=0.1\sim 0.6$ の範囲において計算された表層砂移動速度の振幅と, 境界層外縁流速の振幅比 $\hat{u}_{sb}/\hat{u}_{f0}$ を, レイノルズ数 $Re=\hat{u}_{f0}^2 T/\nu$ 及び砂の水中内部摩擦角 ϕ をパラメータに示したものである。但し, (5) 式中の $\bar{P}_0/\rho g H$ は 0.4 , $k \cdot d_s$ は 0.65 とした場合の結果である。なお, (12) 式中から決定される移動層厚は粒径の整数倍となるが, 底質粒径が $\hat{u}_{sb}/\hat{u}_{f0}$ に及ぼす影響は, このような移動層厚 ($u_{sb}=0$ を与える底部境界の位置) が粒径以下のオーダーで変化することによる微弱的な影響にとどまるため, 図-3 においては $d_{50}=0.01$ cm の場合の結果のみを示してある。

図-3 より明らかなように $\hat{u}_{sb}/\hat{u}_{f0}$ は C_b の減少あるいは Re の増加に伴って単調増加する。しかし, Re が 25×10^4 以上になると Re の増加に伴う $\hat{u}_{sb}/\hat{u}_{f0}$ の増加の割合は少なくなる。さらに, $Re=16 \times 10^4$ に対しては $\phi=35^\circ$ 及び 45° という2通りの計算結果を示してあるが, ϕ の影響は $C_b > 0.2$ で顕著に現われ, $\phi=35^\circ$ の場合は $\phi=45^\circ$ の場合に比べ最大 30% 程度 $\hat{u}_{sb}$ が大きくなることがわかる。また図中には香取⁹⁾が振動流発生装置を用い, sheet flow 状の漂砂移動に対して測定した平均的な C_b と $\hat{u}_{sb}/\hat{u}_{f0}$ の値 (このときの Re は 5×10^5) も示してある。この値を波動による漂砂移動を対象とした今回の計算結果とは直接比較することはできないが, 一応 Re が等しい計算結果 ($Re=50 \times 10^4$) と比較すると, 計算された $\hat{u}_{sb}/\hat{u}_{f0}$ は香取らの実測値に比べて少し大きい値を推定しているようである。

3.4 掃流砂移動層厚

最後に移動層厚 δ_b に対する考察を行なっておく。

図-4 は, 図-3 に示す $Re=16 \times 10^4$, $\phi=35^\circ$ の場合に, $d_{50}=0.01$ cm ~ 0.1 cm の粒径に対して計算される移動砂層数 N の最大値 (一周期内の) を, C_b をパラメータに示したものである。図より明らかなように, C_b の減少あるいは d_{50} の減少にともなって N は増加する。しかし, $C_b=0.6$ では $d_{50}=0.4$ cm 以下の底質砂に対しては $N=0$, すなわち底質砂はもはや層状には移動し得ず, 表面の突出粒子のみが移動する状態が現われている。また, 通常言われている平均的な掃流砂濃度 $C_b=0.2\sim 0.4$ ^{9),10)} に対する移動砂層数 N は $d_{50}=0.01$ cm の砂層に対しても高々 $7\sim 10$ 層, 移動層厚にして $0.7\sim 1.0$ mm 程度しかないことがわかる。さらに, Einstein⁹⁾, Abou-Seida¹¹⁾ らは, 掃流砂移動層数に対して $N=2$ と仮定した解析を行っているが, 図-4 より明らかなように N は決して普遍的な定数ではなく, 粒径, レイノル

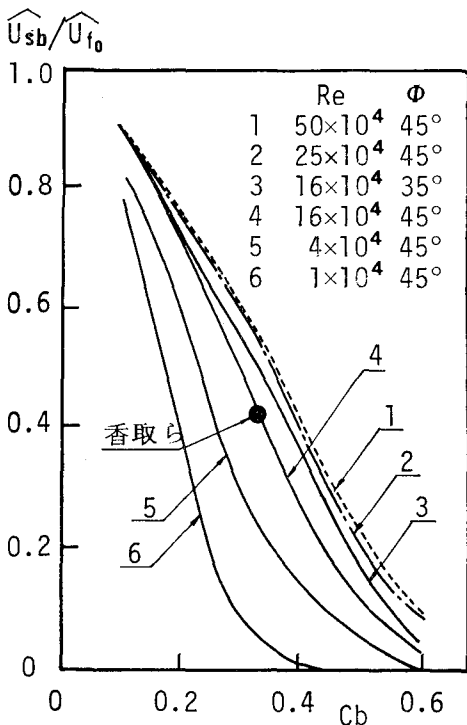


図-3 表層砂移動速度の振幅比

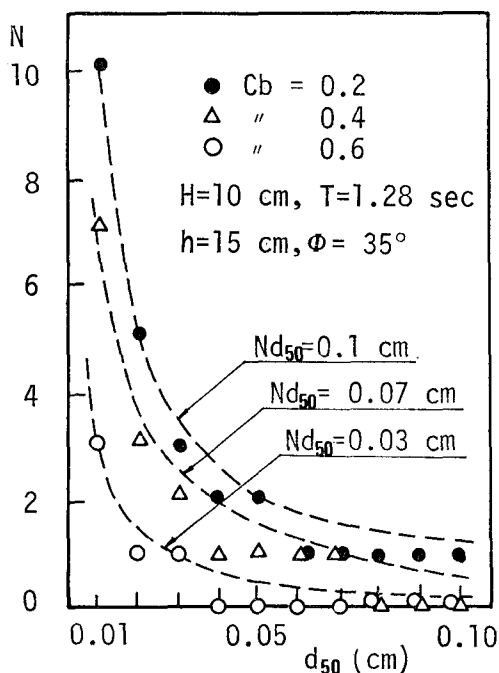


図-4 掃流砂最大移動層数

ズ数等によって変化する。図-4 中には参考のためそれぞれの C_b に対して $N \times d_{50} = \text{一定}$ となる曲線も示してあるが、 Re 及び C_b が同じならば $N \times d_{50}$ 、すなわち移動砂層厚 $\bar{a}_b$ はほぼ一定となることから、掃流漂砂量を定量化する場合には、当然移動砂層数を一定とするよりも移動層厚を一定した解析が必要であろう。

一方、図-4 には計算条件も示してあるが、この条件に対する集団移動限界に対応する粒径は 0.018 cm、全面移動限界に対応する粒径は 0.25 cm となる¹²⁾。したがって、佐藤らが定義した集団移動状態では、少なくとも2層以上にわたる層状の砂層移動が生ずるような状態に対応しているものと思われる。

4. あとがき

本研究では、海底砂層を仮想的な Newton 流体と考え、Euler 座標で境界層方程式を解くことにより掃流砂移動速度及び移動層厚の解析を試みた。その結果、流体運動が層流状態であることを仮定すると、砂層の移動速度及び、従来の Lagrange 的な方法では解析されなかった、移動層厚が底質粒径あるいはレイノルズ数等の関数として表わされることを明らかにした。しかし、それらは漂砂濃度をパラメータとして表されているため、漂砂濃度が未知数として残されている。

一方、実験水槽で生じている漂砂移動を観測していると、層状の底質移動が明らかに認められるのは、掃流力

がかなり大きい領域に限られ、通常砕波帯外ではいわゆる界面更新定理が適用されるような形での漂砂移動が主体であるように見える。しかし、砂れん斜面上を掃流される状態、あるいは砕波帯内においては明らかに層状の漂砂移動が観測され、さらに本研究で明らかにしたように、佐藤らが定義した集団移動限界以上の掃流力が作用する状態は少なくとも数層の砂層が層状に移動している状態に対応している。したがって、地形変動に対して有意な漂砂移動は、ほぼ層状に移動する漂砂移動が生ずる領域において発生することはまちがいない。そこで層流状態を仮定して解析した本研究結果が、砂れん発生領域あるいは砕波点近傍に対してどの程度有効かということを実験的に明らかにしようとしたが、現象の複雑さに測定技術がついていけず、移動速度、層厚等を定量的に把握することができなかった。現在、掃流砂濃度に対する理論的、実験的な解析を続けると同時にそれらの諸量に対する測定方法についても再検討を加えているところである。

なお本研究の一部は文部省科学研究費（自然災害特別代表者尾崎晃北海道工業大教授）によって行なわれたものである。ここに記して謝意を示す。

参考文献

- 1) Einstein, H. A.: The Bed-Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows., Tech. Bull., No. 1062, U.S.D.A., Washington, 78 p., 1950.
- 2) Bagnold, R. A.: The Flow of Cohesionless Grains in Fluids, Proc. Roy. Soc., Vol. 249, A964, pp. 235 ~ 297, 1956.
- 3) Eagleson, P. S. et al.: The Mechanics of the Motion of Discrete Spherical Bottom Sediment Particles due to Waves, Tech. Memo., No. 104, BEB, 1958.
- 4) 日野幹夫・山下俊彦・米山 晋: 波による砂粒子の運動と掃流漂砂量に関する研究, 第29回海講論文集, pp. 213 ~ 217, 1982.
- 5) 土屋義人・清水 潔: 波による球状粒子の移動機構, 第29回海講論文集, pp. 233 ~ 238, 1982.
- 6) Sleath: Wave-Induced Pressures in Bed of Sand, Proc. ASCE, HY2, pp. 367 ~ 379, Feb. 1970.
- 7) 出口一郎・榎木 亨・前田 強: 漂砂移動に伴う波高減衰効果, 第32回年講概要集, pp. 178 ~ 179, 昭和52年.
- 8) Daily, J. W.: 粒子を懸濁した水の流れ (日野幹夫 訳) 土木学会誌 6月号, pp. 42 ~ 47, 1964.
- 9) 香取寛和・渡辺 晃・堀川清司: シートフロー状の漂砂移動に関する研究, 第27回海講論文集, pp. 202 ~ 206, 1980.
- 10) 出口一郎・榎木 亨: 掃流漂砂濃度に関する一考察, 第39回年講概要集, 昭和59年.
- 11) Abou-Seida, M. M.: Bed Load Function due to Wave Action, Univ. California, Berkeley, Tech. Rept., HEL, 2 ~ 11, 1965.
- 12) 佐藤昭二・田中則男: 水平床における波による砂移動について, 第9回海講論文集, pp. 95 ~ 100, 1962.