

うねりのソリトンモードと波群構造

土屋 義人*・安田 孝志**・篠田 成郎***

1. 緒 言

対象とする不規則波浪がソリトンを基準モードとした力学的秩序, すなわちソリトン構造を持つならば, その状態は, ソリトンの固有値および間隔を確率変数としたこれらの巨視量に支配されることになる. ソリトンのエネルギー分布や空間分布に関して何らかの普遍的秩序が存在すれば, それは上述の巨視量に反映されよう. したがって, 現地波浪の観測記録からこれら巨視量に関する普遍的特性を見い出せば, 逆に不規則性の中に存在すると思われる力学的秩序を明らかに出来, 巨視量を理論的に導くことも可能となる.

ここでは, こうした観点から, 顕著な波群を伴ったうねりを対象としてそのソリトンモード表示を試み, 表示精度についての検討を行うと同時に, ソリトンのエネルギー分布および空間分布を固有値の頻度分布および連特性によって評価し, 非線形性指標との関係でその普遍的特性を見い出し, 従来の手法では不十分だったうねりの一貫した記述が可能となることを示す.

2. 外洋うねりのソリトンモード表示

ここで対象とするうねりは, 南西太平洋からコスタリカ沿岸までの約 9,000 km を伝播し, カルデラ港において 1981 年 5 月 6~7 日および 21~22 日の 2 度にわたって観測されたものである. その従来の手法に基づく詳細な解析結果は既に合田¹⁾によって報告されている. それによれば, このときのうねりには顕著な波群が形成されており, 非線形干渉による倍モード成分の顕著な励起が認められるものの, 全体の約 86% を占めるピーク周波数付近のノーマルモード成分は自由波として扱うことができ, 非線形性の影響が少ないことになる. しかしながら, いわゆる Korteweg-de Vries (KdV) 方程式の多ソリトン解が Ursell 数 (U_r) に無関係に導かれることから推察されるように, ソリトンを基準モードとした力学的秩序は, かなり広い範囲の波浪において形成されるも

のと考えられるので, ここでは, 顕著な波群を伴ううねりについて, そのソリトンモード表示を試み, 矛盾のないひとつの描像の得られることを示す.

2.1 観測記録の取り扱い法

ここでは, 非線形性がより卓越している 21~22 日のうねりを主として取り扱うことにした. まず, 水位変動の定常性に関する検討をノンパラメトリック手法による連検定によって行った結果, 2 時間の連続観測記録に関しては, 6 分間以上の時間区間であれば, 各区間の標本標準偏差値列の変動はトレンドを示さず, 有意水準 5% で定常性の仮説が許容されることがわかった. ついで, 観測記録に対する天文潮位の補正に関しては, 観測記録を 30 分単位にブロック化し, 各ブロックごとに平均水深を求めて無次元処理を行い, 固有値の標本分布の収束状況から 2 時間連続記録を 1 つの記録単位とした. 表-1 に観測記録のデータ番号とその時間および水深を示

表-1 観測データ番号と観測時間

Data No.	Observed time	Water depth [m]
CR 10	May 6, 15:14~15:44	18.53
	" 15:44~16:14	18.64
CR 20	May 21, 16:03~16:33	18.20
	" 16:33~17:03	18.14
	" 17:03~17:33	18.03
	" 17:33~18:03	17.78
CR 21	May 21, 23:21~23:51	15.69
	" 23:51~ 0:21	15.78
	May 22, 0:21~ 0:51	15.95
	" 0:51~ 1:21	16.15
CR 22	May 22, 1:21~ 1:51	16.40
	" 1:51~ 2:21	16.70
	" 2:21~ 2:51	16.95
	" 2:51~ 3:21	17.25
CR 23	May 22, 3:21~ 3:51	17.55
	" 3:51~ 4:21	17.80
	" 4:21~ 4:51	17.95
	" 4:51~ 5:21	17.97

* 正 会 員 工博 京都大学教授 防災研究所

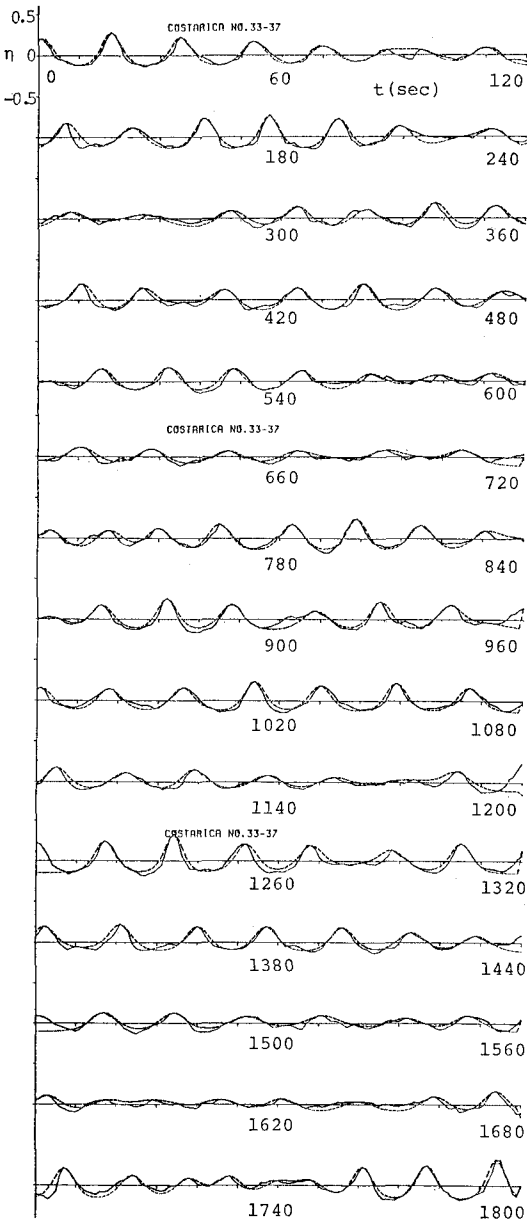
** 正 会 員 工博 岐阜大学助教授 工学部土木工学科

*** 学生会員 工修 京都大学大学院工学研究科

す。また、各記録単位ごとにパワースペクトルを求め、その低周波数を臨界値とした数値フィルター処理を行い、低周波成分を除去した波形記録を解析対象とした。

2.2 波形の表示精度

うねりのソリトンモード表示は、ソリトン構造が形成されているとの仮定の下に行われるため、その精度の検証は矛盾のない描像のために不可欠である。図一1は、CR21の30分間連続記録について、その観測波形とソリトン合成波形との比較を示したものである。伝播距離が長いこともあって擾乱波の影響が消え、良好な波形の



図一1 うねりの観測波形とソリトン合成波形との比較

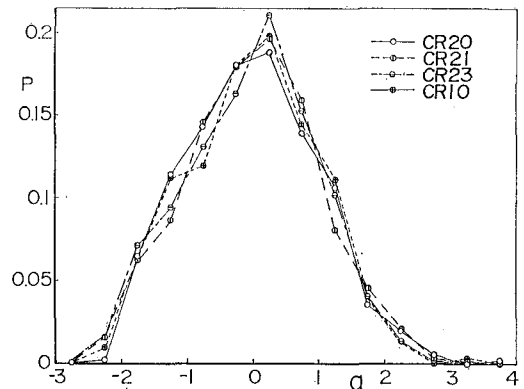
表示精度が得られており、顕著な波群を伴う外洋うねりに対してもソリトンモード表示が十分可能であると判断される。なお、他の観測記録についても同様な精度が得られているので、その比較は割愛する。また、1つの波群に含まれているソリトン数は多いもので30個程度にも及び、その包絡波形も包絡ソリトンと言うよりも規則波のそれに近いことが見出される。これは、搬送波がソリトン化しているものの隣接波間の伝播速度の差異が小さいために、結果的に搬送波が束縛されたような状態で波群が保存されていることに依っているものと思われる。ソリトンモードに基づく波形の表示精度は、うねりの主要部分を占める鋭い波形の、いわゆる非線形性の顕著な波においてより良好である。これは前述したうねりの主要部は線形波として扱えるとする合田の結論と矛盾したものになる。いずれの描像が妥当であるかは、このときのうねりの全体像に対して、いずれがより一貫しているかによって判断されよう。

2.3 固有値の標本分布

ここで扱ううねりは、十分な伝播距離を持っており、しかも、その観測点付近の海底勾配は約1/300程度であるため、搬送波の減衰による波高の均一化を伴いながら、極めて緩やかにソリトン構造に移移し、一定のエネルギー秩序を形成しているものと考えられる。このため、そのエネルギー状態を支配する固有値の頻度分布に一定の形状が存在するものと推察される。図一2は、この点を明らかにするため、

$$a = (A - \mu_A) / \sigma_A \dots \dots \dots (1)$$

によって規準化された固有値の標本分布を、CR10, 20, 21 および 23 について示したものである。なお、 μ_A および σ_A は固有値の標本平均および標準偏差であり、それらの値は表一2に示されている。これから、観測時刻に応じて固有値の標本平均や標本分散が若干変化してはいるものの、同一のうねりについては一定の滑らかな形状の標本分布が存在していることが見出され、エネ



図一2 外洋うねりの標本分布

表-2 観測波浪の特性

	DNO 7	CR 10	CR 20	CR 21	CR 22	CR 23
Skewness	1.161	0.322	0.655	0.796	0.072	0.056
Kurtosis	4.610	3.107	3.576	3.545	3.255	3.284
f_p (Hz)	0.098	0.074	0.053	0.059	0.059	0.059
U_T	26.309	12.749	16.823	19.579	17.478	14.841
$S(2f_p)/S(f_p)$	0.390	0.045	0.054	0.090	0.074	0.039
μ_A	0.228	0.082	0.111	0.131	0.128	0.113
σ_A	0.110	0.035	0.531	0.057	0.055	0.049
μ_T	9.383	10.617	10.356	11.076	10.728	10.283
σ_T	3.969	8.974	6.761	3.248	5.190	4.102
ρ	A_i & T_i	0.316	0.092	0.242	0.254	0.391
	A_i & A_{i+1}	0.063	0.433	0.456	0.456	0.560
	A_i & A_{i+2}	0.036	0.292	0.270	0.305	0.240
	A_i & A_{i+3}	0.011	0.169	0.190	0.206	0.109
	T_i & T_{i+1}	0.079	-0.016	0.064	0.260	0.014
	T_i & T_{i+2}	0.156	0.005	0.044	0.078	-0.018
$\bar{f}$	$\bar{f}_1$	1.93	3.11	3.05	3.79	3.93
	$\bar{f}_2$	4.17	6.05	6.13	7.52	7.32

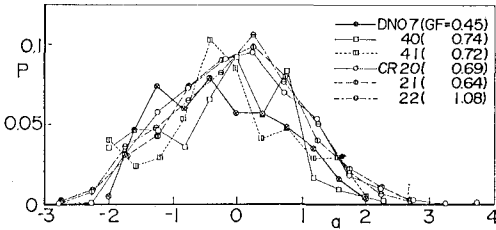


図-3 うねりの標本分布と Groupiness Factor との関係

ルギー状態に関して一定の秩序のあることがわかる。また、CR10 および 20 の間で分布形状に相違のないことから、上述のような条件下にあるうねりは、波源域の条件には余り支配されない一定の秩序を持つものと考えられ、図中の標本分布はこの種のうねりの普遍的な分布形状を示すものと思われる。

図-3 は、こうした固有値の頻度分布と波群構造との関係を明らかにするため、日本海のうねりの観測記録²⁾(DNO 7, 40 および 41) も加え、Groupiness Factor (GF) をパラメータとして各うねりの標本分布を比較したものである。これから、GF が増すに従って標本分布は正側にピークを持つ形状に遷移する傾向のあることがわかり、波群構造とソリトン構造を支配する固有値分布との間に一定の対応のあることが示唆される。

3. 波群を伴ううねりのソリトン構造

波群構造は、搬送波に対する束縛によって形成される

ものであり、搬送波がソリトン化し、独立粒子として伝播するようになれば、当然崩壊して行くものと思われる。したがって、ソリトン構造を持つうねりに見られる波群は包絡ソリトンの残影に過ぎず、非線形性および伝播距離の増大に伴ってソリトン構造の粒子性が顕在化しよう。ここでは、こうした観点から、うねりの波群性と粒子性についての検討を行い、これら相反した特性の評価を試みる。

3.1 うねりの非線形特性

ソリトン構造を持ったうねりであっても、その伝播距離や非線形性によって粒子性の程度は異なるため、対象とするうねりの非線形性に着目した考察を行う。このため、ソリトンの固有値 A および時間間隔 T を基に与えられる Ursell 数 (U_T) を次式で定義し、これを非線形指標として用いる。

$$U_T = gAT^2/h^2 \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 g ；重力の加速度、および h ；平均水深である。なお、 U_T の非線形性指標としての合理性を明らかにするため、水位変動の Skewness および Kurtosis およびパワースペクトルの倍モード成分比 $S(2f_p)/S(f_p)$ も併せて計算し、これらを一括して前述の表-2 に示す。また、ソリトンの粒子性指標として固有値 A と間隔 T の相関係数のほか、 i 番目のソリトンと $i+1, i+2$ および $i+3$ 番目のソリトンとの固有値および間隔に関する相関係数も併せて示す。

3.2 うねりの波群特性

うねりの波群特性をソリトンの連なりの状態によって評価するため、表-1 に示した各記録単位ごとに、その固有値の標本平均 μ_A を設定値として連長 j_1 およびトータルラン j_2 を求め、前述の表-2 にそれぞれの平均値 $\bar{j}_1$ および $\bar{j}_2$ を示した。

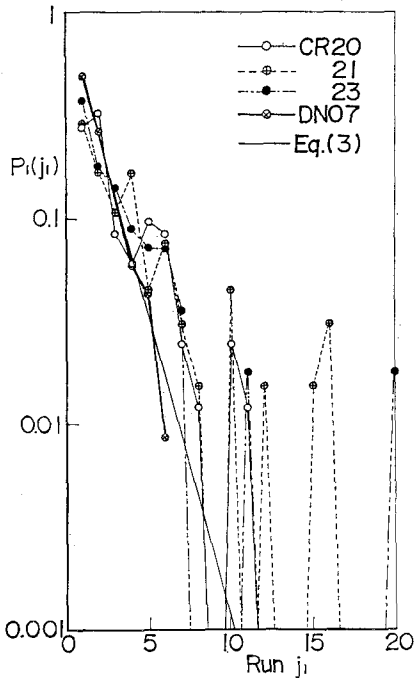
図-4 は、DNO 7, CR 10, 20, 21 および 23 の各観測記録から求められた連長 j_1 の標本分布と合田によって次式のように与えられた隣接ソリトン間の相関を無視した場合の理論分布との比較を示したものである。

$$P_1(j_1) = p^{j_1-1}(1-p) \dots\dots\dots (3)$$

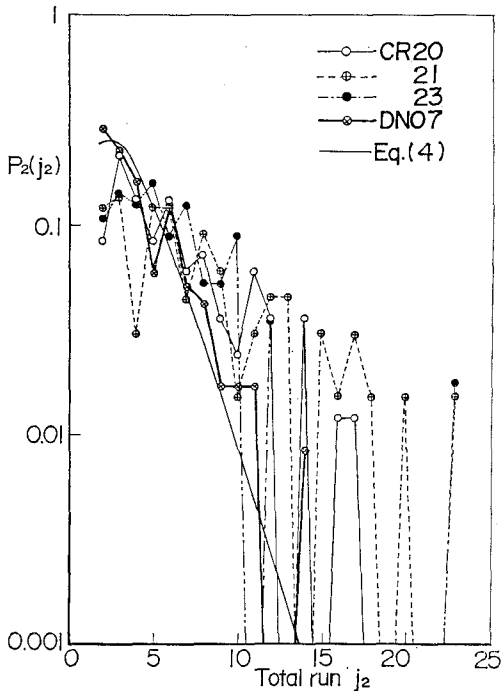
ここに、 p ； $A > \mu_A$ となるソリトンの出現確率である。また、図-5 には同様な比較をトータルラン j_2 について示す。図中の実線は合田によって次式のように与えられた隣接ソリトン間の相関を無視した場合のトータルランの理論分布を示す。

$$P_2(j_2) = (1-p) \{ p^{j_2-1} + (1-p)^{j_2-1} \} / 2 \dots\dots\dots (4)$$

コストリカのうねりの連に関しては、固有値の標本分布の場合と異なり、その標本分布の変動は大きく、一定の分布形状が存在しているようには見えず、式(3)の理論分布との対応も不十分である。これは、ソリトンの空間分布に関しては、固有値の頻度分布に見られたような一定の秩序がソリトン構造自体の中に存在していない



図—4 連長の標本分布および理論分布との比較



図—5 トータルランの標本分布および理論分布との比較

ことに依るものと思われる。これに対して、完全に包絡ソリトンとしての波群が保存されているならば、明らかに連に関する標本分布に一定の形状が存在するものと思

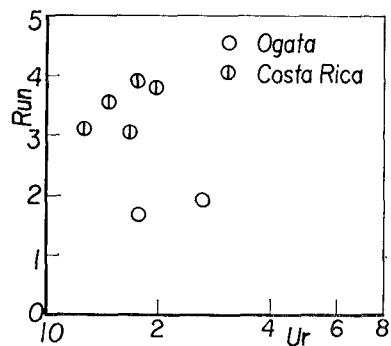
われる。したがって、コスタリカのうねりでは、粒子性の顕在化が部分的に進み、力学的必然性を持った波群としての秩序が失われつつあるため、一定の形状が認められないうえに、上述の理論分布に一致するほどには粒子性が顕在化していないものと考えられる。このことは、うねりの先端部分から成り、ソリトン構造形成後の伝播距離が最長と考えられる CR 20 において、その平均連長および平均トータルランが他の観測記録に比べて最も短く、連の標本分布と理論分布との対応が最も良好であるという事実によって理解されよう。また、より強い非線形性を持った DNO 7 では、伝播距離がコスタリカのうねりに比べて極めて短いにも拘わらず、その平均連長やトータルランはさらに短くなっており、連の標本分布も理論分布とほぼ一致し、ソリトン構造が本来持っている粒子性が完全に顕在化していることがわかる。

以上のように、波群を伴ったうねりであっても、ソリトンモードに基づく力学的秩序が形成されていると見ることができ、その伝播過程はソリトン構造の粒子性の顕在化の過程であると考えられる。このことは、また、強い非線形性を持つ DNO 7 やソリトンとしての最長伝播距離を持つ CR 20 の連特性からも十分に理解できる。同時に、連特性のこうした相違は、従来の解析手法では説明し切れないことであり、このことから、ソリトンモードに基づく描像に一貫性のあることが理解される。

3.3 波群特性と非線形性との関係

前述したように、うねりに見られる波群性と粒子性は、何ら矛盾したものではなく、上述のようにうねりの伝播過程をソリトン構造の顕在化に伴う波群の崩壊過程と考えることによって、容易に理解される。こうしたソリトン構造の顕在化は非線形性に支配されて進むものと考えられるので、表—2 に示した統計量を基に考察を行う。

図—6 は、表—2 の統計量を基に Ursell 数と平均連長との関係を示したものである。データ数は少ないが、コスタリカと大湊のうねりの平均連長を Ursell 数のみと



図—6 うねりの Ursell 数と平均連長との関係

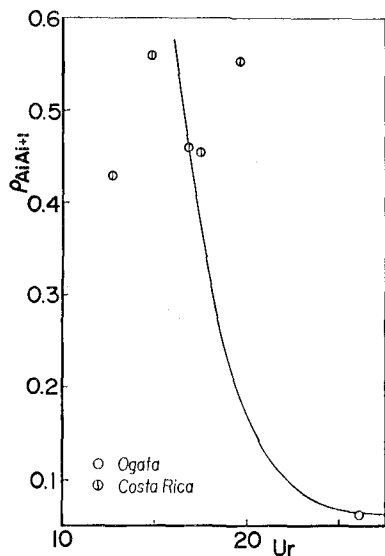


図-7 うねりの Ursell 数と隣接ソリトンの相関係数との関係

の関係で捉えれば、Ursell 数が増大するに従ってソリトン構造が本来持つ粒子性が顕在化し、波群が崩壊して行く傾向にあるものと推察される。また、図-7 は、Ursell 数と隣接ソリトン間の固有値の相関係数 $\rho_{A_i A_{i+1}}$ との関係を示したものである。これからも、非線形性が増すに伴って粒子性が顕著になり、ソリトンが独立粒子として伝播する傾向にあることがわかる。

4. 結 語

以上、これまでスペクトル解析法と波別解析法が併用されてきた非線形性の強いうねりに対して、ソリトンモードに基づく表示法によってその一貫した記述が可能で

あることを示し、従来の手法では十分に説明し切れなかった連特性と非線形性の関係について考察した。その結果、顕著な波群を伴う外洋うねりに対してもソリトンモードに基づく表示精度は良好であり、その固有値の頻度分布に波群の状態に依存した一定の形状が存在していることを見出し、ソリトンのエネルギー分布を支配する普遍的な秩序が存在していることを示唆した。こうした固有値の頻度分布に関する普遍的な形状の存在は、うねりとは一定の固有値分布を持った多ソリトン系であると考えられることを示すものであろう。

うねりの波群構造は、深海域で形成された包絡ソリトンの残影に過ぎず、非線形性が増すにしたがって、また、ソリトンとしての伝播距離が長くなるにしたがって崩壊する傾向にあり、波群を伴ったうねりの伝播過程とはソリトン構造が本来持っている粒子性の顕在過程であると見られることを示した。そして、Ursell 数が一定値以上のうねりにおいては、ソリトン相互を独立とした連長の理論分布に従うソリトンの空間分布が存在していることを見出し、ソリトンの空間配列に対する束縛はなくなることを示した。

最後に、貴重な観測資料を快く貸与いただいた運輸省港湾技術研究所合田良実水工部長に深謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Goda, Y.: Analysis of wave grouping and spectra of long-travelled swell, Rep. Port and Harb. Res. Inst., Vol. 22, No. 1, 1983, pp. 3~41.
- 2) 土屋義人・安田孝志・山下隆男: 海岸波浪の非線形性に伴うソリトン構造への遷移について, 第30回海岸工学講演会論文集, 1983, pp. 74~78.