

伝播に伴う Wave Group 特性の変化

間瀬 肇*・古室健史**・岩垣雄一***

1. ま え が き

群波に見られるような高波の連なり、いわゆる wave group (波群) 現象は、捨石防波堤の安定、越波量、浮体の長周期動揺といった海岸工学上のいろいろな問題に重要であるばかりでなく、非線形波列の安定・不安定、振幅変調¹⁾、あるいは風波・不規則波のモデリング (例えば、ストークス波で構成された包絡ソリトンの重ね合わせ²⁾) といった力学的問題にも重要である。

海岸工学の分野におけるこれまでの不規則波の wave group 特性についての研究は、ある一点における波高の連といった統計諸量を波のスペクトル形との関連において調べたものがほとんどで、伝播に伴う wave group の変形過程を調べた研究はほとんどない。成分波や wave group の伝播特性を調べることは、風波・不規則波の力学モデルを明確にするための基礎となるものである。

著者ら³⁾は、以前、エネルギースペクトルは同じで、wave group 特性が異なる不規則波を用いて、不規則波の適上特性を調べる研究を行った。その中で、造波板から 10m 離れた地点で測定した入射波は、沖波波形勾配によって (その後の検討から相対水深 h/L によって) 目標とした Groupiness Factor の値と大きく異なる場合があることを示した。この原因については触れなかったが、造波された不規則波の wave group 特性が伝播に伴って変化したのではないかと考えられる。

本研究は、まず波の連なりを SIWEH (平滑化した波エネルギーの時間変化曲線) で表わし、その波形の伝播特性を調べる。特に、(i) SIWEH 波形の伝播速度、(ii) 初期 SIWEH 波形がその平均値とピーク周期で無次元化するとほぼ同じ波形となる場合について、SIWEH 波形の伝播変形に及ぼす浅海性の影響、(iii) ほぼ同一のエネルギースペクトルを持つ場合 (水深を一定にしているので相対水深が同じ場合) について、SIWEH 波形の伝播変形に及ぼす初期 SIWEH 波形の影響について検討する。次いで、一つの wave group を構成する個々の

波の周期はほぼ等しいことから、その包絡波形の変化は単一搬送周波数を持つ非線形波列の振幅変化を表わす非線形 Schrödinger 方程式が適用できる可能性があると考えられるので、ある一つの wave group に注目し、その包絡波形の変化を非線形 Schrödinger 方程式の数値計算によってシミュレートし、実験結果と比較検討する。

2. 実験装置および実験方法

実験は、一端に電気油圧式不規則波発生機が設置されている長さ 27m、幅 50cm、深さ 75cm の両面ガラス張り水槽で行った。

用いた不規則波は、著者ら⁴⁾が Pierson-Moskowitz 型スペクトルを持つようにシミュレートした波で、エネルギースペクトルは同じであるが、wave group 特性が異なる 2 種類 (Groupiness Factor が大きい Case 1 と小さい Case 2) の不規則波である。スペクトルのピーク周波数は 0.4, 0.5, 0.6, 0.8, 1.0 および 1.2 Hz の 6 種類 (これらの実験ケースを No. 1~6 とする) である。

水位変動は、造波板から 3.35m 離れた地点を始点として 2.5m おきに 8 台 (W-1~W-8) 設置した容量式波高計を用いて計測した。

水深 h はすべての実験ケースについて 45cm とした。

水位変動記録は 14 チャンネルデータレコーダーに収録した後、サンプリング間隔 0.04sec で A-D 変換した。サンプリング個数は No. 1~6 に対し、それぞれ 40,000, 31,000, 26,500, 19,500, 12,500 であり、それらの記録に含まれる個々波の数は 650~900 波である。

表-1 は、W-1 から W-8 の各地点の有義波を平均して求めた波高 H と周期 T 、それらを用いて得られる ka

表-1 実験に用いた不規則波の諸元

No.	Case 1					Case 2				
	H (cm)	T (sec)	ka	kh	GF	H (cm)	T (sec)	ka	kh	GF
1	4.39	2.26	0.031	0.63	0.74	4.66	2.28	0.033	0.63	0.54
2	5.48	1.78	0.051	0.84	0.70	5.83	1.80	0.054	0.83	0.59
3	6.52	1.56	0.072	0.99	0.76	6.79	1.54	0.075	1.00	0.56
4	8.10	1.21	0.126	1.40	0.78	8.40	1.19	0.133	1.43	0.61
5	6.58	0.96	0.150	2.05	0.73	7.02	0.95	0.162	2.09	0.61
6	5.55	0.83	0.165	2.69	0.72	5.77	0.83	0.172	2.69	0.63

* 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学教室

** 学生員 京都大学大学院工学研究科

*** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

($=\pi H/L$), $kh(=2\pi h/L)$ および W-1 における Group-ness Factor の値を示したものである。

Case 1 の No. 1~6 の実験ケースの W-1 における初期 SIWEH 波形を, その平均値とピーク周期で無次元化すれば, ほぼ同じ波形である。また, Case 1 と 2 における No. が同じ実験ケースでは, エネルギースペクトルはほぼ同じである。初期 SIWEH 波形については, 文献 4) の図-1 を参照されたい。

3. 解析方法

本研究ではまず波の連なりを SIWEH で表わすが, この SIWEH と木村ら⁵⁾ が長周期水位変動の伝播の解析に用いた非定常スペクトルを周波数について積分したある時刻 t における波エネルギーの期待値との関係は次のようである。

SIWEH は次式で表わされる⁴⁾。

$$E(t) = \frac{1}{T_p} \int_{-\infty}^{\infty} \eta^2(t+\tau) Q(\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで, T_p はピーク周期 $\eta(t)$ は水位変動, τ はタイムラグ, $Q(\tau)$ は三角形ウィンドウである。

一方, 非定常スペクトルを周波数について積分したものは次のようになる⁵⁾。

$$\langle \eta^2(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \langle \eta^2(t-\tau) \rangle w^2(\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで, $\langle \rangle$ はアンサンブル平均, $w(\tau)$ はデータウィンドウである。

式(2)でアンサンブル平均のかわりに1つの標本について考えれば, 式(2)は平滑化した波エネルギーの時間変化を表わしているのがわかる。また, 式(1)と(2)の比較から, $w(\tau)$ を $\sqrt{Q(\tau)/T_p}$ とすれば両式は完全に一致する。

W-1 で得られる SIWEH 波形と他の波高計における SIWEH 波形の相互相関を計算し, 相互相関係数の最大値 $\rho_{\max}$ とその出現時間 $\tau_{\max}$ を求め, $\rho_{\max}$ から伝播に伴う SIWEH 波形の変化の程度, $\tau_{\max}$ と波高計間隔から SIWEH 波形の伝播速度を求めた。なお, 相互相関の計算には, FFT 法を用いてクロススペクトルを逆フーリエ変換する方法を用いた。後に図に示す結果は, データ数を 8,192 とした場合である。他に, データ数を 4,096 あるいは 16,384 とした計算も行った。その結果, データ数を変えると $\rho_{\max}$ の値が異なる実験ケースが1つあるのがわかったが, 他のほとんど変わらなかった。

各地点の wave grouping を表わす指標として, Group-ness Factor と平均波高 $\bar{H}$ を基準値とした波高の平均連長 (以下では $GF, j(\bar{H})$ と略す) を計算した。

スペクトル密度は, データ数を 8,192 とし, ピリオドグラムを 9 個単純平均した自由度 18, 分解周波数 0.0275 Hz で計算した。また, スペクトル密度の推定値の統計

的独立を犠牲にして, 単にピリオドグラムを 21 個移動平均して滑らかなスペクトル形を求めたが, これから得られるピーク周波数が目標値とほとんど同じである。

浅海における非線形 Schrödinger 方程式は次のように表わされる¹⁾。

$$-i \left(\frac{\partial A}{\partial t} + C_g \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \alpha \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \beta |A|^2 A = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{C_g^2}{2\omega} - \frac{\omega q \cosh^2 q}{k^2 \sinh 2q} + \frac{q \sinh q}{k \cosh q} C_g \\ \beta &= \frac{\omega k^2}{16 \sinh^4 q} (\cosh 4q + 8 - 2 \tanh^2 q) \\ &\quad - \frac{\omega}{2 \sinh^2 2q} \frac{(2\omega \cosh^2 q + k C_g)^2}{(gh - C_g^2)} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (4)$$

$$\omega^2 = gk \tanh q, \quad q = kh \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで, A は包絡波形, C_g は群速度, ω は角周波数, k は波数である。式(3)のように, (x, t) 座標で表わすと, A に比例する項は高次の order となり無視できる。

4. 実験結果および考察

図-1 は, 今回の実験で得られた各波高計における SIWEH 波形の一例を示したものである。図中に示した破線は, 次に述べる SIWEH 波形の伝播速度を基にして引いたものである。斜線で示した各 wave group に含まれる卓越する波の周期は全く同じではないので, 破線からずれる場合もあるが, SIWEH 波形全体の伝播速度で個々の wave group の伝播速度もほぼ近似できる。

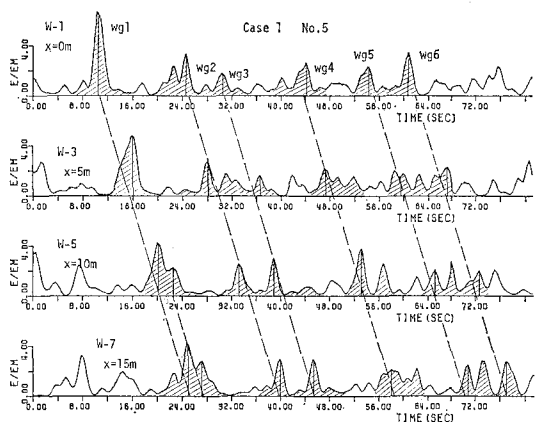


図-1 SIWEH 波形の伝播

図-2 は, Case 1 について, 3. で述べた $\tau_{\max}$ と波高計位置 x との関係を図示したものである。図中の各直線は, $\tau_{\max}$ と x との関係を最小 2 乗法で求めて引いたもので, これらの直線の勾配から SIWEH 波形の伝播

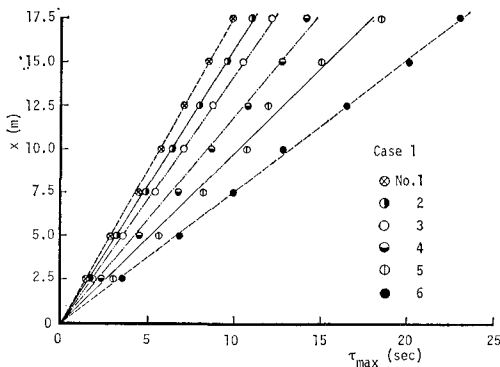


図-2 相互相関係数の最大値の出現時間 τ_{max} と波高計位置 x の関係

速度を求めた。

図-3 は、このようにして求めた SIWEH 波形の伝播速度の実測値を、スペクトルのピーク周期から計算される群速度および表-1 に示した有義波周期から得られる群速度と比較したものである。ピーク周期は、ピリオドグラムを9個平均して推定したスペクトルより算定した。図-3 から、ピーク周期を用いた方が実測値と良く合う場合や、逆に有義波周期の方が良い場合もあるが、どちらも概ね実測値と一致しているのがわかる。有義波周期は単に代表量としてだけでなく、wave group 全体の平均的な伝播速度といった力学的な特性を表わす量としても用いることができる。

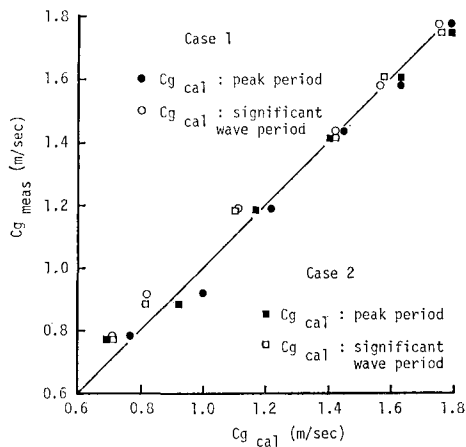
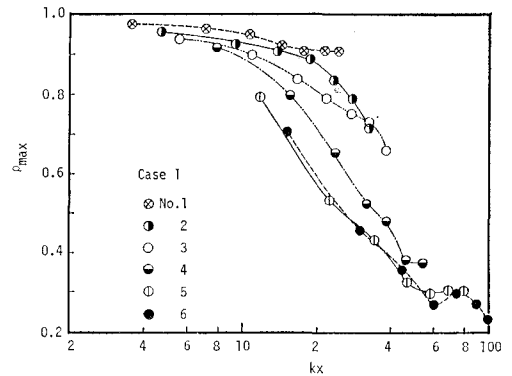
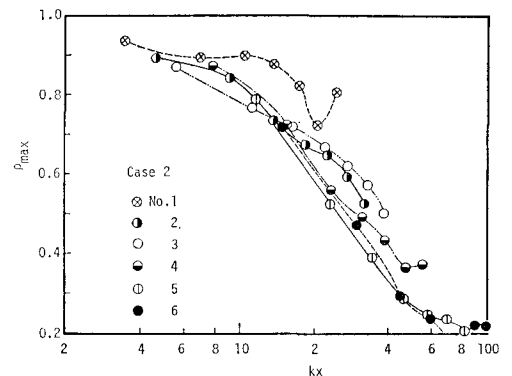


図-3 SIWEH 波形の伝播速度に関する実測結果と計算結果の比較

図-4 は Case 1 と 2 について、無次元伝播距離 kx に対する ρ_{max} の変化を示したものである。Case 1 の図-4 (a) を見ると、同じ kx の値に対して No. 1~4 では相対水深が大きくなるほど ρ_{max} の値が小さくなる (Case 2 でもその傾向は見られる) が、No. 5 と 6 に



(a)



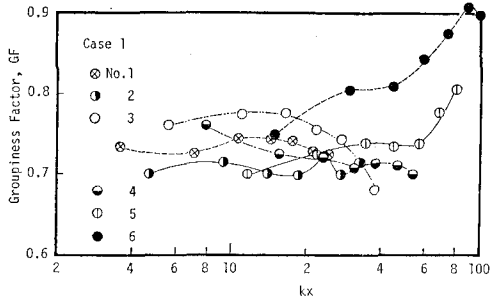
(b)

図-4 無次元伝播距離 kx に対する相互相関係数の最大値 ρ_{max} の変化

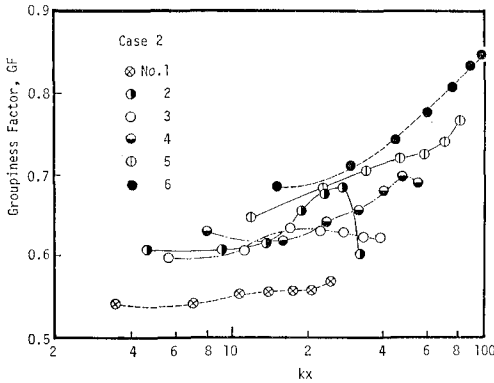
いは kx に対する ρ_{max} の変化はほぼ同じになっている (Case 2 の No. 5 と 6 も同様)。図-4 (a) と (b) の相対水深が同じものを比較すると、No. 1~4 では同じ kx の値に対して、Case 2 の方が Case 1 に比べて ρ_{max} の値が小さく、初期 SIWEH 波形によって、伝播に伴う変化の程度に差があることがわかる。

ストーク波は $kh > 1.36$ で変調不安定により wave group が形成される¹⁾が、今回の実験では表-1 より No. 5 と 6 がその領域に入っており、No. 4 はほぼその境界である。 $kh > 1.36$ を満たす実験ケースにおいて、 kx に対する ρ_{max} の変化がほぼ同じになるのは興味深い。

図-4 の kx に対する ρ_{max} の変化からだけでは、伝播に伴って wave grouping が顕著になるのか、あるいは減衰するのかわからないので、図-5 と 6 に kx に対する GF と $\hat{j}(\bar{H})$ の変化を示す。 GF について見ると、No. 1~3 では各地点の GF の値に若干の変動はあるが、それほど変化していない。一方、Case 1 の No. 5 と 6、Case 2 の No. 4, 5 および 6 の場合には伝播に伴って GF が大きくなっていく。これらのケースは図-4 において

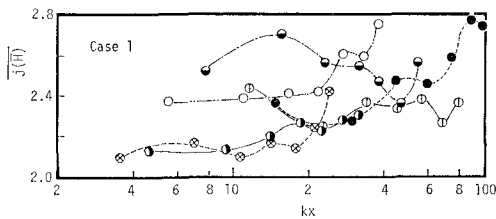


(a)

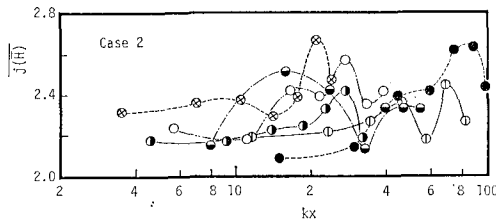


(b)

図—5 無次元伝播距離 kx に対する GF の変化



(a)



(b)

図—6 無次元伝播距離 kx に対する $j(\bar{H})$ の変化

kx に対する $\rho_{\max}$ の変化が同じものである。

1. で述べたように、以前の著者ら³⁾の研究では、 GF の値を沖波波形勾配 H_0/L_0 で整理した結果、 $H_0/L_0 > 0.03$ で目標とした GF の値より大きくなったが、これは $kh > 1.36$ の場合であることがわかった。

図—6 の $j(\bar{H})$ について見ると、Case 1 と 2 の No. 6, 他にも Case 1 の No. 1, 2, 3, Case 2 の No. 1, 3 で、伝播に伴いその値が大きくなっている。これまで言われているスペクトルの尖鋭度パラメーターと $j(\bar{H})$ との関連から考えると、この $j(\bar{H})$ の増加はスペクトルが尖鋭化するためであると説明できる。確かに No. 6 の場合は伝播に伴って高周波数領域のエネルギー減衰のためにスペクトルが若干尖鋭化していくが、スペクトル形がほとんど変化しないケースでも伝播に伴って $j(\bar{H})$ が大きくなることもある。

著者らは、Case 1 の No. 5, 6, Case 2 の No. 4, 5 および 6 の wave grouping の顕著化の原因として、スペクトルの尖鋭化よりも波列の変調不安定性の方が卓越した原因と考える。

図—7 は伝播に伴うスペクトルの変化を示した一例である。波高計 W-1~W-3 でスペクトル密度が最大となる周波数を f_p とし、伝播に伴い発達してきてスペクトル密度が最大となる周波数を f_1 と示している (W-1 と W-3 に示されている f_1 は、図に現われている第二のピークの周波数とは異なる)。このケース以外にも、Case 1 の No. 4, Case 2 の No. 4 と 6 で side band (変調モード) の発達が見られた。このような side band の出現は、前にも述べたように $kh > 1.36$ の場合である。理論的にはピーク周波数の両側に同じ大きさで現われるが、図—7 からは高周波数側の side band のスペクトル密度の値は小さい。

図—7 から $f_p = 1.26 \text{ Hz}$, $f_1 = 1.10 \text{ Hz}$ であり、 $\delta = (f_p - f_1)/f_p$ は 0.127 となる。一方、非線形 Schrödinger 方程式から得られる最も波が不安定となる条件を示すと、次のようになる¹⁾。

$$|K| = \sqrt{\beta/\alpha} a, \quad K = (1 + \kappa)k - k \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 κ は波数 k からのずれを表わすパラメーター、 α, β は式 (4) で与えられる係数、 a は振幅である。式 (6) より κ を求め、これを用いて周波数のずれ δ に換算すると、 δ は 0.111 となる。ただし、 k, a として表—1 に示した有義波を平均したものを用いた。この実測値と理論値は 15% の差があるが、不規則波の場合にもこうした解析がある程度可能であることを示している。

ただし、今回のスペクトル解析は、自由度が小さいので、もっと長時間の計測を行い安定したスペクトルを得た上で、このような議論をすることが必要である。

図—8 は、図—1 の波群 wg 1 に注目し、その包絡波形 (実線) と、非線形 Schrödinger 方程式の数値計算結果の包絡波形 (破線) を比較したものである。なお、実測の包絡波形は波の峰と谷の絶対値を順に結んだものである。計算で与える初期波形として、W-1 における時間波形を滑らかに結んだ波形で置きかえて初期時間波形とし、それを空間波形に変換したものを与えた。すなわ

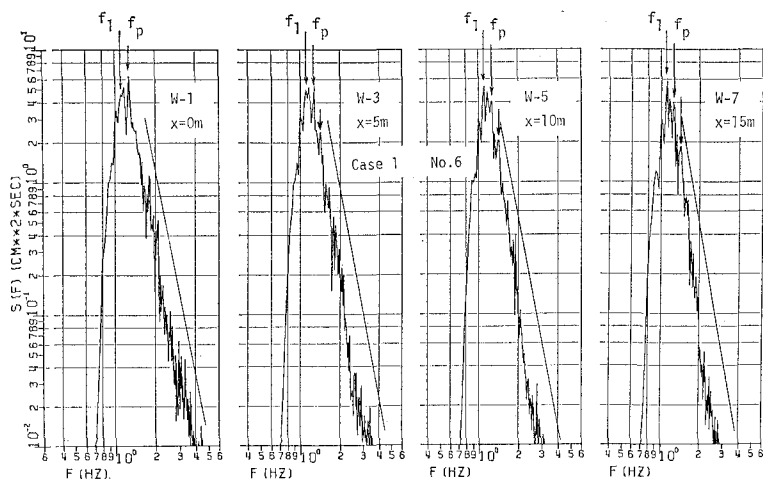


図-7 伝播に伴うスペクトルの変化

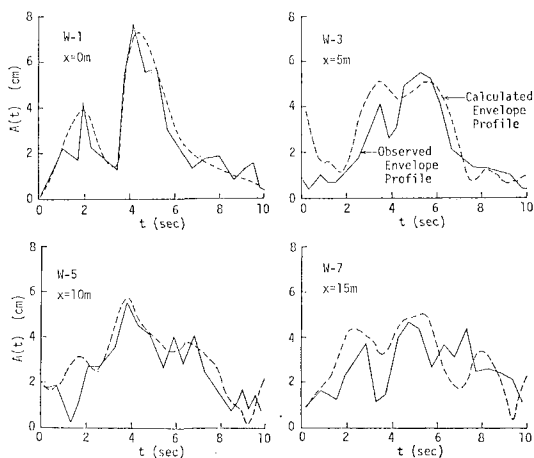


図-8 包絡波形に関する実測結果と計算結果の比較

ち, wave group の時間長さを T とし, $A(C_0 T(1-t/T), 0) = A(0, t)$ で与えた.

図から, 最初 2 山の包絡波形が伝播に伴い徐々に変化していく様子が見られるが, W-5 までは計算結果と実測結果との対応はかなり良好である. W-7 になると両者の対応は若干悪くなる. 初期包絡波形の変動が激しいものについても計算を行ったが, W-3 から両者の対応は良くなかった.

計算では, 直接空間波形を初期値として与えるのではなく, 時間波形から与えるために実際とは異なるこ

と, また波の減衰を考慮していないこと, 非線形 Schrödinger 方程式は非常に narrow band の波に対する理論であるが, wave group に含まれる個々の波はほぼ同じ周期を持つというもののある幅があることが計算結果と実測結果との差の原因として考えられる.

5. あとがき

本研究は, 主として SIWEH で表わした wave group の伝播特性について調べ, 伝播に伴う SIWEH の変形に及ぼす相対水深の影響, 初期 SIWEH 波形の影響を考察した. また, wave group の伝播特性については非線形 Schrödinger 方程式に基づいた解釈がかなり有効であることを示した.

参考文献

- 1) Mei, C. C.: The applied dynamics of ocean surface waves, Wiley, 740 p., 1983.
- 2) Mollo-Christensen, E. and A. Ramamonjisoa: Modeling the presence of wave groups in a random wave field, J. Geophys. Res., Vol. 83, pp. 4117~4122, 1978.
- 3) 間瀬 肇・土居宏行・岩垣雄一: 不規則波の遡上特性に及ぼす Wave Grouping の影響に関する実験的研究, 第 30 回海岸工学講演会論文集, pp. 114~118, 1983.
- 4) 岩垣雄一・間瀬 肇・北直紀: Wave Group を考慮した不規則波のシミュレーションとその特性, 第 29 回海岸工学講演会論文集, pp. 55~59, 1982.
- 5) 木村 晃・朝倉一雅・瀬山 明: 浅海域における長周期水位変動の伝播特性, 第 30 回海岸工学講演会論文集, pp. 143~147, 1983.