

ソリトンモードに基づく不規則波浪の統計量の保存性

土屋 義人*・安田 孝志**・篠田 成郎***

1. 緒 言

海岸波浪は、その不規則性と非線形性によって特色づけられるため、その力学的取り扱いにおいては、これらを同時に評価する必要がある。

一般に、波浪の不規則性は、不確定な波の物理量の統計的特性によって表される。具体的には、対象とする波浪の力学的構造に対応した規準モードにおいて定義される統計量を取り扱うべきである。しかし、海岸波浪が力学現象である以上、その不規則性は、究極的には発生域での波の不規則性および伝播過程における偶然外力に依存するため、それ以外の特性は力学的に決定することが可能であろう。すなわち、波浪の伝播過程において偶然外力を無視できる場合には、その不規則性はモードの初期状態での統計量によって表され、これは時空間において保存されることになる。

不規則波浪が、線形波動である単弦波を素励起としたノーマルモードに基づく場合には、パワースペクトルは時空間において不変となり、線形スペクトル理論による表示が可能となる。しかしながら、非線形性が無視できなくなると、モード間干渉によってパワースペクトルは伝播過程で変化するため、もはや不規則波浪をノーマルモードに基づいて取り扱うことは困難となる。

非線形性と分散性とは平衡状態にある海岸波浪は、非線形波動の解であるソリトン¹⁾を素励起としたソリトンモードに基づくと考えられ、波浪の不規則性はソリトンの固有値および間隔に関する統計量によって表される²⁾。ソリトンの総数が有限で、無限遠点においてソリトンが存在しないとする多ソリトンの孤立系では、その初期状態にのみ不確定要素が存在し、ソリトン群の時空間発展は、力学理論に従って決定論的に取り扱われる。しかしながら、現実の海岸波浪には無数のソリトンが存在し、ある任意の領域においてソリトンの出入りが不確定であるため、これを孤立系としてではなく、ソリトン群の開放系として取り扱わねばならない。

本研究では、このような観点から、不規則波浪をソリトン群の孤立系および開放系として考え、これらの系に対して確率論的解釈を与えると同時に、現実の海岸波浪をソリトンの集合として統計的に取り扱う場合に必要な統計量の保存性を理論的に示す。さらに、ソリトンモードに基づく不規則波浪の発生および伝播のシミュレーション手法を提案し、その結果を用いてソリトン群の統計量の保存性を検討する。

2. ソリトンモードによる不規則波浪の統計量

ここでは、まずソリトンモードに基づく不規則波浪を孤立系および開放系として取り扱う場合の統計量を定義する。ついで、現実の海岸波浪に対応すると考えられる開放系での統計量の保存性を理論的に明らかにする。

(1) 孤立系

前述のように、無限遠点においてソリトンが存在しない場合には、ソリトンの数 N は有限となり、 N ソリトンの孤立系として不規則波浪を表示することができる。このとき、各ソリトンの固有値は時空間において保存されるが、それらは独立粒子として固有値の大きさに応じて伝播するため、 N ソリトンの両端が広がり、ソリトン間隔は伝播に伴って大きくなる。

しかしながら、孤立系による不規則波浪の扱いでは、ある時間における N 個のソリトンの固有値および間隔が決まれば、これを初期条件として、時空間の発展における個々のソリトンの挙動は力学理論に基づき決定論的に表示される。すなわち、有限な個数のソリトン群の時空間発展には、不確定な要素が介入する余地はなく、そこに統計量を定義することは不適当となる。

以上より、孤立系としてソリトン群を扱う場合には、ソリトンの固有値および間隔の初期確率だけが不確定であり、孤立系の統計量は、これらの初期確率として定義されることになる。

(2) 開放系

ソリトン群の開放系として不規則波浪を取り扱う場合、孤立系と異なり、任意に設定された領域の両端に不規則なソリトンの出入りが存在するため、ソリトン群の時空間発展の過程における領域内の状態は不確定とな

* 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

** 正会員 工博 岐阜大学助教授 工学部土木工学科

*** 学生会員 工修 京都大学大学院工学研究科

る。したがって、無限の広がりを持つ領域において、ソリトンが存在する場を有限領域に限定して扱くと、この系は確率に支配される開放系と見なされ、そこでの集合平均が統計量として定義されることになる。そこで以下では、波形のエルゴード性を前提として、ソリトン群に関する統計量の保存性を調べる。

まず、ソリトンモードに基づく不規則波浪を $\sqrt{gh}(g$; 重力加速度および h ; 水深) の速度で移動する動座標 (ξ, τ) において考え、その波形を $\eta(\xi, \tau)$ とすれば、波の基礎方程式は、次の KdV 方程式で与えられる。

$$\eta_\tau + (3/2)\eta\eta_\xi + (1/6)\eta_{\xi\xi\xi} = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

これを任意の有限領域 $[\xi_-, \xi_+]$ について積分すると、

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\xi_-}^{\xi_+} \eta d\xi = - \left[\frac{3}{4} \eta^2 + \frac{1}{6} \eta_{\xi\xi} \right]_{\xi_-}^{\xi_+} \quad \dots\dots\dots(2)$$

を得る。開放系では、 $\xi = \xi_+$ および ξ_- における η は確率変数と見なされるため、式 (2) に対して期待値演算を行うと、エルゴード性の仮定より次式を得る。

$$E \left[\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\xi_-}^{\xi_+} \eta d\xi \right] = - E \left[\frac{3}{4} \eta^2 + \frac{1}{6} \eta_{\xi\xi} \right]_{\xi_-}^{\xi_+} = 0 \quad \dots\dots\dots(3)$$

また、式 (1) より、

$$\frac{1}{2}(\eta^2)_\tau + \frac{1}{2}(\eta^3)_\xi + \frac{1}{6} \left\{ (\eta\eta_{\xi\xi})_\xi - \frac{1}{2}(\eta_{\xi\xi}^2)_\xi \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

であるから、同様にして次式を得る。

$$E \left[\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\xi_-}^{\xi_+} \frac{1}{2} \eta^2 d\xi \right] = - E \left[\frac{1}{2} \eta^3 + \frac{1}{6} \eta\eta_{\xi\xi} - \frac{1}{2} (\eta_{\xi\xi}^2) \right]_{\xi_-}^{\xi_+} = 0 \quad \dots\dots\dots(5)$$

ついで、

$$\eta = u_\xi \quad \dots\dots\dots(6)$$

とおくと、式 (1) は、次のように表される。

$$\{u_\tau + (3/4)(u_\xi^2)_\xi + (1/6)u_{\xi\xi\xi}\}_\xi = 0 \quad \dots\dots\dots(7)$$

この両辺を ξ で積分する。

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\xi_-}^{\xi_+} u d\xi = - \frac{3}{4} \int_{\xi_-}^{\xi_+} u_\xi^2 d\xi - \frac{1}{6} u_{\xi\xi} \Big|_{\xi_-}^{\xi_+} + \gamma(\tau) \quad \dots\dots\dots(8)$$

ここで、上式の期待値演算を

$$E \left[u_{\xi\xi} \Big|_{\xi_-}^{\xi_+} \right] = 0, \quad E[\gamma(\tau)] = \text{const.}$$

を用いて行えば、式 (5) より次式を得る。

$$E \left[\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\xi_-}^{\xi_+} \xi \eta d\xi \right] = - \frac{3}{4} E \left[\int_{\xi_-}^{\xi_+} \eta^3 d\xi \right] = \text{const.} \quad \dots\dots\dots(9)$$

また、領域 $[\xi_-, \xi_+]$ におけるソリトン群の重心位置を ξ_G とすれば、次式が成り立つ。

$$E \left[\xi_G \int_{\xi_-}^{\xi_+} \eta d\xi \right] = E \left[\int_{\xi_-}^{\xi_+} \xi \eta d\xi \right] \quad \dots\dots\dots(10)$$

よって、式 (3) および (9) より、式 (10) を書き換

えれば、ソリトン群の重心位置 ξ_G が得られ、これは一定速度 v_G で移動することがわかる。

$$\xi_G = E \left[\int_{\xi_-}^{\xi_+} \xi \eta d\xi \right] / E \left[\int_{\xi_-}^{\xi_+} \eta d\xi \right] = v_G \tau \quad \dots\dots\dots(11)$$

孤立系における N ソリトンの質量保存、エネルギー保存および重心速度一定則については、和達および戸田²⁾によって示されている。一方、開放系では、これらの関係がソリトンの集合に関する平均として式 (3)、(5) および (11) で示されることになる。

次に、 $\tau = \tau_0$ および τ_1 で漸近状態²⁾を考えれば、このときの波形は、次式で表される^{3), 4)}。

$$\eta(\xi, \tau_l) = \sum_{i=1}^{N^l} A_i^l \text{sech}^2 \theta_i^l - \eta_0 \quad (l=0, 1) \quad \dots\dots\dots(12)$$

ここに、

$$\theta_i^l = (\sqrt{3A_i^l/2})(\xi - c_i^l\tau - \delta_i^l), \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$c_i^l = A_i^l/2 - 3\eta_0/2 \quad \dots\dots\dots(14)$$

であり、 N^l ; 有限領域 $[\xi_-, \xi_+]$ 内に存在するソリトンの数、 A_i^l ; ソリトンの固有値、 δ_i^l ; ソリトンの位相および δ_0 ; 平均海面と波谷面との差である。式 (12) より次式を得る。

$$\begin{aligned} \int_{\xi_-}^{\xi_+} \xi \eta d\xi \Big|_{\tau_l} &= \left[\sum_{i=1}^{N^l} 2\sqrt{\frac{A_i^l}{3}} \xi \tanh \theta_i^l \right]_{\xi_-}^{\xi_+} \\ &\quad - \sum_{i=1}^{N^l} \frac{4}{3} \text{sech}^2 \theta_i^l \Big|_{\xi_-}^{\xi_+} - \frac{\eta_0}{2} \xi^2 \Big|_{\xi_-}^{\xi_+} \quad \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

一方、

$$E \left[\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\xi_-}^{\xi_+} \xi \eta d\xi \right] = P \quad \dots\dots\dots(16)$$

とおけば、式 (15) より次式を得る。

$$\int_{\tau_0}^{\tau_1} P d\tau = P(\tau_1 - \tau_0) = E \left[\int_{\xi_-}^{\xi_+} \xi \eta d\xi \right]_{\tau_0}^{\tau_1} \quad \dots\dots\dots(17)$$

ここで、 ξ_+ および ξ_- を十分大きくとれば、

$$\xi \tanh \theta_i^l \Big|_{\xi_-}^{\xi_+} \approx 2(c_i^l\tau + \delta_i^l) \quad \dots\dots\dots(18)$$

と見なせるので、式 (17) は次のようになる。

$$\begin{aligned} P(\tau_1 - \tau_0) &= E \left[\sum_{i=1}^{N^l} 4\sqrt{\frac{A_i^l}{3}} (c_i^l\tau + \delta_i^l) \right]_{\tau_0}^{\tau_1} \\ &\quad - E \left[\sum_{i=1}^{N^l} \frac{4}{3} \text{sech}^2 \theta_i^l \right]_{\tau_0}^{\tau_1} \quad \dots\dots\dots(19) \end{aligned}$$

これより、

$$\sum_{i=0}^{N^0} 4\sqrt{\frac{A_i^0}{3}} c_i^0 = \sum_{i=1}^{N^1} 4\sqrt{\frac{A_i^1}{3}} c_i^1 \quad \dots\dots\dots(20)$$

となる。ただし、式 (18) により、 N は十分大きいとする。すなわち、開放系においても、母集団としてのソリトン群の統計量である式 (20) が保存されることがわかる。

さらに、水位変動の分布とソリトンの固有値の分布が、ソリトンの数を媒介として一対一に対応することを示す。ただし以下では、波峯が重なり合っておらず、隣

接波の影響を無視できる漸近状態での水位変動を、ソリトンの波谷面を基準にした変動として取り扱う。いま、対象とする不規則波浪のサンプリング間隔を $\Delta\tau$ とすると、水位変動 $\eta+\eta_0$ の全標本数 N_Y および $\eta+\eta_0$ がある水位 ζ より小なる標本数 $n_Y(\zeta)$ は、Gauss 記号 [] を用いて、それぞれ次式で与えられる。

$$N_Y = [T^*/\Delta\tau] + 1, \quad \dots\dots\dots(21)$$

$$n_Y(\zeta) = \left[\left\{ T^* - 2 \sum_{i=1}^N (\eta_i^{-1}(\zeta) - \delta_i) \right\} / \Delta\tau \right] + 1 \quad \dots\dots\dots(22)$$

ここに、 T^* ；波浪の無次元観測時間である。また、 η_i^{-1} は

$$\eta_i^{-1}(\zeta) = \delta_i + \frac{2}{\sqrt{3\bar{A}_i c_i}} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \zeta/\bar{A}_i}}{\sqrt{\zeta/\bar{A}_i}} \dots\dots\dots(23)$$

で表される i 番目のソリトンの波形の逆関数であり、この誘導に際して、 $\tau \geq \delta_i$ および $\zeta \leq \bar{A}_i$ を仮定した。さて、水位変動 $\eta+\eta_0$ の確率分布関数 $F_Y(\zeta)$ は、確率分布関数の定義より、 $\eta+\eta_0$ がある水位より小なる確率 $Pr[\eta+\eta_0 \leq \zeta]$ で表される。すなわち、式 (21)、(22) および (23) を用いれば、 $F_Y(\zeta)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} F_Y(\zeta) &= Pr[\eta+\eta_0 \leq \zeta] = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \{n_Y(\zeta)/N_Y\} \\ &= 1 - \frac{4}{T^*} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{3\bar{A}_i c_i}} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \zeta/\bar{A}_i}}{\sqrt{\zeta/\bar{A}_i}} \quad \dots\dots\dots(24) \end{aligned}$$

ここで、確率変数の関数に関する期待値演算の考え方を導入して、これをソリトンの固有値分布 $p(k)$ を用いた表示に書き換えると、次の確率分布関数が得られる。

$$F_Y(\zeta) = 1 - n \sum_{k=1}^R \frac{p(k)}{\sqrt{3\bar{A}_k c_k}} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \zeta/\bar{A}_k}}{\sqrt{\zeta/\bar{A}_k}} \quad \dots\dots\dots(25)$$

ここに、

$$n = \lim_{T^*, N \rightarrow \infty} N/T^* \quad \dots\dots\dots(26)$$

$$\bar{c}_k = \bar{A}_k/2 - 3\eta_0/2 \quad \dots\dots\dots(27)$$

であり、 R ；確率関数 $p(k)$ の階級の数および $\bar{A}_k$ ；確率関数 $p(k)$ における k 番目の階級値である。さらに、 ζ で微分して、水位変動 $\eta+\eta_0$ の確率密度関数 $f_Y(\zeta)$ を得る。

$$\begin{aligned} f_Y(\zeta) &= dF_Y/d\zeta \\ &= 2n \sum_{k=1}^R \frac{p(k)(1 + \sqrt{1 - \zeta/\bar{A}_k})}{\sqrt{3\bar{A}_k c_k}(1 - \zeta/\bar{A}_k + \sqrt{1 - \zeta/\bar{A}_k})\zeta} \quad \dots\dots\dots(28) \end{aligned}$$

この式より、波峰が重なり合っていない場合には、ソリトンの固有値分布 $p(k)$ を与えれば、直ちに水位変動の分布を知ることができる。また、その逆に、水位分布が既知の場合、ソリトンの固有値の分布も既知となる。すなわち、水位変動の標本分布において、 j 番目の階級に対する相対度数を F_j 、 j 番目の階級の下限および上限を

それぞれ ζ_j および ζ_{j+1} とすれば、相対度数 F_j は、式 (25) の確率分布関数の差として次式で表される。

$$F_j = F_Y(\zeta_{j+1}) - F_Y(\zeta_j) = 4n \sum_{k=1}^R p_k S_{jk} \dots\dots\dots(29)$$

ここに、

$$p_k = p(k) \quad \dots\dots\dots(30)$$

$$S_{jk} = \frac{1}{\sqrt{3\bar{A}_k c_k}} \ln \frac{(1 + \sqrt{1 - \zeta_j/\bar{A}_k}) \sqrt{\zeta_{j+1}/\bar{A}_k}}{1 + \sqrt{1 - \zeta_{j+1}/\bar{A}_k}} \quad (j=1, \dots, R, k=1, \dots, R) \quad \dots\dots\dots(31)$$

$$\eta_0 = \int_0^\infty \zeta f_Y(\zeta) d\zeta \quad \dots\dots\dots(32)$$

である。これより、ソリトンの固有値分布 $p(k)$ を求める問題は、 R 元連立方程式を解く問題に帰着し、その解は次式で与えられる。

$$\mathbf{p} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{F} / (4n) \quad \dots\dots\dots(33)$$

ここに、

$$\mathbf{p} = [p_k], \quad \mathbf{S} = [S_{jk}], \quad \mathbf{F} = [F_j] \quad \dots\dots\dots(34)$$

であり、 $\mathbf{p}$ ； $p_k(k=1, \dots, R)$ を成分とする R 次の列ベクトル、 $\mathbf{S}$ ； $S_{jk}(j=1, \dots, R, k=1, \dots, R)$ を成分とする R 次の正方行列および $\mathbf{F}$ ； $F_j(j=1, \dots, R)$ を成分とする R 次の列ベクトルである。

ここで、隣接するソリトンの影響を無視した展開の妥当性を検証するために、京都大学防災研究所附属大渦波浪観測所において得られたうねり性の現地波浪記録に対して、式 (28) の適用性を検討する。図-1 は、波谷面を基準とした水位変動の標本分布と式 (28) を用いて得られた理論分布とを比較したものである。これより、両者は良く一致しており、隣接ソリトンが無視した理論展開の妥当性が確かめられる。

以上より、ソリトン数 N が保存される場合には、水位変動の分布とソリトンの固有値分布とが一対一に対応することがわかる。したがって、開放系においては、エルゴード性の下で、水位分布とともにソリトン数が保存されるため、ソリトンの固有値分布も保存される。ま

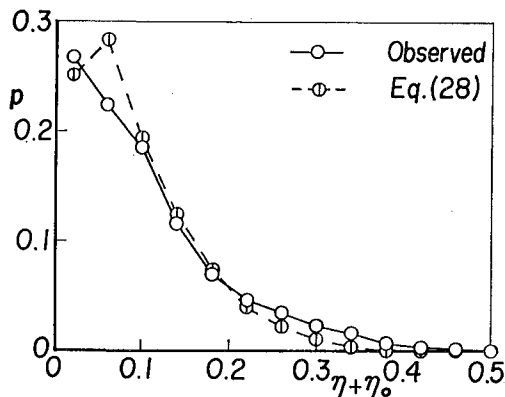


図-1 水位変動に関する標本分布と理論分布との比較

た、一定の有限領域内におけるソリトン数の保存は、ソリトン間隔の平均値が保存されることを意味する。これから、ソリトン群の開放系として不規則波浪を取り扱う場合には、ソリトンの固有値分布と間隔の平均値が有意な統計量となることがわかる。

3. 不規則波浪の数値シミュレーションと統計量の特性

以上示した開放系における統計量の保存性は、不規則波浪の伝播に伴う統計量の変化を調べることによって確かめられる。しかし、これを可能にする観測記録を得ることは困難であるため、ここでは、ソリトンモードに基づく非線形不規則波浪の数値シミュレーション手法を提案し、これによって得られた不規則波を伝播させることにより、開放系における統計量の保存性を検討する。

(1) シミュレーションの方法

ソリトンモードに基づく不規則波浪は、各ソリトンの固有値および間隔が与えられれば、一義的に決定される。すなわち、そのシミュレーションに際しては、所定の統計的性質を有する固有値および間隔を決定することが必須となる。前述したように、開放系における不規則波浪の統計的な取り扱いでは、ソリトンの固有値分布が統計量であるため、その分布を所定の固有値分布に一致させることが必要となる。また、ソリトン間隔に関しては、不規則波浪の粒子性¹⁾を反映する固有値と間隔の相関関係を満足させることとする。このような考え方に基づいたソリトン群の発生シミュレーションの手順を示す。

i) ソリトンの固有値 A および間隔 T のそれぞれの平均値 μ_A および μ_T と分散 σ_A^2 および σ_T^2 を与える。

ii) シミュレーションの対象とする不規則波浪のソリトンの固有値分布 $p_A(k)$ を与える。ただし、固有値分布 $p_A(k)$ は、次式のように規準化された固有値 a に関する確率関数とする。

$$a_i = (A_i - \mu_A) / \sigma_A \quad \dots\dots\dots (35)$$

iii) 固有値と間隔の相関係数 ρ を与える。

iv) 規準化された固有値の列 $a_i (i=1, \dots, N)$ を、一様乱数の発生により、ii) で与えた固有値分布 $p_A(k)$ に従うように決定する。

v) iv) において決定されたソリトンの固有値 a_i に対して、一様乱数を発生させることにより、確率誤差項¹⁾の列

$$\varepsilon_i = t_i - a_i \quad \dots\dots\dots (36)$$

を固有値と確率誤差項の結合確率密度関数

$$f(a, \varepsilon) = \frac{f_A(a)}{\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}} \exp \left[-\frac{((1-\rho)a + \varepsilon)^2}{2(1-\rho^2)} \right] \quad \dots\dots\dots (37)$$

に従うように決定する。ここに、

$$t_i = (T_i - \mu_T) / \sigma_T, \quad \dots\dots\dots (38)$$

$$f_A(a) = \sum_k p_A(k) \delta(a - \alpha_k) \quad \dots\dots\dots (39)$$

であり、 δ ; Dirac のデルタ関数および α_k ; 確率関数 $p_A(k)$ における k 番目の階級値である。

vi) 式 (36) より、規準化されたソリトン間隔の列 $t_i (i=1, \dots, N)$ を求める。

vii) 式 (35) および (38) より、ソリトンの固有値 A および間隔 T を求める。

次に、この手法により得られたソリトン群の伝播シミュレーション手法について述べる。各ソリトンは固有値の大きさに応じて独立粒子として伝播するが、ソリトン相互の追い越しあるいは追い越されによって、各ソリトンには phase shift が生ずる²⁾。いま、2つの大きさの異なるソリトンの追い越しを考えると、大きな固有値 A_1 および小さな固有値 A_2 を有する2つのソリトンのそれぞれの phase shift 量 A_1 および A_2 は、次式で与えられる。

$$A_1 = -\frac{1}{A_1} \ln \left(\frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (40)$$

$$A_2 = -\frac{1}{A_2} \ln \left(\frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (41)$$

したがって、ソリトン群の伝播シミュレーションにおいては、各ソリトンを式 (14) の波速で伝播させ、その過程における phase shift 量を補正することによって、伝播後の不規則波浪を得ることができる。

(2) シミュレーションの結果

本手法による不規則波浪の発生および伝播のシミュレーションの結果を述べる。なお、数値シミュレーションは、前述した現地波浪を対象として行った。

まず、一様乱数を用いたソリトンの発生シミュレーションの精度を検討する。図-2 には、シミュレーションの対象となった不規則波浪の水位分布とシミュレーションによって得られた結果との比較を示す。 $\eta/\eta_{r.m.s.}$ の値が -0.1 から 1.2 にかけて両者に多少の差異が認められるものの、波峯および波谷に相当する部分はほぼ一致しており、不規則波の ensemble 特性が精度良く再現さ

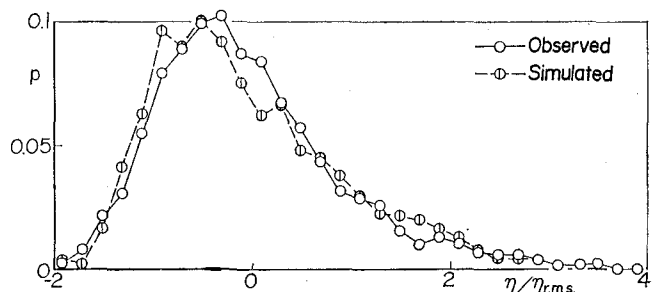


図-2 水位変動の標本分布に関する観測結果とシミュレーション結果の比較

れていると判断でき、この手法によるシミュレーションが妥当なものであることが確認される。

次に、ソリトン群の伝播シミュレーションの結果について述べる。ここでは、前述の開放系の条件を満足させるために、擬似無限個のソリトン(5,000個)を生成し、これを $\tau=0$ における初期のソリトン群とし、phase shift を考慮して $\tau=600$ まで伝播させ、これら2つのソリトン群の重心のまわりの有限領域における統計量の変化を調べた。なお、開放系においてソリトン群の配列平衡は存在せず、シミュレーションの際に、伝播過程で配列平衡状態に到達することを防ぐため、有限領域はな

るべく小さくしなければならない。しかし、統計量を考える上で、統計学的に有意な標本の大きさも確保する必要があるため、このシミュレーションでは約500個のソリトンを含む有限領域を考える。

図-3は、 $\tau=0$ における初期のソリトン群と $\tau=600$ におけるソリトン群の固有値に関する標本分布を示したものである。ただし、図中の実験値は、 $\alpha_{k+1}-\alpha_k=0.5$ での式(39)の値として示してある。両者には極めて良好な一致が見られ、不規則波浪をソリトン群の開放系とした扱いにおいても、伝播過程でソリトンの固有値分布は保存されることがわかる。

図-4は、 $\tau=0$ および 600 におけるソリトン群の間隔に関する標本分布を比較したものである。理論的には間隔分布の保存性は保証されていないように、両者の間に保存性を見出すことはできない。しかしながら、ソリトン間隔の平均値だけは、伝播過程で良く保存されており、この点は理論結果と一致する。

これより、前述の理論展開に対応して、固有値の分布および間隔の平均値として定義されるソリトン群の統計量の保存性が確かめられる。

4. 結 語

以上、ソリトンモードに基づく不規則波浪を孤立系および開放系として取り扱い、それぞれの系における確率的要素を明確にすると同時に、現実の海岸波浪の場に対応した開放系では、ソリトンの固有値分布および間隔の平均値が理論的に保存されることから、これらをソリトン群の統計量として取り扱うべきことを述べた。さらに、ソリトン群の発生および伝播の数値シミュレーション手法を提案し、数値実験により、ソリトン群の統計量の保存性を確かめることができた。

参 考 文 献

- 1) 土屋義人・安田孝志・篠田成郎：ソリトンスペクトル理論による海岸波浪の統計的特性，第30回海岸工学講演会論文集，pp. 69~73, 1983.
- 2) Wadati, M. and Toda, M.: The exact N-soliton solution of the Korteweg-de Vries equation, J. Phys. Soc. Japan, pp. 1403~1411, 1972.
- 3) 土屋義人・安田孝志・武山保徳：相互干渉を無視した場合のソリトンスペクトルの理論，第28回海岸工学講演会論文集，pp. 89~93, 1981.
- 4) 安田孝志・篠田成郎・土屋義人：ソリトンスペクトル理論による海岸波浪の内部特性表示，第29回海岸工学講演会論文集，pp. 36~40, 1982.

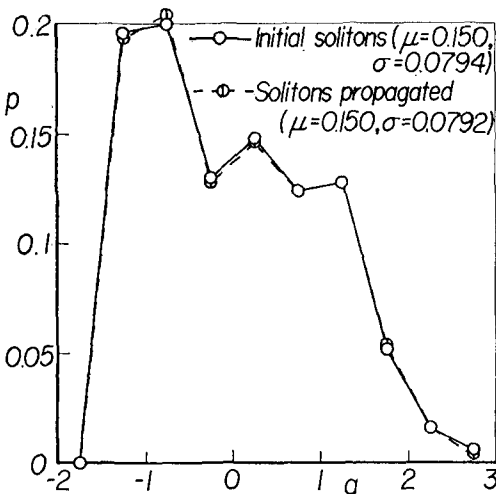


図-3 初期および伝播後のソリトン群の固有値分布の比較

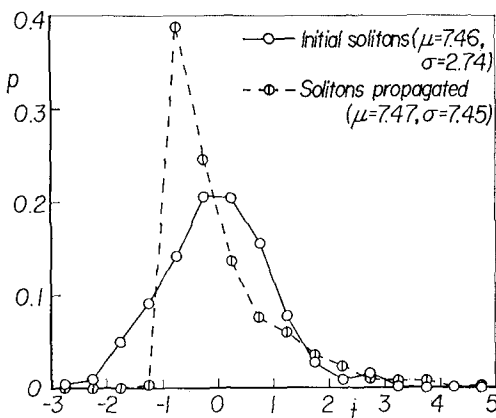


図-4 初期および伝播後のソリトン群の間隔分布の比較