

方向スペクトルの推定における MLM の拡張

磯部 雅彦*・近藤 浩右**・堀川 清司***

1. 序 論

海の波は不規則であり、その特性を把握することは、海岸・海洋工学において不可欠な基礎的事項である。波の不規則性は、周期と波向に関するエネルギーの分布として表わされる。周波数スペクトルは周期のみに関するエネルギー分布を表わすものであり、これについては多くの研究がなされ、いくつかのスペクトルの標準形が提案されている¹⁾²⁾。波向に関する情報も含めて不規則波を記述するためには、方向スペクトルを用いなければならない。しかし、方向スペクトルの観測には多大な労力・費用が必要なため、蓄積されてきたデータ量は少ない。

方向スペクトルの観測手法を大別すると、定点計測法とリモートセンシング手法となるが、定常的観測や荒天時の観測に適しているのは定点計測法である³⁾。定点計測法を用いる場合、限られた台数の計測装置の同時記録から、いかに精度よく方向スペクトルを推定するかが重大な問題である。既に提案されている推定法には、DFT法⁴⁾、Borgman法⁵⁾、MLM⁶⁾などがある。MLMは、これらのうち最も分解能が高いが、波高計アレイに対してしか適用することができない。しかし、現地観測の容易さから言えば、1点における水面変動・水粒子速度などから、方向スペクトルが推定できることが望ましい。さらにそのようにすれば、波の屈折回折効果等により波動場が一様でない場合の観測にも適用できる。そこで本研究においては、波高計アレイだけでなく、流速計や水面傾斜計等の混ざったアレイから得られる記録を用いて方向スペクトルを精度よく推定できるように、MLMを拡張する。さらに数値シミュレーションにより、その有効性を検討する。

2. 方向スペクトルとクロス・パワースペクトルの関係

微小振幅の不規則波の水面変動 η は、波数 $\mathbf{k}$ で角周波数 σ の成分波の重ね合わせとして表現できる。

Koopmans⁷⁾ と同様なスペクトル表示を行なえば、

$$\eta(\mathbf{x}, t) = \int_{\sigma} \int_{\mathbf{k}} \exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{x} - \sigma t)\} Z(d\mathbf{k}, d\sigma) \dots (1)$$

となる。ここに、 $\mathbf{x}$ は平面座標、 t は時間であり、 i は虚数単位を示す。 Z は波数 $\mathbf{k} \sim \mathbf{k} + d\mathbf{k}$ で角周波数 $\sigma \sim \sigma + d\sigma$ の領域を代表する複素振幅を表わす。

波数・周波数スペクトル $S(\mathbf{k}, \sigma)$ は、波数と周波数に関する波エネルギー（振幅の自乗）の密度として、次式のように定義される。

$$S(\mathbf{k}, \sigma) d\mathbf{k} d\sigma = \langle Z(d\mathbf{k}, d\sigma) Z^*(d\mathbf{k}, d\sigma) \rangle \dots (2)$$

ここに、 $*$ は共役複素数、 $\langle \rangle$ は期待値を表わす。方向スペクトル $S_{\theta}(\theta, \sigma)$ は、分散関係式により σ から波数の絶対値 k が一義的に決定されることを前提として、波数・周波数スペクトルを、波向 θ と角周波数 σ の関数として表現したものである。

水面変動以外の波動量、たとえば水面勾配、水面曲率、水粒子速度、水圧変動なども含む一般的波動量を ξ とすれば、水面変動からの伝達関数 H を用いて、式(1)より、

$$\xi(\mathbf{x}, t) = \int_{\sigma} \int_{\mathbf{k}} H(\mathbf{k}, \sigma) \exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{x} - \sigma t)\} Z(d\mathbf{k}, d\sigma) \dots (3)$$

と表示される。なお、 H は一般に次のように書ける。

$$H(\mathbf{k}, \sigma) = (\cos \theta)^{\alpha} (\sin \theta)^{\beta} G(\mathbf{k}, \sigma) \dots (4)$$

表一には主な波動量に対する G , α , β の値を示す。ここで、 $\mathbf{x} = \mathbf{x}_m$ および $\mathbf{x}_n$ における波動量を ξ_m および ξ_n とおくと、それらの間のクロス・パワースペクトル Φ_{mn} は、角周波数 σ に対するそれぞれの複素振幅を式(3)から求めることに、

$$\begin{aligned} \Phi_{mn}(\sigma) d\sigma = & \left\langle \int_{\mathbf{k}} H_m(\mathbf{k}, \sigma) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}_m) Z(d\mathbf{k}, d\sigma) \right. \\ & \times \int_{\mathbf{k}'} H_n^*(\mathbf{k}', \sigma) \exp(-i\mathbf{k}'\mathbf{x}_n) \\ & \left. \times Z^*(d\mathbf{k}', d\sigma) \right\rangle \dots (5) \end{aligned}$$

と表わされる。式(5)の右辺では、 Z のみが確率変数であり、 $\mathbf{k} \neq \mathbf{k}'$ ならば無相関であることから、

$$\langle Z(d\mathbf{k}, d\sigma) Z^*(d\mathbf{k}', d\sigma) \rangle = 0, \quad \mathbf{k} \neq \mathbf{k}' \dots (6)$$

となる。従って、式(2)および(6)より式(5)は、

* 正会員 工博 横浜国立大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 五洋建設(株) 土木設計部

*** 正会員 工博 東京大学工学部長

表-1 主な波動量の水面変動に対する伝達関数

項 目	記号	$G(k, \sigma)$	α	β
水 面 変 動	η	1	0	0
水 圧 変 動	p	$\rho g \frac{\cosh kz}{\cosh kd}$	0	0
水面鉛直加速度	η_{tt}	$-\sigma^2$	0	0
水面勾配 (x)	η_x	ik	1	0
" (y)	η_y	"	0	1
水面曲率 (xx)	η_{xx}	$-k^2$	2	0
" (xy)	η_{xy}	"	1	1
" (yy)	η_{yy}	"	0	2
水粒子速度 (x)	u	$\sigma \frac{\cosh kz}{\sinh kd}$	1	0
" (y)	v	"	0	1
" (z)	w	$-i\sigma \frac{\sinh kz}{\sinh kd}$	0	0

k : 波数, σ : 角周波数, d : 水深, z : 底面からの高さ, ρ : 流体の密度, g : 重力加速度

$$\Phi_{mn}(\sigma) = \int_{\mathbf{k}} H_m(\mathbf{k}, \sigma) H_n^*(\mathbf{k}, \sigma) \times \exp\{-i\mathbf{k}(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_m)\} S(\mathbf{k}, \sigma) d\mathbf{k} \quad (7)$$

となる。これが任意の波動量の間のクロス・パワースペクトルと波数・周波数スペクトルの関係式である。

3. EMLM の誘導

Davis・Regier⁹⁾による MLM の誘導と同様に、式(7)から方向スペクトルの推定式を導く。これはまた、入・反射波の共存場での方向スペクトルの推定式を導いた場合⁹⁾とも同様である。

一般に波数・周波数スペクトルの推定値 $\hat{S}(\mathbf{k}, \sigma)$ は、測定されたデータ間のクロス・パワースペクトル Φ_{mn} の線形結合で形式的に表わされる。係数を α_{mn} とすれば、

$$\hat{S}(\mathbf{k}, \sigma) = \sum_m \sum_n \alpha_{mn}(\mathbf{k}) \Phi_{mn}(\sigma) \quad (8)$$

である。ここに総和は、すべてのデータの組み合わせに対してとるものとする。式(7)を式(8)に代入すると、

$$\hat{S}(\mathbf{k}, \sigma) = \int_{\mathbf{k}'} S(\mathbf{k}', \sigma) w(\mathbf{k}, \mathbf{k}') d\mathbf{k}' \quad (9)$$

$$w(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \sum_m \sum_n \alpha_{mn}(\mathbf{k}) H_m(\mathbf{k}', \sigma) H_n^*(\mathbf{k}', \sigma) \times \exp\{-i\mathbf{k}'(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_m)\} \quad (10)$$

となる。つまり、推定される波数・周波数スペクトル $\hat{S}$ は、真の波数・周波数スペクトル S に、ウィンドウ w をかけたものである。ここで、

$$\alpha_{mn}(\mathbf{k}) = \gamma_m(\mathbf{k}) \gamma_n^*(\mathbf{k}) \quad (11)$$

と書けるものに限定すると、 w は、

$$w(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \left| \sum_m \gamma_m(\mathbf{k}) H_m(\mathbf{k}', \sigma) \exp(i\mathbf{k}'\mathbf{x}_m) \right|^2 \quad (12)$$

より 0 以上となる。 S も 0 以上であることから、式(9)による推定値 $\hat{S}$ も 0 以上となる。

さて、

$$T_{mn}(\mathbf{k}) = H_m(\mathbf{k}, \sigma) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}_m) \cdot H_n^*(\mathbf{k}, \sigma) \times \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{x}_n) = \gamma_m^*(\mathbf{k}) \cdot \gamma_n(\mathbf{k}) \quad (13)$$

とおけば、式(12)は、

$$w(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \sum_m \sum_n \gamma_m(\mathbf{k}) T_{mn}(\mathbf{k}') \gamma_n^*(\mathbf{k}') \quad (14)$$

となる。ウィンドウは Dirac のデルタ関数に近いほど、推定精度が高い。ところで式(12)より $w \geq 0$ であり、さらに真の方向スペクトル S についても $S \geq 0$ である。従って、 w をデルタ関数に近づけるためには、 $\mathbf{k} = \mathbf{k}'$ における w の値を一定に保って、式(9)による $\hat{S}$ の値を最小とすればよい。さらにこれは、式(8)、(11)および(14)より、

$$\frac{\sum_m \sum_n \gamma_m(\mathbf{k}) T_{mn}(\mathbf{k}) \gamma_n^*(\mathbf{k})}{\sum_m \sum_n \gamma_m(\mathbf{k}) \Phi_{mn}(\sigma) \gamma_n^*(\mathbf{k})} \rightarrow \text{最大} \quad (15)$$

と同値である。行列に関する定理より、式(15)の最大値は、次式を満たす固有値 λ のうちの最大値 $\lambda_{\max}$ に等しい。

$$\sum_n T_{mn} \gamma_n^* = \lambda \sum_n \Phi_{mn} \gamma_n^* \quad (16)$$

ここで、 T_{mn} が式(13)で表わされることから、 γ_n として、 γ_{0n} と直交するベクトル $\gamma_{0n}^\perp$ をとると、 $\lambda = 0$ となることがわかる。従って、最大の固有値を与えるのは、 γ_n が γ_{0n} と平行な成分を含む場合、すなわち $\gamma_n = \gamma_{0n} + \gamma_{0n}^\perp$ と表わされる場合である。この時、式(16)の左から $\gamma_{0n} \Phi_{0n}^{-1}$ を乗じて整理すれば、

$$\lambda_{\max} = \sum_m \sum_n \gamma_{0m} \Phi_{mn}^{-1} \gamma_{0n}^* \quad (17)$$

となることがわかる。ここで $^{-1}$ は逆行列を表す。式(15)より $\lambda_{\max}$ は $\hat{S}$ に反比例するから、最終的に、

$$\hat{S}(\mathbf{k}, \sigma) = \kappa \left[\sum_m \sum_n \Phi_{mn}^{-1}(\sigma) H_m^*(\mathbf{k}, \sigma) H_n(\mathbf{k}, \sigma) \times \exp\{i\mathbf{k}(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_m)\} \right] \quad (18)$$

を得る。ここに、 κ は比例定数であり、

$$\Phi_{\eta\eta}(\sigma) = \int_{\mathbf{k}} S(\mathbf{k}, \sigma) d\mathbf{k} \quad (19)$$

なる関係式が成立するように決めればよい。式(18)は、水面変動以外の波動量にも適用できるように MLM を拡張して得られた推定式であり、すべての m に対し $H_m = 1$ とすれば MLM と一致する。従って、ここで得た推定法を EMLM (Extended Maximum Likelihood Method) と呼ぶことにする。

方向スペクトル $\hat{S}_\theta(\theta, \sigma)$ を求めるためには、着目する σ から分散関係式によって k を決定し、式(18)を波向 θ の関数として計算すればよい。すなわち、

$$\hat{S}_\theta(\theta, \sigma) = \kappa' \left[\sum_m \sum_n \Phi_{mn}^{-1}(\sigma) H_m^*(\mathbf{k}, \sigma) H_n(\mathbf{k}, \sigma) \times \exp\{i\mathbf{k}(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_m)\} \right] \quad (20)$$

となる。ここに $\mathbf{k}=(k \cos \theta, k \sin \theta)$ であり、 κ' は、

$$\Phi_{\eta \eta}(\sigma)=\int_0^{2 \pi} \hat{S}_{\theta}(\theta, \sigma) d \theta \quad \cdots \cdots \cdots(21)$$

から求めればよい。

4. 計算上の留意点

(1) 伝達関数の計算法

表一に示した伝達関数の表示は、微小振幅波理論に基づくものである。しかし実際には、測定装置の検定値の誤差などのために、表中の表示式では不適当な場合も多い。このような時、 G の絶対値については、測定結果から、以下に示すような式を用いて計算するとよい。

一例として、水面変動 η と 2 成分水面勾配 η_x および η_y を測定したとする。この場合、 η_x と η_y に対する G の値は共通で、これを G_{η_x} とすれば、いわゆるノイズを無視した場合のパワースペクトルは式 (7) より、

$$\begin{aligned} \Phi_{\eta_x \eta_x}(\sigma) &= |G_{\eta_x}(k, \sigma)|^2 \int_0^{2 \pi} \cos^2 \theta S_{\theta}(\theta, \sigma) d \theta \\ \Phi_{\eta_y \eta_y}(\sigma) &= |G_{\eta_x}(k, \sigma)|^2 \int_0^{2 \pi} \sin^2 \theta S_{\theta}(\theta, \sigma) d \theta \\ &\cdots \cdots \cdots(22 \text{ a, b}) \end{aligned}$$

となる。従って、

$$|G_{\eta_x}(k, \sigma)|=\sqrt{\frac{\Phi_{\eta_x \eta_x}+\Phi_{\eta_y \eta_y}}{\Phi_{\eta \eta}}} \quad \cdots \cdots \cdots(23)$$

を得る。同様に水面曲率 η_{xx} , η_{xy} および η_{yy} , あるいは水平水粒子速度 u および v についても、

$$|G_{\eta_{xx}}(k, \sigma)|=\sqrt{\frac{\Phi_{\eta_{xx} \eta_{xx}}+2 \Phi_{\eta_{xy} \eta_{xy}}+\Phi_{\eta_{yy} \eta_{yy}}}{\Phi_{\eta \eta}}} \quad \cdots \cdots \cdots(24)$$

$$|G_u(k, \sigma)|=\sqrt{\frac{\Phi_{uu}+\Phi_{vv}}{\Phi_{\eta \eta}}} \quad \cdots \cdots \cdots(25)$$

を得る。このような式は他にも考えられる。

(2) クロス・パワースペクトルの正規化

(3) に述べるように、同じタイプのアレイを同一に議論するためには、 G の値を用いてクロス・パワースペクトルを正規化するとよい。たとえば η_x と u をとると、いずれも正規化された η とのクロススペクトルが実数となり、しかも $\alpha=1$ となる。従って、同一のグループとしてまとめて議論することができる。

一般的に正規化されたクロス・パワースペクトル ϕ_{mn} を次のように定義する。

$$\phi_{mn}(\sigma)=\Phi_{mn}(\sigma) / \left[G_m(k, \sigma) G_n^*(k, \sigma) \right] \quad \cdots \cdots(26)$$

逆行列 ϕ_{mn}^{-1} を実数部と虚数部に分離して、

$$\phi_{mn}^{-1}(\sigma)=a_{mn}(\sigma)-i b_{mn}(\sigma) \quad \cdots \cdots \cdots(27)$$

とおけば、 ϕ_{mn} 、従って ϕ_{mn}^{-1} がエルミート行列であることから、 a_{mn} は対称、 b_{mn} は反対称行列である。これらを考慮し、式 (4)、(26) および (27) を用いて、式 (20) を a_{mn} と b_{mn} で表わせば、

$$\begin{aligned} \hat{S}_{\theta}(\theta, \sigma) &= \kappa' / \left[\sum_m \sum_n (\cos \theta)^{\alpha_m + \alpha_n} (\sin \theta)^{\beta_m + \beta_n} \right. \\ &\quad \times \{ a_{mn}(\sigma) \cos [\mathbf{k}(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_m)] \\ &\quad \left. + b_{mn}(\sigma) \sin [\mathbf{k}(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_m)] \} \right] \quad \cdots \cdots(28) \end{aligned}$$

となる。

以上をとりまとめて、EMLM を用いた方向スペクトルの計算手順を示せば、以下のようになる。

- 1) 得られた波動量の同時記録から、すべての組み合わせについてクロス・パワースペクトル $\Phi_{mn}(\sigma)$ を求める。
- 2) ある着目する角周波数 σ に対し、式 (23)~(25) 等を使って G の値を決定する。もしそのような関係式が利用できない場合には、表一に示すような微小振幅波理論による値を用いる。
- 3) 式 (26) のように Φ_{mn} を正規化して ϕ_{mn} を求めれば、式 (27) により a_{mn} , b_{mn} が決定される。
- 4) 式 (28) により、定数 κ' の値を除いて方向スペクトルの推定値 $S_{\theta}(\theta, \sigma)$ を決定する。
- 5) 式 (21) を成立させるように κ' の値を決めれば、 $\hat{S}_{\theta}(\theta, \sigma)$ は式 (28) によって完全に決定される。

(3) 簡単なアレイの場合の表示式

ここでは、2 成分および 3 成分アレイを考える。

3 成分アレイとは、1 点において鉛直方向に関連する波動量と水平 2 方向の波動量が測定できるものであると定義する。波高計と 2 成分流速計 1 台ずつの組み合わせや、3 成分流速計を用いる場合がこれに相当する。またピッチ・ロールブイ¹⁰⁾を用いて、水面の鉛直加速度と 2 成分の水面勾配を測定する場合もこれに相当する。この場合、 (α, β) の組み合わせは、 $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$ である。ここで、 m_{ij} を実数として、

$$\phi_{mn}=\begin{bmatrix} m_{00} & m_{10} & m_{01} \\ m_{10} & m_{20} & m_{11} \\ m_{01} & m_{11} & m_{02} \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots \cdots(29)$$

とおき、逆行列から a_{mn} を求めて、式 (28) に代入して整理すれば、

$$\begin{aligned} \hat{S}_{\theta}(\theta, \sigma) &\propto 1 / \left[M_0 M_2 (\gamma^2 \cos^2 \hat{\theta} + \sin^2 \hat{\theta}) \right. \\ &\quad - 2 M_1 M_2 (\gamma^2 \cos \hat{\theta} \cos \hat{\theta}_m + \sin \hat{\theta} \sin \hat{\theta}_m) \\ &\quad \left. - M_1^2 \sin^2 (\hat{\theta} - \hat{\theta}_m) + M_2^2 \gamma^2 \right] \quad \cdots \cdots \cdots(30) \end{aligned}$$

を得る。ここに、

$$\begin{aligned} M_0 &= m_{00}, \quad M_1 = \sqrt{m_{10}^2 + m_{01}^2}, \\ M_2 &= [(m_{20} + m_{02}) + \sqrt{(m_{20} - m_{02})^2 + 4 m_{11}^2}] / 2, \\ \hat{\theta} &= \theta - \theta_p, \quad \hat{\theta}_m = \theta_m - \theta_p, \\ \theta_m &= \tan^{-1}(m_{01} / m_{10}), \\ \theta_p &= (1/2) \tan^{-1}[2 m_{11} / (m_{20} - m_{02})], \\ \gamma^2 &= \frac{(m_{20} + m_{02}) - \sqrt{(m_{20} - m_{02})^2 + 4 m_{11}^2}}{(m_{20} + m_{02}) + \sqrt{(m_{20} - m_{02})^2 + 4 m_{11}^2}} \\ &\cdots \cdots \cdots(31 \text{ a} \sim \text{h}) \end{aligned}$$

であり、 θ_m , θ_p および γ は、角周波数ごとに定義され

た平均波向, 主波向, long-crestedness パラメタである^{11), 12)}.

2成分アレイとは, 水平2成分の水粒子速度あるいは水面勾配を測定できるものである. この場合, 式(29)のうち, m_{20} , m_{11} , m_{02} がわかり, 推定式は,

$$\hat{S}_\theta(\theta, \sigma) \propto 1 / \left[\left(\frac{1}{r^2} + 1 \right) - \left(\frac{1}{r^2} - 1 \right) \cos 2\hat{\theta} \right] \quad (32)$$

となる.

5. 数値シミュレーション

EMLM の推定精度を検討するために, 数値シミュレーションを行なった. 理論上, θ と σ に関する方向スペクトルの分布は独立である. 従って, 任意の σ に着目したとして, θ に関する分布のみについて調べた. 具体的な手順は以下の通りである.

- 1) 光易型方向関数を用いて, 真の方向スペクトル $S_\theta(\theta)$ を次式のように与える.

$$S_\theta(\theta) = \left[\cos \left(\frac{\theta - \theta_0}{2} \right) \right]^{2s} \quad (33)$$

もし2つのピークを持った関数形が必要ならば, s と θ_0 の値をかえた2種の方向関数を重ね合わせる.

- 2) 想定されたアレイに対し, 式(7)によってクロス・パワースペクトルを計算する.
- 3) 式(28) (あるいは(30) または (32)) を用いて, 方向スペクトル推定値 $\hat{S}_\theta(\theta)$ を求め, 真の方向スペク

トルと比較する.

図-1 は, 2成分アレイに対するシミュレーションの結果を示す. 縦軸は方向スペクトルの最大値 $S_{\max}$ で無次元化してある. すなわち,

$$\bar{S}_\theta(\theta) = S_\theta(\theta) / S_{\max} \quad (34)$$

である. このアレイの場合, 式(32)より, 推定値は π を周期とする関数なので, $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ の範囲で図示した. 分解能はかなり高いが, (c) のような2ピークを表わすことはできない.

図-2 は3成分アレイに対する結果である. EMLM は, Longuet-Higgins ら¹⁰⁾ の解析法に比べて分解能が非常に高く, さらに, 2つのピークを検出することが可能であることがわかる. このアレイによる現地観測は比較的容易でありながら, このように高い分解能を有するという点で, 実用上の価値が高いと考えられる.

図-3 は, クローバー型ブイ¹³⁾によって, 水面の鉛直加速度 η_{tt} , 水面勾配 η_x , η_y , 水面曲率 η_{xx} , η_{xy} , η_{yy} を測定したと想定した場合の例である. 分解能がさらに向上することがわかる.

図-4 は種々のアレイに対するものである. (a) では2台の2成分流速計, (b) および (c) では3台の2成分流速計, (d) では2台のピッチ・ロールブイの組み合わせを想定している. アレイの形が図中に示されているが, L は波長を表わす, (b) ~ (d) では合計で6種のデータを用いることになるが, 同じ6種となるクローバ型ブイと同程度の分解能を持っている.

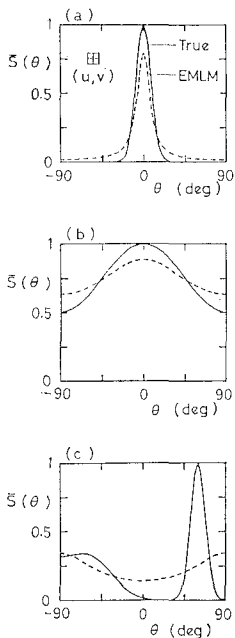


図-1 方向スペクトルの推定精度 (2成分アレイ)

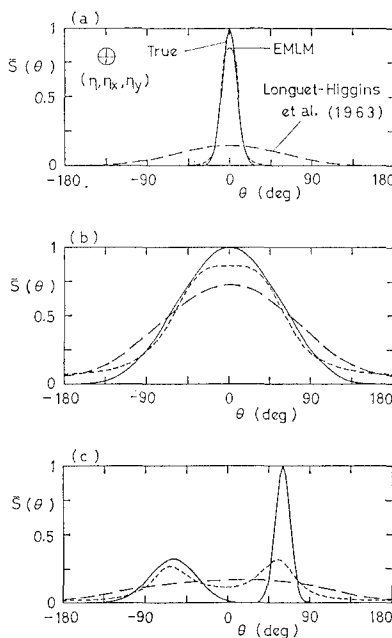


図-2 方向スペクトルの推定精度 (3成分アレイ)

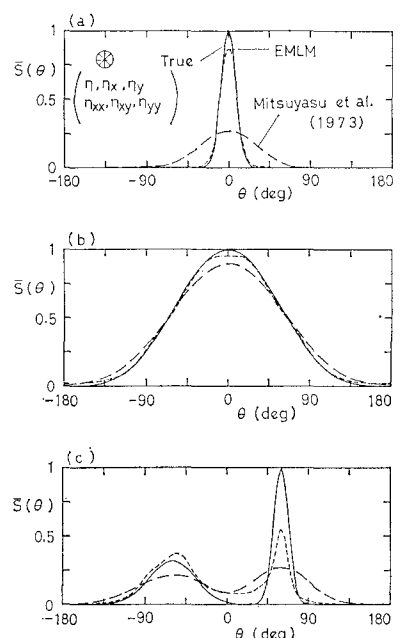


図-3 方向スペクトルの推定精度 (クローバ型ブイ式アレイ)

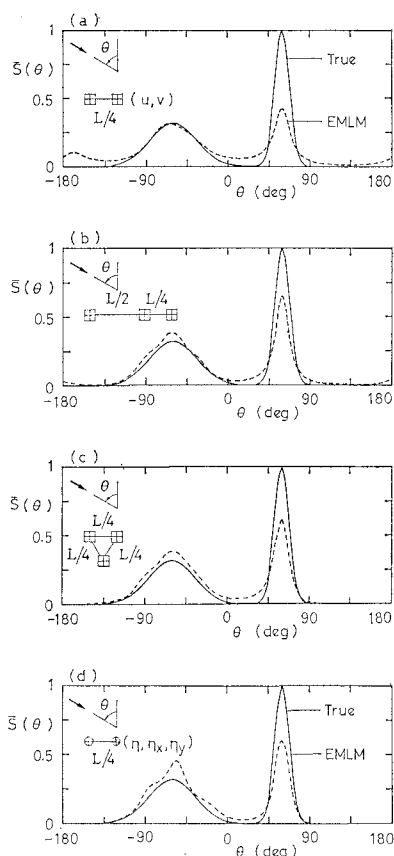


図-4 方向スペクトルの推定精度 (複合型アレイ)

6. 結 論

方向スペクトルの推定式の中で最も分解能の高い MLM を、流速計や傾斜計など波高計以外の計測装置の混ざったアレイによる観測に適用できるように拡張し、EMLM と名付けた。一般的な場合の EMLM による推定式は式 (20) あるいは (28) で表わされるが、特に 2 成分アレイの場合は式 (32)、3 成分アレイの場合は式 (30) のように簡単になる。

数値シミュレーションを用いた検討結果より、EMLM は非常に高い分解能を有することがわかった。従って、精度のよい方向スペクトルの現地観測が容易になるとともに、非一様波動場における方向スペクトルの観測も可能になると期待される。

参 考 文 献

- 1) 光易 恒: 海洋波のスペクトル構造, 1976 年度 (第12回) 水工学に関する夏期研修会講義集, B コース, pp. B-3-1~B-3-19, 1976.
- 2) 合田良実: 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版会, 237 p., 1977.
- 3) 堀川清司編: 海岸環境工学——海岸過程の理論・観測・予測手法, 東京大学出版会. (印刷中)
- 4) Barber, N.F.: The directional resolving power of an array of wave detectors, *Ocean Wave Spectra*, Prentice Hall, Inc., New Jersey, pp. 137~150, 1963.
- 5) Panicker, N.N. and L.E. Borgman: Enhancement of directional wave spectrum estimates, *Proc. 14th Coastal Eng. Conf.*, ASCE, pp. 258~279, 1974.
- 6) Capon, J.: High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis, *Proc. IEEE*, Vol. 57, No. 8, pp. 1408~1418, 1969.
- 7) Koopmans, L.H.: *The Spectral Analysis of Time Series*, Academic Press, New York, 366 p., 1974.
- 8) Davis, R.E. and L.A. Regier: Methods for estimating directional wave spectra from multi-element arrays, *J. Mar. Res.*, Vol. 35, No. 3, pp. 453~477, 1977.
- 9) 磯部雅彦・近藤浩右: 入・反射波の共存場における方向スペクトルの推定法, 第30回海岸工学講演会論文集, pp. 44~48, 1983.
- 10) Longuet-Higgins, M.S., D.E. Cartwright and N.D. Smith: Observations of the directional spectrum of sea waves using the motions of a floating buoy, *Ocean Wave Spectra*, Prentice Hall, Inc., New Jersey, pp. 111~136, 1963.
- 11) Longuet-Higgins, M.S.: The statistical analysis of a random, moving surface, *Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A*, Vol. 249, pp. 321~387, 1957.
- 12) Nagata, Y.: The statistical properties of the orbital wave motions and their application for measurement of directional wave spectra, *J. Oceanogr. Soc. Japan*, Vol. 19, No. 4, pp. 169~181, 1964.
- 13) 光易 恒ら: 海洋波の計測法の開発研究 (1), 九州大学応用力学研究所所報, 第39号, pp. 105~181, 1973.