

不規則波に対する屈折計算法の適用性

丸山 康樹*・平口 博丸*・鹿島 遼**

1. はじめに

規則波を対象とした波浪の屈折変形計算法としては、波向線法 (Munk and Arthur¹⁾) が簡便な方法として従来より用いられている²⁾。これ以外の方法として、エネルギー平衡方程式に基づく屈折計算法があり、最近では平均流を考慮したエネルギー平衡方程式を用いて、波と流れが共存する場合の屈折の計算も行なわれている (例えば、Noda et al.³⁾、西村⁴⁾)。

一方、不規則波を対象とした屈折計算法としては、規則波の結果を重ね合わせる成分波法 (例えば、永井⁵⁾) や Karlsson⁶⁾ の導いたエネルギー平衡方程式がある。後者の方法は前者に比べて数値計算が容易で、永井⁷⁾、酒井⁸⁾、合田⁹⁾ の計算例があるが、方向スペクトルを持つ不規則波を対象としているため、水理実験あるいは現地実測等による検証が困難で、その適用性については不明な点が多い。

本論文は、Karlsson の基礎方程式の物理的意味について考察し、数値実験によりその特性を把握した上で、リアス式の湾模型と球面浅瀬を用いた不規則波の水理実験結果と比較検討し、その適用性と問題点について述べたものである。

2. 基礎式

(1) 規則波のエネルギー平衡方程式

波浪場の時間的な定常性を仮定すると、規則波のエネルギー平衡方程式は次式で表わされる。

$$\frac{\partial}{\partial x}(EC_g \cos \alpha) + \frac{\partial}{\partial y}(EC_g \sin \alpha) = 0 \quad \cdots \cdots (1)$$

ここに、 C_g は群速度、 α は波向、 E は単位海面積当りのエネルギー密度であり次式で表わされる。

$$E = \rho g a^2 / 2 = \rho g H^2 / 8 \quad \cdots \cdots (2)$$

ただし、 ρ は海水の密度、 g は重力加速度、 a は波の振幅、 H は波高である。

式 (1) の波向 α は波数ベクトル $\mathbf{k}$ の非回転性

$$\nabla \times \mathbf{k} = \frac{\partial}{\partial x}(k \sin \alpha) - \frac{\partial}{\partial y}(k \cos \alpha) = 0 \quad \cdots \cdots (3)$$

より求めることができる。ここで、 k は波数である。

(2) 不規則波のエネルギー平衡方程式

波が方向スペクトルを持つ不規則波である場合について、Karlsson は式 (1) に対応するエネルギー平衡方程式を次のように導いている。

今、波のエネルギー密度を $D(f, \theta)$ とする。ただし、 f は周波数、 θ は角度である。水深が一樣でない場合、エネルギー密度は (f, θ) に加えて場所 (x, y) の関数となる。さらに、風や海底の影響によるエネルギーの授受を考慮すると、エネルギー密度は $D(x, y, f, \theta, t)$ と書ける。 (x, y, f, θ) 空間におけるエネルギー密度 D の輸送速度を $\mathbf{V}$ とすれば、 D に関する保存則は一般に

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \nabla \cdot (D\mathbf{V}) - Q = 0 \quad \cdots \cdots (4)$$

と書ける。ここに、

$$\mathbf{V} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial f}, \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \quad \cdots \cdots (5)$$

であり、 Q はエネルギーの授受を表す。

式 (4) で $Q=0$ とし、周波数間のエネルギー輸送がないものと仮定し、さらに時間的な定常性を考えると、不規則波のエネルギー平衡方程式として次式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial x}(DV_x) + \frac{\partial}{\partial y}(DV_y) + \frac{\partial}{\partial \theta}(DV_\theta) = 0 \quad \cdots \cdots (6.a)$$

ここに、

$$V_x = C_g \cos \theta, \quad V_y = C_g \sin \theta$$

$$V_\theta = \frac{C_g}{C} \left(\frac{\partial C}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial C}{\partial y} \cos \theta \right) \quad \cdots \cdots (6.b)$$

であり、 C_g は群速度、 C は波速である。

上式において注意すべき点は、 x, y, θ が各々独立変数であり、波向を規定する関係式を必要としないのに対し、式 (1) 中の波向 α は場所 (x, y) の関数、換言すれば α は x, y の従属変数となる。なお、式 (6) と同一の関係式が Collins¹⁰⁾ によっても別の方法で導かれている。

(3) 規則波と不規則波の方程式の相互関係

まず、規則波に対する屈折計算法である波向線法とエ

* 正会員 工修 電力中央研究所 土木研究所環境部

** 正会員 工修 電力中央研究所 土木研究所環境部調査役

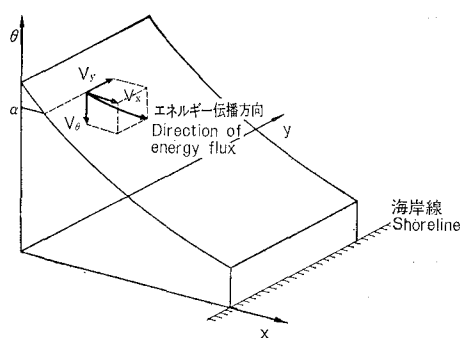
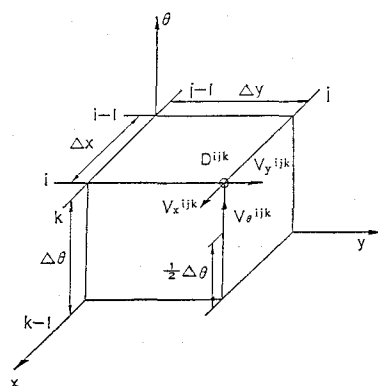
図-1 (x, y, θ) 空間のエネルギー輸送の模式図

図-2 改良した計算点配置

エネルギー平衡方程式 (1) は、座標変換を行うことにより、同一の意味を持つ関係式であることが証明できる¹¹⁾。

一方、規則波および不規則波のエネルギー平衡方程式の相互の関係については以下のように考えられる。今、 (x, y) 空間を進行する周波数 f の単一波の屈折現象について考える。ここで、波の伝播中に周波数 f は変化しないものとする。波向 α は波の進行とともに変化するもので、 α は (x, y) の関数となる。この現象を (x, y, θ) 空間で見れば、図-1 に示す $\theta = \alpha(x, y)$ 曲面上にのみエネルギー密度が集中した現象と考えることができる。したがって、規則波のエネルギー密度 e は、 (x, y, θ) 空間では、

$$e(x, y, \theta) \equiv E(x, y) \cdot \delta\{\theta - \alpha(x, y)\} \quad \dots\dots (7)$$

と書くことができる。ここで、 $E(x, y)$ は式 (2) のエネルギー密度、 $\delta\{\theta - \alpha(x, y)\}$ はデルタ関数である。式 (7) を式 (6) の D に代入すると、

$$\frac{\partial}{\partial x}(E\delta V_x) + \frac{\partial}{\partial y}(E\delta V_y) + \frac{\partial}{\partial \theta}(E\delta V_\theta) = 0 \quad \dots (8)$$

となる。さらに上式を θ について $-\pi$ から π まで積分すれば、規則波の場合のエネルギー平衡方程式 (1) と完全に一致する。周波数間に非線形干渉等が生じないものとすれば、周波数が異なる各成分波に対しても同様の関係が成立することは明らかである。

以上の議論より、Karlsson の導いた式 (6) は、規則波のエネルギー平衡方程式 (1) あるいは波向線法の結果を線形的に重ね合わせたものと解釈される。

3. 数値実験による検討

(1) 計算方法

式 (6) の差分化には、永井¹²⁾の方法を若干改良したものをを用いた。計算点配置を図-2 に示す。差分スキームは (y, θ) 空間に関して implicit であり、連立一次方程式を Gauss-Seidel 法により計算する。計算法の詳細は文献 11) を参照されたい。

(2) 規則波の浅水係数・屈折係数

勾配 1/100 の平行等深線海岸に沖波入射角 $\alpha_i = 0^\circ$ 、 -48° で入射する周期 10 sec の規則波に対して行ったエネルギー密度の計算例を図-3 に示す。縦軸 D^* は計算値を入射波のエネルギー密度 E で無次元化した値である。 $\alpha_i = 0^\circ$ の例では、沖波の線スペクトルがそのまま線スペクトルとして伝播するのに対し、 $\alpha_i = -48^\circ$ の例では、水深が浅くなる程エネルギーが角度空間内でエネルギー輸送方向の下流側に分散する傾向が見られる。これは方程式を離散化して解く場合に不可避免的に生ずる問題である。しかし、エネルギーの総和は角度空間に対して保存されるので、エネルギー密度の積分値から得られる浅水係数、屈折係数は規則波の理論値と一致する。これは、式 (6) の物理的解釈と一致する。

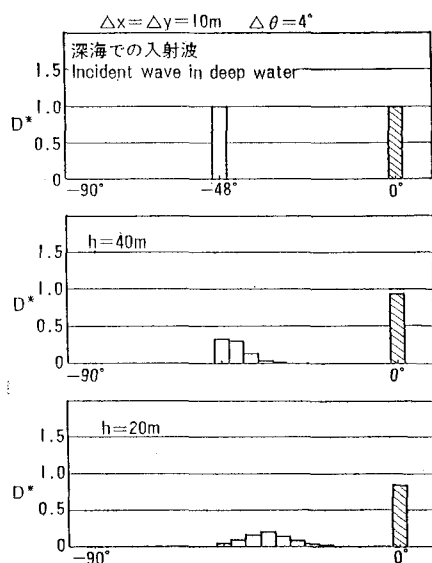


図-3 規則波のエネルギー密度計算例

(3) 不規則波の浅水係数・屈折係数

有義波周期 10 sec の方向スペクトルを持つ不規則波が平行等深線海岸を進行する場合のエネルギー分布形状の変化を図-4に示す。ただし、入射波の周波数スペク

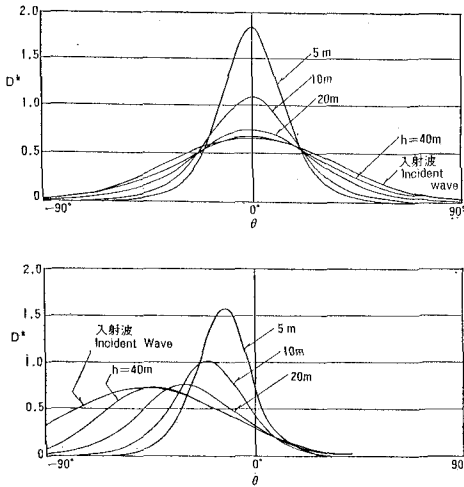


図-4 方向スペクトル計算例

トルは Bretschneider・光易型、方向関数は光易型、方向集中度パラメータは $S_{max}=10$ と設定し、沖波の波向を $\alpha_i=0^\circ$, -48° の2種類とした。周波数スペクトルの分割数は $M=10$ とし、計算間隔は $\Delta x=\Delta y=10$ m, $\Delta\theta=4^\circ$ とした。図の縦軸 D^* は入射波の方向スペクトル $S(f, \theta)$ を用いて次のように定義した値である。

$$D^*(\theta) = \int_0^\infty D(f, \theta) df \Big/ \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} S(f, \theta) d\theta df \quad \dots\dots\dots (9)$$

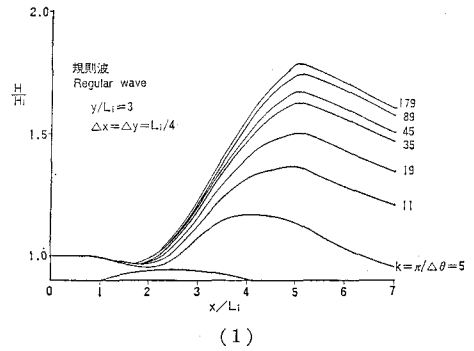
図には、浅水・屈折変形にともなう方向スペクトルの形状変化が良く示されている。

また、規則波の結果を合成して得られる不規則波の浅水係数 K_s^* および屈折係数 K_r^* と式(6)を解いて求められる K_s^* , K_r^* とを比較した結果、両者の値に差は見られなかった。これは規則波に対する検討結果を考えれば当然の帰結と言える。

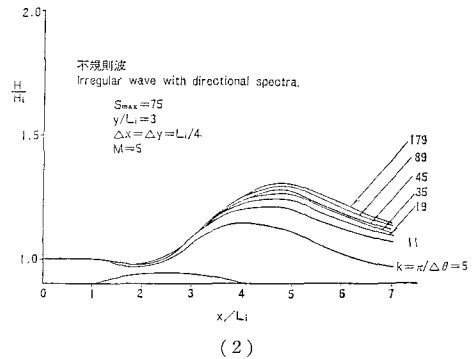
(4) 球面浅瀬に対する計算値の収束・発散性

合田ら⁹⁾が計算に用いたものと同一の球面浅瀬(一樣部水深 15 m, 浅瀬頂部水深 5 m)を対象とし、規則波と不規則波の屈折について検討する。計算は規則波の周期と不規則波の有義波周期をともに 5.1 sec と等しくし、不規則波の方向集中度パラメータは $S_{max}=75$ 、周波数分割数は $M=5$ とした。

図-5は球面浅瀬の中心線上の波高比変化におよぼす角度分割数の影響を見たものである。規則波の結果は数値計算上の限界と思われる $\Delta\theta=1^\circ$ (179分割)の場合



(1)



(2)

図-5 計算波高に及ぼす角度分割数の影響

でも収束傾向が見られない。この傾向は、波向線法あるいは規則波のエネルギー平衡方程式による計算結果が発散することに対応している。一方、不規則波の例では $\Delta\theta$ を細かくすると収束傾向にあるように見えるが、その原因は明らかでない。規則波の計算例で示した離散化の影響も一因と考えられる。実際の現象では波高が発散することではなく、この意味においては上記の結果は都合が良い。しかし、その精度については別問題であり、この点については水理実験との比較で再び検討する。

4. 水理実験による検討

(1) リアス式湾の不規則波実験

図-6に平面水槽(30 m×23 m)と湾模型の配置を示す。模型縮尺は 1/150 である。この例では波向線の交差は比較的少ない。実験に用いた入射波は、Bretschneider・光易型周波数スペクトルを持つ一方向性の不規則波で、波向は S , $T_{1/3}=10$ sec, $H_{1/3}=4.0$ m (いずれも原型値)である。前節で述べたように、式(6)の計算結果には x, y, θ に関する差分間隔が影響するため、波高値が一定となる条件を試算により検討し、 $\Delta x=\Delta y=50$ m, $\Delta\theta=4^\circ$ 、周波数分割数 $M=5$ と設定した。 (x, y) 空間の格子点数は約 2700 で、計算時間は約 4 分 (FACOM M200) である。

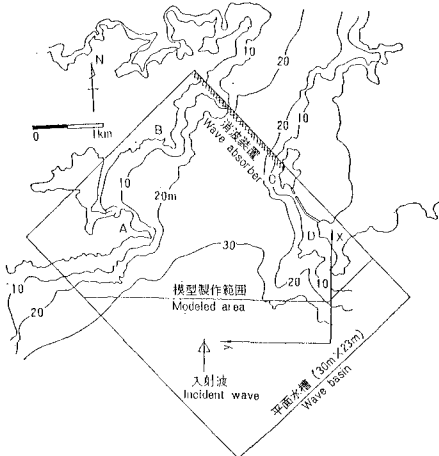
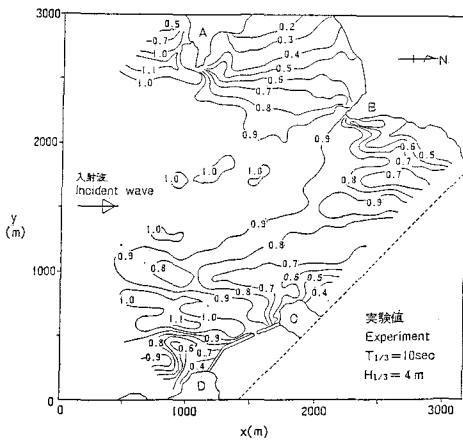
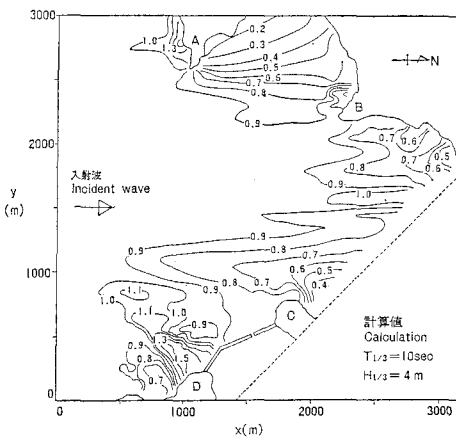


図-6 平面水槽と湾模型



(1) 実験値



(2) 計算値

図-7 空間的な波高分布の比較

図-7 に実験値と計算値の等波高比線分布を示す。ただし波高比は、造波波高 H_i と任意点の有義波高 H との比 H/H_i である。図-7 (1) においてAおよびDとし

て示した半島の周辺では砕波の影響による波高減衰が見られるが、この半島付近を除く領域全体の波高分布について実験値と計算値は非常に良く一致している。

(2) 球面浅瀬の不規則波実験

図-8 に平面水槽 (34m×5m) と球面浅瀬の配置を示す。実験に用いた入射波は、Bretschneider・光易型周波数スペクトルを持つ一方向性の不規則波で、波の諸元は $H_{1/3}=4.8$ cm, $T_{1/3}=1.78$ sec である。なお、浅瀬の影響による砕波は生じていない。

図-9 に波高測定用の (x, y) 座標と、入射波を規則波とした場合の波向線法による屈折計算結果を示す。

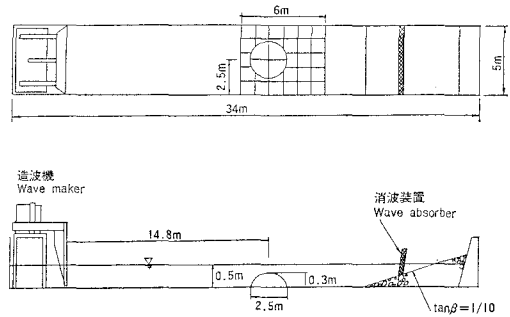


図-8 平面水槽と球面浅瀬の配置

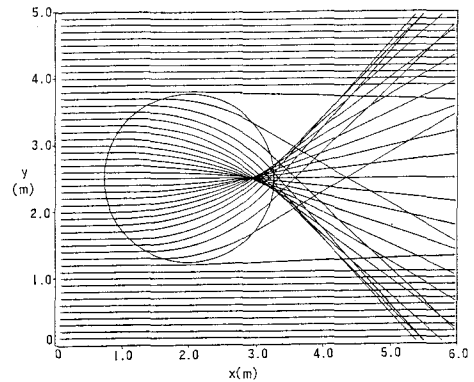


図-9 座標系と規則波に対する波向線の屈折状況

前節で述べたように式 (6) の結果は差分間隔に依存するため実験結果との厳密な比較はできないが、ここでは便宜上 $\Delta x = \Delta y = 10$ cm, $\Delta \theta = 4^\circ$ として計算を行った。図-10 に $x=3$ m, $y=1.9$ m の位置におけるエネルギー密度分布の計算結果を示す。ただし、 D^* は式 (9) で定義され、 θ は x 軸を 0° として反時計回りを正とする角度である。図から明らかなように D^* の分布形は双峰形で、波向が異なる波の重合状態を式 (6) で表現できることが判る。

図-11 は実験結果と計算結果の有義波高を入射波高 H_i で無次元化して比較したものである。 $x=2$ m の横断面での実験値と計算値の波高分布は比較的良く一致す

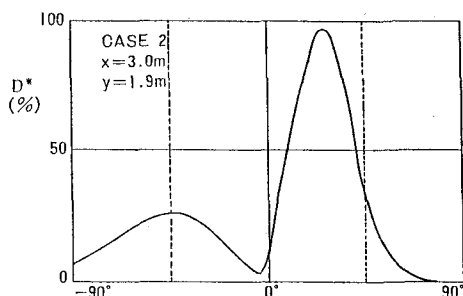


図-10 浅瀬上の方向スペクトル

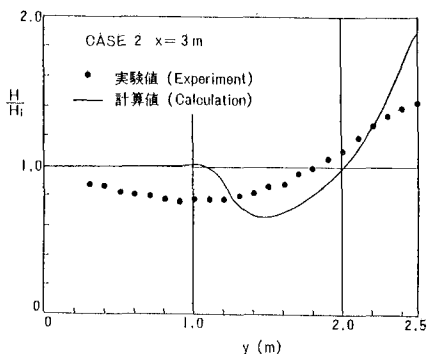
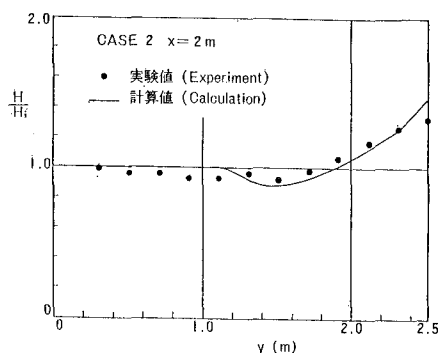


図-11 実験値と計算値の比較

る。それに対し、波向交差の生ずる $x=3\text{m}$ の横断面では両者の対応が悪く、定性的な差異が見られる。

球面浅瀬のように caustic を形成するような特殊な地形に対しては、Karlsson の方法の適用性は不十分である。この原因は、波向交差領域でのエネルギーの拡散効果、言い換えれば回折効果を Karlsson の方法では表現

しえない点にあるものと思われる。従って、実際の問題への適用に際しては十分注意する必要がある。

5. 結 語

地形変化が比較的単純な海岸に入射する不規則波の屈折変形に対しては、Karlsson の方法の適用性が確認された。この方法は規則波の結果を重ね合わせる方法よりも簡便であり、また波高、波向に加えて方向スペクトル形状も同時に得られる利点があるため、実用上有効な方法と判断される。最後に、本研究を行うにあたり東京大学土木工学科 堀川清司教授には貴重なお意見をいただき、筑波大学構造工学系 西村仁嗣助教授には理論上の種々のご教示をいただいた。湾の水理実験については中部電力総合技術研究所から、また球面浅瀬の水理実験については東京電力建設部からデータを提供していただいた。関係者の方々に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Munk, W. H. and R. S. Arthur: Wave intensity along a refracted rays, Gravity Waves, Natl. Bureau Stand., Circ. 521, pp. 95~108, 1952.
- 2) 丸山康樹・鹿島遼一: 波向線法による屈折計算法の検討, 電力中央研究所報告 研究報告: 383015, 40 p., 1983.
- 3) Noda, E. K., C. J. Sonu, V. C. Rupert and J. I. Collins: Nearshore circulations under sea breeze conditions and wave-current interactions in the surf zone, Tech. Rep. No. TC-149-4, Tetra Tech, 216 p., 1974.
- 4) 西村仁嗣: 海浜循環流の数値シミュレーション, 第29回海岸工学講演会論文集, pp. 333~337, 1982.
- 5) 永井康平: 不規則な海の波の屈折および回折計算, 港湾技術研究所報告, 第11巻, 第2号, pp. 47~119, 1972.
- 6) Karlsson, T.: Refraction of continuous ocean wave spectra, Proc. ASCE, Vol. 95, No. WW4, pp. 437~448, 1969.
- 7) 永井康平・堀口孝男・高井俊郎: 方向スペクトルをもつ沖波の浅海域における伝播の計算について, 第21回海岸工学講演会論文集, pp. 249~253, 1974.
- 8) 酒井哲郎・小関仁彦・岩垣雄一: 流れによる不規則波の屈折の数値計算, 第28回海岸工学講演会論文集, pp. 118~122, 1981.
- 9) 合田良実・鈴木康正: 光易型方向スペクトルによる不規則波の屈折・回折計算, 港湾技研資料, No. 230, 45 p., 1975.
- 10) Collins, J. I.: Prediction of shallow-water spectra, J. Geophys. Res., Vol. 77, No. 15, pp. 2693~2702, 1972.
- 11) 丸山康樹・平口博丸・鹿島遼一: 不規則波に対する屈折計算法の適用性, 電力中央研究所報告 研究報告: 383034, 47 p., 1983.