

# 漂砂の移動限界に及ぼす吸水の効果

河 田 恵 昭\*・L. H. Larsen\*\*

## 1. 緒 言

海水の吸込みによって、砂面に働く流体力を変化させる取り扱い、広義には壁面流出入 (transpiration) による境界層制御の範ちゅうに入るものである。水工学の分野では、開水路浸透床上の乱流構造に関する研究が行われてきたほか、応用研究として本研究が対象とした強制浸透による浜漂砂制御工法が開発されている。

著者らは、本工法を開発するために、波のそ上機構の解析や2次元海浜変形に及ぼす吸水の影響に関する研究<sup>1)</sup>を行ってきた。その成果の1つとして、前浜に底質の沈降速度の1/100程度の吸水速度を付加すれば、底質の移動が抑制され、侵食防止に効果があることを見出した。これは、吸水のために漂砂の移動限界が大きくなることに主として依存していると考えられる。

本論文では、漂砂の移動限界に及ぼす吸水の効果を定量的に表示するために、浸透床上的における摩擦速度を評価し、静的な力のつり合条件式から、砂面の透水性と吸水速度をあらわに含む漂砂の移動限界を求め、実験結果との比較からその妥当性を明らかにする。

## 2. 基礎式と摩擦速度の評価

### 2.1 床面の透水性を考慮した基礎式

浸透床上的の微小振幅波理論は、浸透層厚を無限大とする取り扱いによって、すでに Reid ら<sup>2)</sup>によって展開されている。それに従い、図-1のように座標系をとり、 $x, y$  方向の速度成分をそれぞれ  $u, v$  とし、非圧縮・非粘性の完全流体として取り扱えば、速度ポテンシャル  $\phi$  は Laplace の式を満足するとともに、流体層中の任意の点の圧力  $p$  は次式で与えられる。

$$p_f/\rho = \partial\phi/\partial t - g(y-h) + \text{const.} \quad (1)$$

ここに、 $\rho$ : 流体の密度、 $g$ : 重力の加速度、 $h$ : 水深および添字  $f$  は流体層における値を示す。一方、浸透層中の流体の運動方程式は、つぎのようになる。

$$r\partial\mathbf{V}_p/\partial t = -(\nu/K)\mathbf{V}_p - (1/\rho)\text{grad } p_p \quad (2)$$

ここに、 $r=1/(1-\lambda)$  で、 $\lambda$ : 浸透層の空隙率、 $\nu$ : 動粘

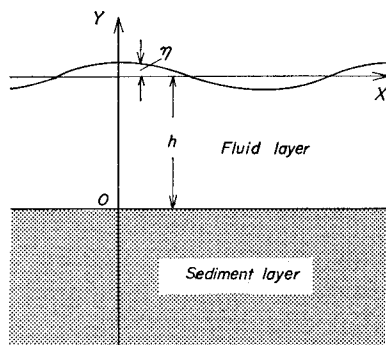


図-1 座標系と変数の定義

性係数、 $K$ : 透水係数および添字  $p$  は浸透層における値を示す。

一方、境界条件は以下のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \text{(i) } y=h: \\ -\partial\phi/\partial y = \partial\eta/\partial t \\ \partial^2\phi/\partial t^2 + g\partial\phi/\partial y = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) } y=0: \\ p_f = p_p, \quad -\partial\phi/\partial y = v_p \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{(iii) } y=-\infty: \\ u_p = v_p = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

微小振幅の表面波として、進行波と重複波の重ね合わせを考える。ここで、重複波を用いた理由は、つぎの通りである。すなわち、構造物前面で重複波が形成される場合にも適用でき、また周期を無限大として取り扱えば、腹の部分の浸透層上で鉛直方向の水粒子速度が見出され、これが吸水あるいは吹出しを与えた場合に対応するからである。式 (1) および (2) に式 (3), (4) および (5) の境界条件を適用すれば、速度ポテンシャル  $\phi$  と圧力  $p_p$  は、それぞれつぎのように表わされる。

$$\phi = \sum_{j=1}^2 \frac{igA_j}{\omega_j} \frac{\cosh N_j y - iM_j \sinh N_j y}{\cosh N_j h - iM_j \sinh N_j h} \times (F_j + \delta_{2,j} G_j) \quad (6)$$

$$p_p = \sum_{j=1}^2 \rho g A_j \frac{\exp(N_j y)(F_j + \delta_{2,j} G_j)}{\cosh N_j h - iM_j \sinh N_j h} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} F_j &= \exp\{i(N_j x - \omega_j t)\}, & G_j &= \exp\{i(N_j x + \omega_j t)\}, \\ M_j &= m_j/(1 - i m_j r), & m_j &= (K/\nu)\omega_j, \quad (j=1, 2) \end{aligned}$$

\* 正会員 工博 京都大学助教授 防災研究所

\*\* Ph.D. ワシントン大学准教授 海洋学部

ここに,  $\delta$ : kronecker の delta 記号,  $A$ : 振幅,  $N$ : 複素波数,  $\omega$ : 角振動数である.

## 2.2 床面における水粒子速度

式 (6) から, 床面における鉛直水粒子速度  $v_s$  が次式のように求まる.

$$v_s = - \sum_{j=1}^2 \frac{g A_j N_j M_j}{\omega_j} \frac{F_j + \delta_{2,j} G_j}{\cosh N_j h - i M_j \sinh N_j h} \dots\dots\dots (8)$$

一般に,  $m_j \ll 1$  であり, 波の伝播に伴う波高減衰を無視し, 重複波の周期を無限大とすれば, 式 (8) の実数部は, 近似的に次式のようになる.

$$v_s \doteq - \frac{g A_1 k_1 m_1}{\omega_1 \cosh k_1 h} \cos(k_1 x - \omega_1 t) - \frac{g K}{\nu} A_2 k_2 \dots\dots\dots (9)$$

ここに, 式 (9) はつぎのように解釈される. すなわち, 右辺第 2 項は任意の  $A_2$  について成立するので, 一様な吸水あるいは吹出し速度が床面に付加された場合に置き換えられる. この結果は, 吸水速度の複素ポテンシャルとして  $y$  の 1 次の非周期関数を与えた場合と一致することは当然である.

同様の取り扱いによって, 流体層と浸透層の境界面の直上および直下の水平水粒子速度  $u_{su}$  および  $u_{sl}$  は, それぞれ次式のようになる.

$$\left. \begin{aligned} u_{su} &= \frac{g A_1 k_1}{\omega_1 \cosh k_1 h} \sin(k_1 x - \omega_1 t) \\ u_{sl} &\doteq m_1 u_{su} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

したがって,  $u_{su}$  と  $u_{sl}$  の間に近似的には位相差がないが, 砂面の透水性のために, 後者が前者に比べて  $m_1$  倍小さくなるのがわかる.

## 2.3 境界層方程式と摩擦速度

ここでは, 理論の展開にあたり, 浸透床上の境界層の特性は吸水によって変化しないと仮定する. これまでのところ, 床面からの人為的な流出入を伴う波動境界層に関する研究がみあたらないので, この仮定の妥当性について詳しく検討できないが, つぎのような成果から考えて, 近似的に成立すると推察される. すなわち, 波動境界層のように圧力勾配が存在する境界層において, 摩擦速度に及ぼす床面からの流出入の効果は, 開水路や管路の流れの場合に酷似しているという, Patel ら<sup>3)</sup>の実験結果や付加する吸水速度が摩擦速度のたかだか 1/100 程度では, 摩擦速度は増加するが境界層の特性は変化しないという開水路浸透床上の乱流構造に関する中川ら<sup>4)</sup>の成果から考えて, この場合にもかなり適用できよう. なお, 吹出しを付加した場合にも, 同様の結果が得られている. そこで, ここでは, 式 (9) および (10) を境界条件として, 境界層方程式を解き, 摩擦速度を評価する. 座標系を図-1 と同様にとり, 床面からの吸水は床面に垂直で, かつ波の伝播方向に一様であり, しかも, 砂粒

の移動限界時に,  $u \gg v$  であると仮定すれば, 境界層近似の適用のもとに, 基礎式として次式を得る.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \\ &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \\ &- \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u_b}{\partial t} + u_b \frac{\partial u_b}{\partial x} \\ v &= v_a - \int_0^y \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) dy \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

ここに,  $\tau = \rho \nu K_0 \partial u / \partial y$  であり,  $K_0$ : 無次元渦動粘性係数,  $v_a$ : 吸水速度および添字  $b$  は境界層外縁を示す. 式 (11) から, 結局次式を得る.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v_a}{\delta} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial \eta_0} \int_0^{\eta_0} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) d\eta_0 \\ &= \frac{\partial u_b}{\partial t} + u_b \frac{\partial u_b}{\partial x} + \omega_1 \frac{\partial}{\partial \eta_0} \left( K_0 \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ここに,  $\delta = (\nu / \omega_1)^{1/2}$  および  $\eta_0 = y / \delta$  である.

いま,  $\varepsilon$  を微小量とし, 境界層外縁の流速が,

$$\begin{aligned} u_{sx} &= \varepsilon u_{sx1} + \varepsilon^2 u_{sx2} + \dots \\ &= \text{Im} [\varepsilon u_{\infty 1}(x) \exp(i\omega t) \\ &\quad + \varepsilon^2 u_{\infty 2}(x) \exp(2i\omega t) + \dots] \end{aligned} \dots\dots\dots (13)$$

で与えられ, さらに境界層内の流速  $u$  のせつ動解を,

$$u = \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots \dots\dots (14)$$

とすれば, 式 (13) および (14) を式 (12) に代入して,  $\varepsilon$  の 1 次の項に対して, 次式が成立する.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{v_a}{\delta} \frac{\partial u_1}{\partial \eta_0} = \frac{\partial u_{sx1}}{\partial t} + \omega_1 \frac{\partial}{\partial \eta_0} \left( K_0 \frac{\partial u_1}{\partial \eta_0} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

いま, 層流境界層の場合を対象とし, 解をつぎのように仮定する.

$$u_1 = \text{Im} [u_{\infty 1}(x) \{1 - F_1(\eta_0)\} \exp(i\omega_1 t)] \dots\dots\dots (16)$$

式 (16) を式 (15) に代入すれば, つぎの関係式が得られる.

$$\frac{d}{d\eta_0} \left( K_0 \frac{dF_1}{d\eta_0} \right) - \frac{v_a}{\delta \omega_1} \frac{dF_1}{d\eta_0} - i F_1 = 0 \dots\dots\dots (17)$$

境界条件式 (9) および (10) のもとで式 (17) を解けば, 流速  $u_1$  として次式が得られる.

$$u_1 = u_0 \{ \sin \theta - (1 - m_1) \exp(n_1 \eta_0) \sin(\theta - n_2 \eta_0) \} \dots\dots\dots (18)$$

ここに,  $\theta = k_1 x - \omega_1 t$ ,  $u_0 = g A_1 k_1 / \omega_1 \cosh k_1 h$ ,  $n_1 = (1/2)(R + 1/n_2)$ ,  $n_2 = -\{2[(R^2 + \sqrt{R^4 + 16})]^{1/2}\}^{1/2}$ ,  $R = v_a \delta / \nu$  である. 式 (18) から, 摩擦速度  $u^*$  として次式が得られる.

$$\begin{aligned} u^{*2} &= u_0^2 (1 - m_1) \sqrt{n_1^2 + n_2^2} (\nu / \delta) \sin(\theta + \gamma) \\ &= u_0^{*2} \sin(\theta + \gamma) \end{aligned} \dots\dots\dots (19)$$

ここに,  $\gamma = \tan^{-1}(-n_1/n_2)$  である. 式 (19) からわかるように, 摩擦速度の表示には, 浸透層の無次元透水係数  $m_1$  と無次元吸水速度  $R$  の影響があらわに含まれてい

る。もちろん、両者を無視した場合の摩擦速度の表示は従来の結果と一致する。また、摩擦速度と水粒子速度の位相差は不浸透の場合の  $\pi/4$  ではなく、波の周期と透水係数の関数として与えられることも指摘できる。

### 3. 吸水時の漂砂の移動限界の表示

周知のように、漂砂の移動限界について、従来よりいくつかの定義がなされているが、計測上の困難さもあり、流砂の場合におけるような定量的な評価法が導入されておらず、いまだ統一的な取り扱いはされていない。ここでは、漂砂の移動限界に及ぼす吸水の効果を見出すことを主眼として、1個の球状粒子の静的つり合条件とここで誘導した摩擦速度の表示を用いて検討する。

#### 3.1 砂粒のつり合条件

いま、図-2 に示すように、球状の砂粒からなる砂面上に突出している1つの砂粒を考え、この移動開始の条件を取り扱うことにする。流れは2次元とし、この砂

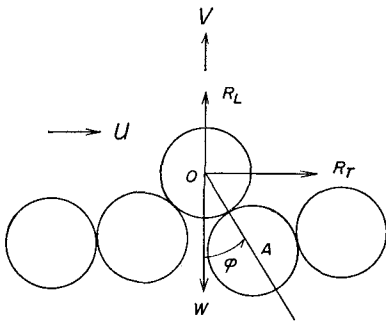


図-2 砂粒に作用する力

粒に作用する力として、水平方向の流体力  $R_T$ 、鉛直方向の流体力  $R_L$  および砂粒の重量を  $W$  とすれば、水平砂面上での砂粒の移動限界に対して、図-2 を参照すれば、つぎのつり合条件式が得られる。

$$(W - R_L) \tan \varphi = R_T \quad \dots\dots\dots (20)$$

さらに、それぞれの力はつぎのように表示される。

$$\left. \begin{aligned} W &= (\pi/6)(\sigma - \rho)gd^3 \\ R_L &= \left(\frac{\pi}{8}\right)\rho C_{Dv}d^2v|v| + \left(\frac{\pi}{6}\right)\rho C_{Mv}d^3\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) \\ R_T &= \left(\frac{\pi}{8}\right)\rho C_{Dx}d^2u|u| + \left(\frac{\pi}{6}\right)\rho C_{Mx}d^3\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 $\varphi$ : 砂粒の静止摩擦角、 $d$ : 粒径、 $\sigma$ : 砂粒の密度、 $C_D$  および  $C_M$ : それぞれ砂粒の抵抗係数および質量係数である。

#### 3.2 漂砂の移動限界

鉛直方向に速度勾配が存在するので、水粒子速度と加速度のそれぞれの代表値は、 $y=d$  における値を用いることにし、また、境界層近似から、 $\partial u_1/\partial t \gg \partial v_1/\partial t$  とし

て、後者を無視する。結局、漂砂の無次元移動限界  $\tau_c^*$  として、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \tau_c^* &= \frac{u_c^{*2}}{(\sigma/\rho - 1)gd \tan \varphi} = \frac{1}{\phi_0 \max} \quad \dots\dots\dots (22) \\ \phi_0 &= (3/4)A_1A_2C_{Dv}f_1|f_1| \\ &\quad + \sqrt{A_1/A_2}C_M(u_0^*d/\nu)f_2 \\ &\quad + (3/4)A_1A_2C_{Dx}(R - k_1df_3)|R - k_1df_3| \quad \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

ここに、

$$A_1 = \frac{1}{(1 - m_1)\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}, \quad A_2 = \frac{u_0\delta}{\nu} \quad \dots\dots (24)$$

また、 $C_{Dx}$  および  $C_{Dv}$  は砂粒 Reynolds 数と  $A_2$  の関数であり、球の場合、 $C_M = 1.5$  である。したがって、 $\phi_0$  は浸透層の透水係数、吸水速度、砂粒 Reynolds 数、境界層厚の Reynolds 数および  $\theta$  の関数として表示される。 $\phi_0$  の最大値  $\phi_0 \max$  がちょうど漂砂の移動限界に対応することになる。なお、不浸透床面の場合には、 $A_1 = 1$ 、 $R = 0$  となり、野田<sup>5)</sup>の結果と一致する。

### 4. 漂砂の移動限界に及ぼす吸水の影響

#### 4.1 床面の透水性の影響

床面から人工的に吸水や吹出しを付加しない場合について ( $R=0$ )、漂砂の移動限界に及ぼす床面の透水性の影響を検討する。

図-3 は  $u_0\delta/\nu$  を 50 および 100 とし、無次元透水係数  $m_1$  をパラメーターとして漂砂の移動限界を示したものである。これから、砂粒 Reynolds 数が 10 以下になると、床面の透水性の影響が顕著になることが見出される。さらに、 $u_0\delta/\nu = 50$  と 100 の場合を比べると、前者の方が無次元移動限界は若干大きいものの、その砂粒 Reynolds 数による変化はほとんど同じ傾向を示すことがわかる。一方、10 以上では、無次元透水係数の影響はほとんど無視できるほど小さく、むしろ  $u_0\delta/\nu$  の影響が大きくなっている。従来の漂砂の移動限界に関する実験値の大部分は砂粒 Reynolds 数が 100 以下のものでは

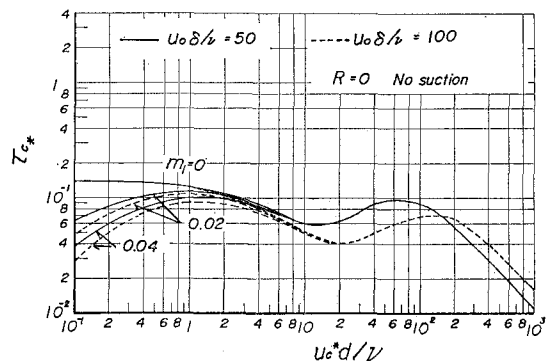


図-3 漂砂の移動限界に及ぼす透水性の影響

り、かなり散乱している。その原因の 1 つは、移動限界の定義の相違によるものであるが、そのほかにつぎのことが考えられる。すなわち、従来の実験方法は、大別すれば進行波を用いる場合と振動板あるいは振動水槽を用いる場合の 2 つに分けられる。とくに、後者による方法で明らかなように、床面に働く圧力は一定であり、したがって、たとえ移動床による移動限界の実験を行っても、浸透流は発生しないことになる。一方、波による実験においても床面が移動床の場合と固定床の場合とで漂砂の移動限界が相違する可能性がある。図-4 および 5

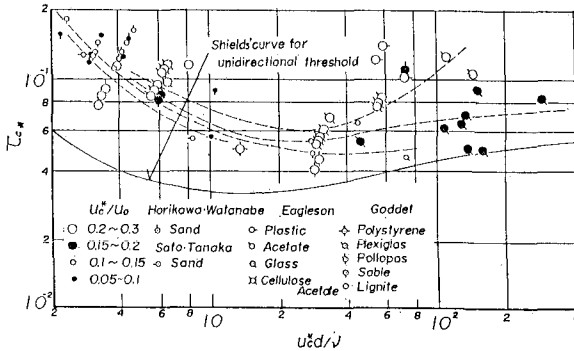


図-4 進行波による従来の移動限界

は、全面移動の限界の定義による進行波と振動板・振動流による場合の従来の実験結果を示したものである。この場合、摩擦速度は Jonsson の方法を適用して求めた。なお、図中のパラメーターは  $u_*^2/u_0$  としてあるが、これは  $u_0 \delta / \nu$  と  $u_*^2 d / \nu$  の関数として与えられる。これからつぎのことが指摘できよう。進行波による実験結果から、Reynolds 数が 100 程度まで大きくなるにつれて、 $u_*^2/u_0$  の無次元移動限界に及ぼす影響がより明確になることが見出される。ただし、この付近には比重の軽い粒子を使った Eagleson のデータが多いので、相対密度による影響も入ってこよう。このような傾向は図-5 でも認められる。両者の結果の比較から、全般的に進行波による移動限界の方が振動板・振動流によるものより大きくなっていることがわかる。実験値のバラつきは、微小振幅波理論を用いて水粒子速度などを求めたことにも依拠しようが、今回の解析結果から考えて、これらの相違の原因として、浸透流の存在が挙げられよう。

#### 4.2 吸水の効果

図-6 (a) および (b) は吸水速度を変化させた場合の漂砂の移動限界の計算結果を示す。ただし、吸水速度を大きくした場合、式 (23) の  $\phi_0$  の値が  $\theta$  のいかににかかわらず零から負の値になる範囲があるので、一応、 $\phi_0=0$  となる値まで計算して示してある。吸水速度は無次元化してあるが、おおよその目安として、

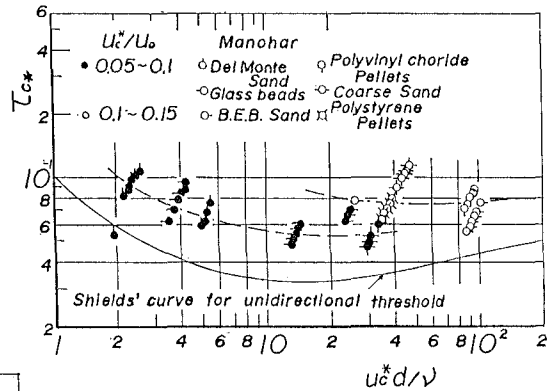
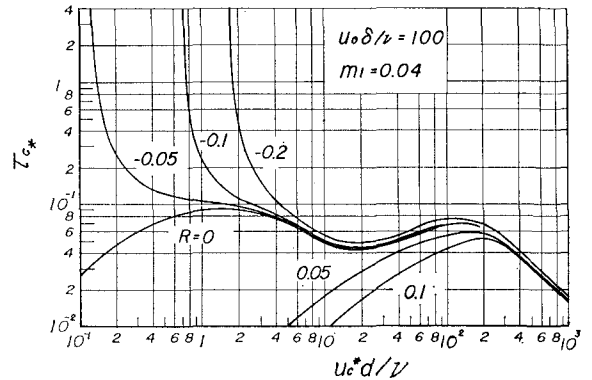
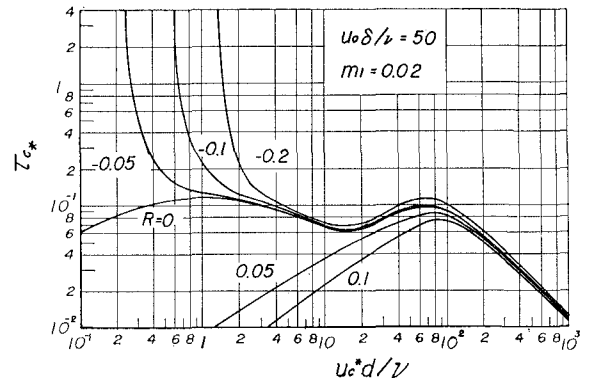


図-5 振動板・振動流による従来の移動限界

周期 2 sec の波を用いた場合、粒径が 0.2 mm の砂粒の沈降速度の 1/100 の吸水速度を付加すれば、 $R=-0.1$  になる。これらの図から、砂粒 Reynolds 数が 100 以下になれば、漂砂の移動限界に及ぼす吸水の効果は非常にあらわになるといえる。たとえば、砂粒 Reynolds 数が 2~3 付近で沈降速度の 2% の吸水速度を付加した場合、無次元移動限界が吸水しない場合の 2 倍以上大きくなることがわかる。また、



(a)  $m_1=0.02$ ,  $u_0 \delta / \nu=50$  の場合



(b)  $m_1=0.04$ ,  $u_0 \delta / \nu=100$  の場合

図-6 漂砂の移動限界に及ぼす吸水の効果

吹出し速度の付加によっても、逆の傾向が見出されるが、吹出し速度による場合の方が漂砂の移動限界に及ぼす効果がさらに大きくあらわれていることも認められる。こうした傾向は無次元透水係数や  $u_0\delta/\nu$  の値が変化しても見出される。

### 5. 吸水の効果に関する実験結果との比較

著者らはすでに、plane bed を対象とし、種々の吸水条件下で進行波による漂砂の移動限界の実験を行い、吸水の効果を検討してきた<sup>6)</sup>。ここでは、その結果を用いて前述した解析結果の妥当性を明らかにする。

実験は 図-7 に示す二重床式波浪水槽を用いて行った。水槽中央部に設けた移動床には中央粒径 0.20 mm、比重 2.65 の豊浦標準砂を敷いてある。移動限界としては、水路と直角方向の基準線を岸方向へ、単位時間、単位面積当たり横切る個数を数えることにし、波の半周期の移動

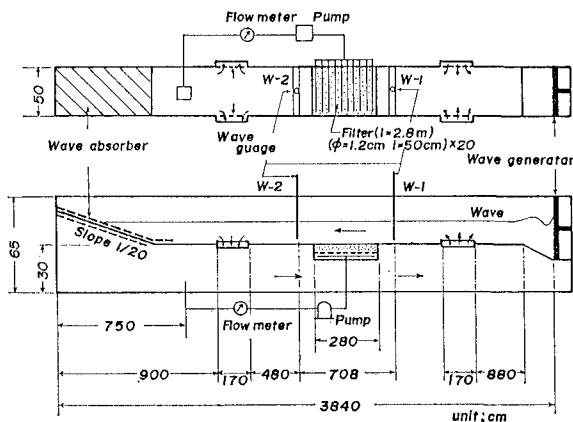


図-7 二重床式波浪水槽と実験装置の概要

量が零となる波浪条件を外挿することによって推定している。図-8 はその結果を示したものであって、 $u_0\delta/\nu$  が 50 から 100 程度まで変化するので、その影響もあって同一の吸水速度においても実験値は変化しているが、その傾向は計算結果とかなり対応していることがわかる。ただし、吸水速度が大きい場合、実験値は計算値より移動限界が小さくなっているのも、やはり、微小振幅波理論の適用や今回の解析で用いた境界層の仮定がその範囲で問題となることも考えられる。

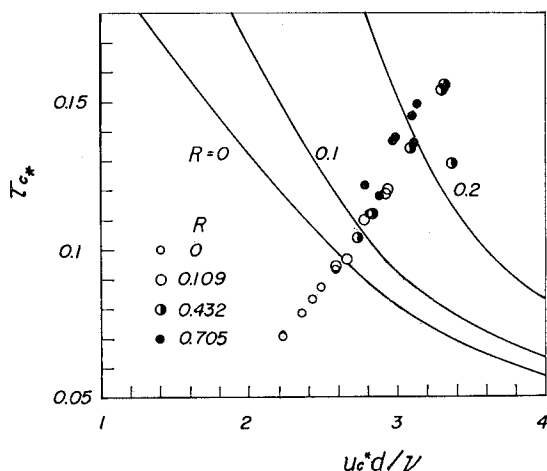


図-8 漂砂の移動限界に及ぼす吸水の効果に関する計算値と実験値との比較

### 6. 結 語

今回の解析によって、漂砂の移動限界に及ぼす吸水の効果はかなり大きく、この機構が浜漂砂制御工法の重要な部分をしめることが明らかになった。最後に、有益な御助言を賜った土屋義人教授に謝意を表する。なお、本研究の一部は著者の一人河田が鹿島学術振興財団の援助を受けてアメリカ合衆国ワシントン大学で行ったものであることを付記する。

### 参 考 文 献

- 1) 土屋義人・河田恵昭：浜漂砂に及ぼす吸水の影響について，第27回海講論文集，pp. 270～274，1980。
- 2) Reid, R. O. and K. Kajiura: On the dumping of Gravity waves over a permeable sea bed, J.G.R., Vol. 38, No. 5, pp. 662～666, 1957.
- 3) Patel, V. C. et al.: Reversion of turbulent to laminar flow, J.F.M., Vol. 34, pp. 371～392, 1968.
- 4) 中川博次・瀬津家久：壁面流入を伴う開水路浸透床上の乱流構造に関する研究，土木学会論文報告集，第285号，pp. 45～58，1979。
- 5) 野田英明：海浜過程，1971年度水工学に関する夏期研修会講義集，B，土木学会，pp. B-5-1～27，1971。
- 6) 土屋義人・河田恵昭・上田康裕：漂砂の移動限界に及ぼす強制浸透の影響，土木学会関西支部年講概要集，pp. II-76-1～2，1981。