

吹送流・吹きよせの統計的システム解析

藤 原 建 紀*

1. ま え が き

瀬戸内海のような浅海域においては、潮流による物質輸送の他に、風、特に冬の季節風のように長期間一定方向に吹く風によって起る流れによる物質輸送の役割は重要であり、これを定量化することは沿岸域における水質予測あるいは浮遊物の漂流予測等を行う上で重要である。風によって起る流れや水位差は、現象の因果関係や力学機構が明瞭であるので、これを数値計算で求めることは可能であるが、計算結果を流れや水位差の実測値と比較する場合、現実の流れや水位差には風以外の要因による変動も多く含まれているため、単に両者を比較するだけでは計算結果の検証を行うことが困難な場合が多い。

本研究では現実の海を、風を入力、水位差や流れを出力とする統計的ダイナミックシステムと考え、この特性解析にシステム解析手法¹⁾²⁾を適用し、この手法の有用性を示した。また海洋では長期間のデータが得られない場合が多いので、データ長が短い場合の解析法についても示した。

2. 応答関数解析

(1) 解析方法

解析の対象としたのは大阪湾における風と水位差、流れの系である。解析に使用した風速および流速は、泉南沖 5km に位置する海上観測塔の、海面上 25m の風速および水面下 3, 9, 16m 層 (海深 19m) の流速の毎時の値である。これらのデータは運輸省第三港湾建設局のデータであり、この観測塔の流速値の解析は村上・森川・坂口・早川³⁾によって行われている。また、水位差については、気象庁観測の大阪、洲本の毎時の水位を用いた。データ長は、水位および風については 1978 年を前半および後半にわけたそれぞれ 6 月間であり、流速については上、中層は 1978 年 1 月から 5 月の 5 月間、下層は 1 月から 3 月までの 3 月間である。

解析法を簡単に示す¹⁾。 t を時間とし、 x を入力、 z を

出力とする。 z は、入力と線形に対応する部分 y と、 x とは全く線形な関係を持たない部分 n との和として、

$$z = y + n \dots\dots\dots (1)$$

として表わされ、 y と x の関係は、

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)h(\tau)d\tau \quad (\tau < 0, h=0) \dots\dots (2)$$

$$A(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i2\pi f\tau)h(\tau)d\tau \dots\dots\dots (3)$$

$$S(t) = \int_{-\infty}^t h(\tau)d\tau \dots\dots\dots (4)$$

で表される。 h はインパルス応答関数、 A は周波数応答関数、 S はステップ応答関数とよばれ、 $|A|$ はゲイン、 A の位相角はフェイズとよばれる。 x のパワースペクトル密度関数を P_{xx} 、 x と y 、 x と z および x と n のクロススペクトル密度関数をそれぞれ P_{yx} 、 P_{zx} 、 P_{nx} とする。いま、与えられているのは x 、 z のみであるが、

$$P_{zx} = P_{yx} + P_{nx} = AP_{xx} \dots\dots\dots (5)$$

$$(P_{nx}=0, P_{yx}=AP_{xx})$$

$$A = P_{zx}/P_{xx} \dots\dots\dots (6)$$

となり、 x と z より周波数応答関数が求まる。これのフーリエ変換によりインパルス応答関数、さらに積分によりステップ応答関数が求まる。

原理的には簡単であるが、これを沿岸での風と流れや水位差の実測データに適用する場合、(1) 式の n に当るノイズ成分、特に潮汐周期成分がきわめて大きいという特徴がある。そこで、応答関数を求める前の処理として流れおよび水位差については、最小 2 乗法調和分解法により 1/4 日、半日および 1 日周期の潮汐周期成分を除去した。またインパルス応答関数を求めるには、重回帰により直接求める方法もあるが、情報の失われる潮汐周期付近の特性を点検できるようまず周波数応答関数を求め、それからインパルス応答関数、さらにステップ応答関数を求める手順を採用した。

インパルス応答関数で時刻 t が負の領域は物理的には 0 となるはずであるが、現実のデータでは完全に 0 とはならない。これを (6) 式で求まる周波数応答関数 (A_r とする) の推定誤差によると考え、インパルス応答関数が $t < 0$ で 0 となる条件および

* 正会員 理修 中国工業技術試験所 内海水理研究室

$$\sum_{i=0}^N |A_r(i) - A_c(i)|^2 / |A_r(i) \cdot R(i)|^2 \dots\dots\dots (7)$$

を最小とする条件により周波数応答関数 (A_c) を求めた。ここで、 Δt をサンプリング間隔とすると、 $A(i)$ は周波数 $i/(2\Delta t \cdot N)$ の周波数応答、 $R(i)$ は $A(i)$ の相対誤差である。

水位差の風に対する応答を求める場合は、潮汐周期成分を除去した水位差を出力とし、風の東向成分および北向成分を入力とする2入力1出力系となる。また流れの場合は潮汐周期成分を除去した流れの東向成分および北向成分が出力となり、2つの2入力1出力系となる。

(2) 解析結果

大阪、洲本間の水位差を出力、風を入力とする系の応答解析結果を以下に示す。図-1 は上段よりマルチプルコヒーレンシー、パーシャルコヒーレンシー、フェイズ、ゲインであり、実線および破線はそれぞれ風の東向および北向成分についてである。パーシャルコヒーレンシーには 95% 有意水準を細線で示す。これ以上であれば風の変動と水位差の変動の間に有意な相関があると言えるが、12 時間周期より長い周期では、風の東向、北向成分ともに有意である。12 時間よりも長い周期ではフェイズはほとんど 0 であり、ゲインもほぼ一定となっている。図-2 は周波数応答関数より求めたステップ応答関数 (時刻 $t < 0$ では風速は 0 であり、 $t \geq 0$ では一定の風

が吹いた時に起る水位差) であり上段が風の東向成分、下段が風の北向成分によるものである。a は 1978 年 7 月 2 日から 12 月 30 日のデータから、b は 1 月 1 日から 7 月 1 日のデータから求めた結果である。cor. および raw はそれぞれ周波数応答関数 A_c および A_r から求めたステップ応答関数であることを示す。また 図-3 は 図-2 の (a cor.) に対するインパルス応答関数である。図-2, 3 の時間分解能は 1 時間である。図-3 上段は時刻 $t=0$ にパルス状の西風が吹いた時におこる大阪、洲本間の水位差であるが、ほぼ時間遅れなく (1 時間以内) 水位差が生じ、その後数時間周期で振動しながら次第に減衰している。大阪湾のセシユ周期は 1 時間およ

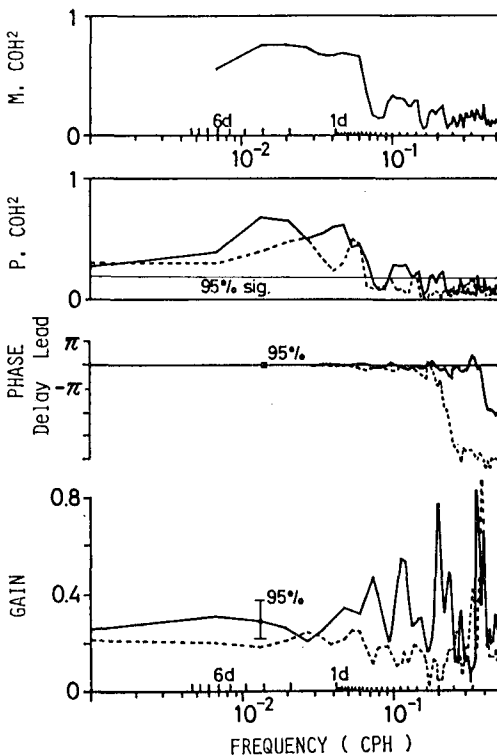


図-1 コヒーレンシー、フェイズとゲイン

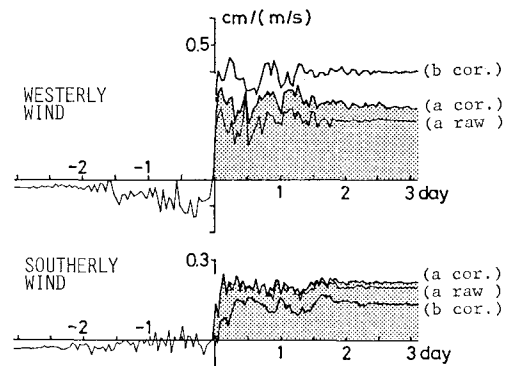


図-2 水位差のステップ応答関数

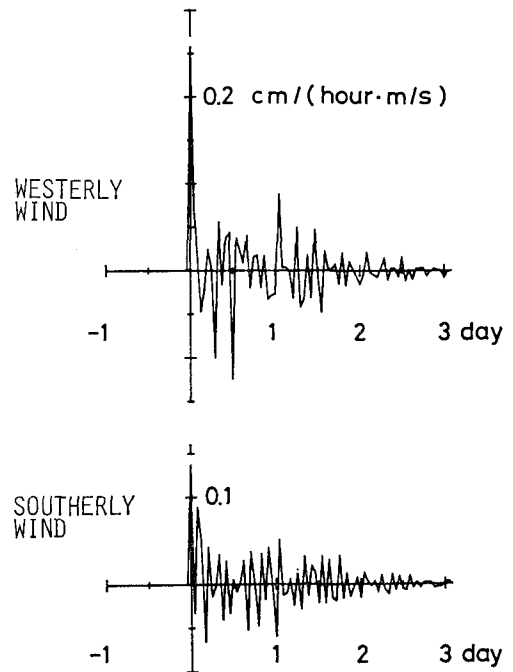


図-3 水位差のインパルス応答関数

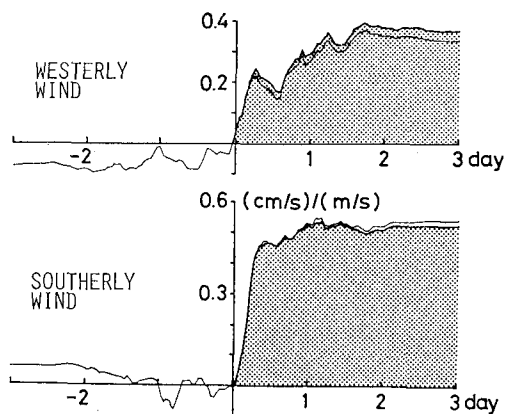


図-4 上層の東向成分流速のステップ応答

び2時間⁴⁾であり、風が吹き出してから水位差が生じるまでの応答時間はセイシュ周期の4分の1であるが⁵⁾、図-2, 3は、系の特性について何の物理的前提も置かずに求められたにもかかわらず、理論的に予想される特性をよく表している。

次に風と流れの応答解析の結果について述べる。図-4は上層(水深3m)の流れの東向成分について、水位差の場合と同様にして求めたステップ応答関数である。流れのステップ応答は水位のステップ応答に比べると立上りが若干遅くなっている。もし風による流れが、吹きよせによる水位の上昇、下降に伴うもののみであれば、流れのステップ応答は水位のステップ応答の時間微分、つまり水位のインパルス応答と類似となる。しかし実際の流れのステップ応答は時間とともに0でない一定値に

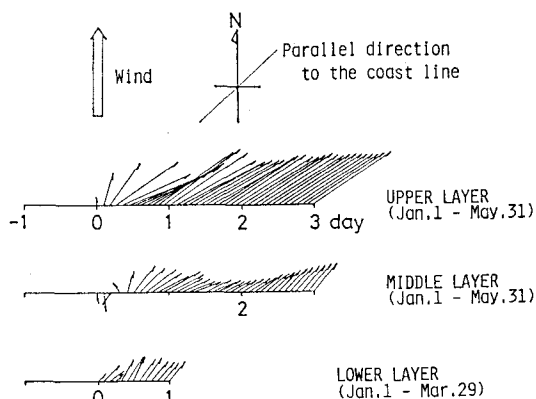


図-5 南風に対する流れのステップ応答

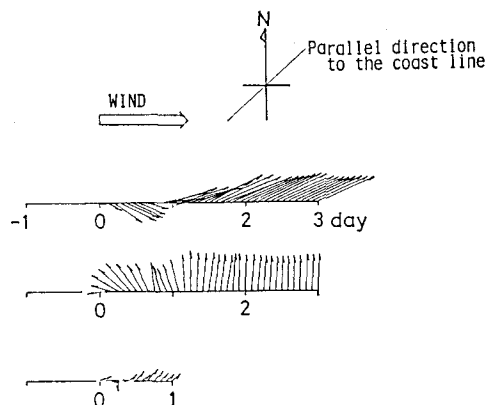


図-6 西風に対する流れのステップ応答

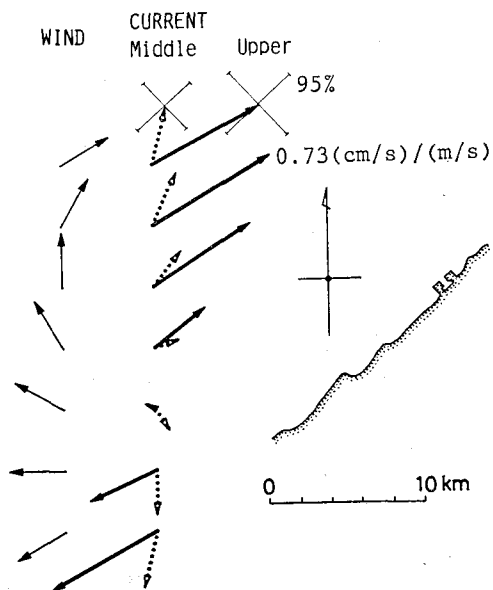


図-7 風向の違いによる流れの変化

収束しており、明石海峡から紀淡海峡へぬけるような通過流、あるいは水平、鉛直循環流が生じていると考えられる。次に、図-5には南風に対する、図-6には西風に対する流れのステップ応答をベクトルで示す。方位は上方が北であり、海岸線は北東から南西に向っている。上、中、下段はそれぞれ上、中、下層の流れであり、データの測定期間をかつこ内に示した。南風が吹きはじめると上層の流れはまず風下に向うが、最終的には海岸線に平行な流れとなる。また西風については、上層は東北東に向う流れとなって定常化するが、中層は風向とは90度異なる北流となって定常化する。

これらステップ応答の、時刻 t が3日の値を定常値と考え、定常値が風向によってどのように変るかを示したのが図-7である。図右が海岸線の地形であり、方位を示す十字の中心が流れおよび風速の観測点である。図左に風向を示し、図中央にそれに対応する定常流を示した。実線の矢印が上層、点線の矢印が中層の流れである。十字でそれぞれの流速ベクトルの95%信頼幅を示

した。風向が変わっても上層の流向は海岸線にほぼ平行であるが、流れの大きさは風が海岸線に平行に吹く場合に大きい。中層の流れは上層とは異っており、南西風の場合では上層には沖から岸に向う成分が、中層には岸から沖に向う成分が見られ、沿岸での下降流の存在が示唆される。

3. 短期データの解析

前節のように水位差や流れの、風に対する応答特性を細かい時間分解能で求めるには長いデータが必要となるが、現実の海洋データでは長期のデータを得ることはなかなか困難である。そこで時間分解能を大きくし、未知数の数を減少して短期間のデータから系の特性を得る方法を考える。本節では時間分解能を24時間とし、前節で用いた入出力値の24時間平均値を使用する。ただし水位差や流れは潮汐周期成分を除去した後に24時間平均を行う。

系の入力および出力の時系列(データ間隔24時間)をそれぞれ $x_i(s)$, $z(s)$ ($i=1\sim K$) で表すと十分大きな M , L を用いれば十分な近似をもって

$$z(s) = \sum_{i=1}^K \sum_{m=0}^{M_i} a_i(m) x_i(s-m) + u(s) + \text{constant} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$u(s) = \sum_{l=1}^L c(l) u(s-l) + \xi(s) \quad \dots\dots\dots (9)$$

と表現される¹⁾。ここに a_i は x_i のインパルス応答関数であり、 $\xi(s)$ はホワイトノイズである。(8)式 a_i を、 x_i を説明変数、 z を被説明変数とする重回帰分析(u の分散を最小とする最小2乗法)によって求めることが考えられるが、 u は一般にはホワイトノイズではないので偏った結果しか与えられない。時系列データに重回帰分析を適用する場合はこの点に特に注意が必要である。例えば24時間移動平均したデータの毎時値を用いて重回帰分析を行ったような場合、分散分析表の F 値が異常に大きくなることが多いが、この原因は移動平均後の毎時値はそれぞれ独立ではあり得ないためである。例えば同一のデータを m 回くり返して重回帰分析のデータとすると F 値は約 m 倍、重回帰係数の誤差幅は約 $\sqrt{m}$ 分の1となり、見かけ上信頼度が向上する。

時系列データの場合一般には、 u が白色であるかどうかは事前にはわからないので、(9)式を用いて白色化する。そして(8)式を

$$\begin{aligned} z(s) - \sum_{l=1}^L c(l) z(s-l) &= \sum_{i=1}^K \sum_{m=0}^{M_i} a_i(m) \{x_i(s-m) \\ &- \sum_{l=1}^L c(l) x_i(s-m-l)\} + u(s) \\ &- \sum_{l=1}^L c(l) u(s-l) + \text{constant} \end{aligned}$$

と変形し整理すると

$$z(s) = \sum_{l=1}^L c(l) z(s-l) + \sum_{i=1}^K \sum_{m=0}^{M_i+L} A_i(m) x_i(s-m) + \text{constant} + \xi(s) \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$A_i(0) = a_i(0), \quad A_i(1) = a_i(1) - c(1)a_i(0)$$

$$A_i(m) = a_i(m) - \sum_{l=1}^{m-1} c_l a_i(m-l) \quad (m=2, 3, \dots, M_i+L)$$

ここで

$$\begin{aligned} c_l &= c(l) \quad l=1, 2, \dots, L \text{ のとき} \\ &= 0 \quad l > L \text{ のとき} \end{aligned}$$

となる。 ξ はホワイトノイズであるので(10)式により最小2乗法(回帰分析)適用上の難点が解決される。また L および M_i の値は AIC ²⁾(赤池情報量規準)最小により決められる。

(10)式を水位差と風の系に適用する。入力風は風の東向成分および北向成分の日平均値($x_1, x_2, K=2$)であり、出力は大阪と洲本の日平均水位差(z)である。 $M_1+L=M_2+L=M$ ($\geq L$)として(10)式を適用し、 L, M のいろいろの組合せについて求めた AIC の値を表-1に示す。 $L=0$ は(10)式右辺第1項がない場合であり、 $M=-1$ は(8)式の右辺第1項、(10)式の右辺第2項がない場合である。なおデータ個数は30日間のデータから得られた27組である。図-3にも見られるとおり、水位差の風に対する応答は速く、日平均値を用いた解析では前日の風の影響はほとんどないと考えられるが、表-1でも $M=0$ で AIC が最小となっている。

表-1 回帰モデルの AIC

L	$M=$				
	-1	0	1	2	3
0	132.8	90.7	92.0	91.1	93.4
1	127.5	—	94.0	93.0	94.5
2	129.0	—	—	93.4	92.5

る。そこで $L=M=0$ のモデル、つまり日平均水位差を当日の日平均風速で回帰するモデルを採用する。なお、日平均風速については当日の東向成分のみを用いたモデルの方がさらに AIC は減少し89.0となった。1978年のデータを30日ごとの12組にわけて行った重回帰分析の結果の平均は

$$z = 0.37x_1 + 0.19x_2 + \text{constant} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$(0.17) \quad (0.21)$$

$$z: \text{cm}$$

$$x_1, x_2: \text{m/s}$$

となった。かっこ内は12回の重回帰分析結果から求めた重回帰係数の標準偏差である。西風5m/sによって起る大

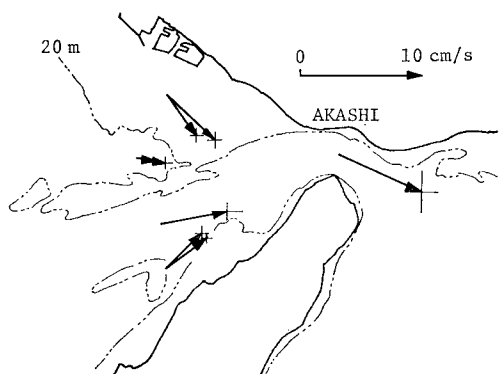


図-8 西風 5 m/s (大阪) によって起る流れ

阪, 洲本間の水位差を求めるには, $x_1=5$, $x_2=0$ を (11) 式に代入した z の値と $x_1=x_2=0$ を代入した z の値の差を求めればよい. つまり $0.37 \times 5 = 1.9$ cm が西風 5 m/s によって起る水位差である. 水位差には, 西風成分の方が南風成分より大きく寄与している.

同様な手法を, 播磨灘東部の 1 月間の流速データ (冬期, 4 測点 2 層) と大阪の風 (気象庁), および明石海峡中央部 5 m 層での 1 年間の測流データ (第五管区海上保安本部の測定) のうち冬期の 6 月間の流速データと大阪の風 (気象庁) に適用した. 水位差の場合と同様に, 西風 5 m/s によって起る流れを回帰式から求め 図-8 に示した. 矢印の先の十字は標準偏差幅を示す. 図中の 2 点鎖線は 20 m 等深線である. 西風によって播磨灘から明石海峡に収束する吹送流が明瞭に現れており, これによる断面通過流量は $15,500 \text{ m}^3/\text{s}$ と求められた.

4. あとがき

風によって起る流れや水位差に, システム解析手法を適用し, 実測データに多く含まれるノイズの中から風によって起る現象の特性を良く抽出できることを示した. またデータ長が短い場合の解析法を求めた. これらにより系の物理的特性について前提を置いたり, 解析手法に恣意性を残したりすることなく, 系の応答特性を実測データのみから求めることが可能となる. 数値計算を理論から実測データへのアプローチとすれば, システム解析手法は実測データから理論へのアプローチであり, 実測データと数値計算をむすぶ手法として優れた手法である.

最後に, 研究を実施するにあたり, 貴重なデータを提供していただいた第三港湾建設局および第 5 管区海上保安本部の方々に深く感謝の意を表す.

参考文献

- 1) 赤池弘次・中川東一郎: ダイナミックシステムの統計的解析と制御, サイエンス社, 187 p., 1972.
- 2) 坂本慶行・石黒真木夫・北川源四郎: 情報量統計学, 共立出版, 236 p., 1983.
- 3) 村上和男・森川雅行・坂口達也・早川典生: 大阪湾潮流観測データの解析, 第 29 回海岸工学講演会論文集, pp. 624~628, 1982.
- 4) Nakano, M. and S. Unoki: On the seiches (the secondary undulations of tides) along the coasts of Japan, *Records of Oceanographic Works in Japan*, Special No. 6, pp. 169~214, 1962.
- 5) Spigel, R. H. and J. Imberger: The classification of mixed-layer dynamics in lakes of small to medium size, *J. Phys. Oceanogr.*, Vol. 10, pp. 1104~1121, 1980.