

# 不規則波浪変形場の系統的解析手法の提案

関 本 恒 浩\*・水 口 優\*\*

## 1. はじめに

不規則波の波高変化を取扱う方法は、スペクトル解析法および波別解析法に大別される。水深が深く分散性の大きい領域ではスペクトル解析法が、また水深が浅く非線形性が強い領域では波別解析法がそれぞれ適している。したがって、深海域より浅海域にかけての不規則波浪変形場を系統的に取扱うためには、図—1 に示すように、スペクトル解析法と波別解析法とを適当な条件のもとで接続させる必要がある。ここで問題となることは、スペクトル解析から波別解析法への接続条件と接続方法をどのように定めるかということである。接続条件の1つとしてスペクトル解析の適用限界点が考えられるが、それについては現在のところ十分明確にされていない。また接続方法は、スペクトルモーメントを用いた波高と周期の結合確率分布の理論<sup>1),2)</sup>が提案されているものの、狭帯域の仮定がなされており、実際の波への適用には問題がある。本研究は、スペクトル解析法と波別解析法の接点に関して、1) スペクトル解析の適用限界を明確にする。2) スペクトル幅が広くても適用可能な波高

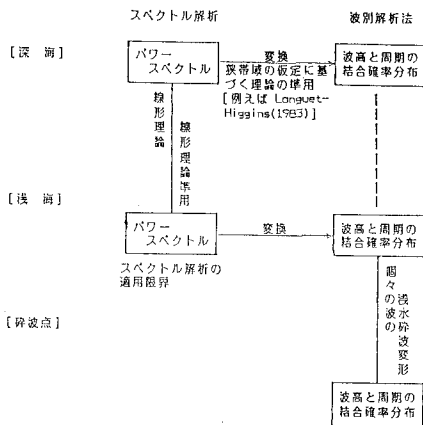
## 2. 実験装置と方法

本研究の第1の目的であるスペクトル解析の適用限界点の評価は、波の場がどの程度線形性を満足しているかを評価することに帰着する。そこで、波の伝播に関する線形波理論と実験結果との対比により波の場の線形性を評価しようと考え、実験は一樣水深域を伝播する波の測定を行うことにした。

実験に使用した水槽は、長さ 50 m, 幅、高さそれぞれ 1 m の片面ガラス張り不規則波造波水槽で、水槽の一端にピストン型造波板が、また水槽の他端から中央部ににかけて 1/50 勾配斜面を設置した。

表—1 実験条件

| CASE | $d$<br>(cm) | $f_p$<br>(Hz) | $\eta_{rms}$<br>(cm) | $U_{\tau\eta}$ | $H_{1/3}$<br>(cm) | $T_{1/3}$<br>(sec) | $U_{\tau H}$ | $H_{1/3}$ |
|------|-------------|---------------|----------------------|----------------|-------------------|--------------------|--------------|-----------|
| I    | 50          | 0.45          | 0.986                | 1.633          | 3.76              | 1.76               | 3.626        | 0.029     |
| II   | 45          | 0.45          | 0.935                | 1.976          | 3.65              | 1.73               | 4.269        | 0.033     |
| III  | 40          | 0.45          | 0.903                | 2.450          | 3.51              | 1.72               | 5.253        | 0.038     |
| IV   | 35          | 0.45          | 0.870                | 3.128          | 3.36              | 1.73               | 6.826        | 0.045     |
| V    | 30          | 0.45          | 0.847                | 4.204          | 3.27              | 1.73               | 9.264        | 0.057     |
| VI   | 25          | 0.45          | 0.817                | 5.931          | 3.12              | 1.71               | 12.703       | 0.073     |
| VII  | 20          | 0.45          | 0.786                | 9.053          | 3.01              | 1.73               | 20.128       | 0.107     |
| VIII | 15          | 0.45          | 0.757                | 15.679         | 2.89              | 1.72               | 34.739       | 0.173     |
| IX   | 10          | 0.45          | 0.709                | 33.501         | 2.74              | 1.65               | 69.535       | 0.326     |
| X    | 40          | 0.45          | 1.214                | 3.291          | 4.71              | 1.71               | 6.951        | 0.050     |
| XI   | 40          | 0.45          | 1.378                | 3.739          | 5.32              | 1.71               | 7.851        | 0.056     |



図—1 波浪の取扱い方についての概念図

水位変動の測定は、一樣水深部において波の進行方向に 1 m 間隔で配置した容量式波高計 7 台を用いて行った。実験に用いた不規則波は、数値フィルター法により作成した Bretschneider-光易型スペクトルを有する不規則信号により造波した。実験条件は表—1 に示され、 $U_{\tau\eta}$  はスペクトル 0 次モーメント  $m_0$  で定義したアーセル数 ( $=\sqrt{m_0} L_p^2/d^3$ 、 $L_p$  はピーク周波数成分波の波長、 $d$  は水深) であり、 $U_{\tau H}$  は有義波で定義したアーセル数 ( $=H_{1/3} L_{1/3}^2/d^3$ )、 $H_{1/3}$  は有義波で定義した合田パラメータ<sup>3)</sup>である。また、測定時間は約 33 分間である。

\* 正会員 工修 五洋建設(株)技術研究所水理水工研究室

\*\* 正会員 工博 中央大学助教授 理工学部土木工学科

### 3. スペクトル解析の適用限界

一様水深域を伝播する不規則波の線形性の評価法として、2測点間の水位変動のクロススペクトル解析を行い、コヒーレンス、位相関数、パワーの比等を線形性の評価指標として用いる。ここで問題となることは、波の場が完全に線形であっても、波の伝播に伴いコヒーレンスが1とはならず低下することである。以下にコヒーレンス低下に対する修正法を示し、ついでスペクトル解析の適用限界について考察する。

#### (1) コヒーレンス低下に対する修正

各周波数成分の振幅のばらつきと、位相のばらつきによりコヒーレンスは低下する<sup>4)</sup>。このコヒーレンス低下を検討するため、不規則波の表現式として式(1)を用いる。

$$\eta(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \cos(k_i x - \sigma_i t + \varepsilon_i) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $\eta(x, t)$  は水位変動、 $a_i$  は成分波の振幅、 $k_i$  は波数、 $\sigma_i$  は角周波数、 $\varepsilon_i$  は位相角であり、 $k_i$  と  $\sigma_i$  の間には微小振幅波理論の分散関係が成り立つものとする。式(1)を用いて距離  $\Delta x$  離れた2点の水位変動  $\eta(x, t)$  と  $\eta(x + \Delta x, t)$  とのコヒーレンス  $\gamma$  は式(2)となる。

$$\gamma(f_n) = \frac{\left( \sum_{i=n-m}^{n+m} a_i^2 \cos(k_i \Delta x) \right)^2 + \left( \sum_{i=n-m}^{n+m} a_i^2 \sin(k_i \Delta x) \right)^2}{\left( \sum_{i=n-m}^{n+m} a_i^2 \right)^2} \dots\dots\dots (2)$$

ただし、式(2)は磯部<sup>4)</sup>にならってFFT矩形フィルター法を考慮しており、 $m$  は平滑化フィルターの片側の項数、 $f_n$  は平滑化する周波数帯における中心周波数である。図-2は、 $m=20$ 、水深50cm、2点間の距離  $\Delta x=1$  m および 6 m に対する式(2)より計算したコヒーレンスである。なお、式(2)中の  $a_i$  は分散が  $2S(f)\Delta f$  ( $S(f)$  は水位変動のパワースペクトル)となる平均0の正規確率変数であるが、ここでは  $a_i^2=2S(f)\Delta f$  とし、 $S(f)$  としてピーク周波数 0.5 Hz の Bretschneider—光易型スペクトルを与えた。

図-2より、場の線形性が保たれているにもかかわらず、かなりのコヒーレンス低下が認められ、コヒーレンスを線形性の指標とすることはできない。そこで本研究ではクロススペクトル解析に以下のような修正を行う。各成分波が微小振幅波理論による波速で伝播すると仮定する。そして、岸側の波形記録から求めるフーリエ係数について、位相のみを波速から計算される2点間の位相差の分だけ進めて再合成しクロススペクトル解析を行う。この修正を行うことにより、波の伝播によって各成

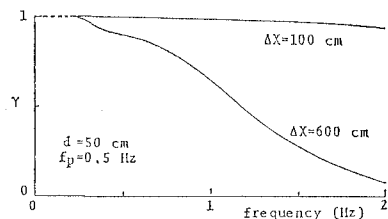


図-2 コヒーレンスの低下

分波の位相差がばらつくためのコヒーレンスの低下は解消され、さらに位相関数も波が微小振幅理論を満足して伝播しているときには0となることから、線形性の指標として直接的に利用できることになる。

#### (2) スペクトル解析の適用限界

図-3は、波高計間隔6mのときのクロススペクトル(上から順にパワーの比、伝達関数、コヒーレンス、位相関数)の代表例を示しており、伝達関数およびコヒーレンスの実線は従来の手法によるもの、点線および位相関数は上述した手法によるものである。図-3より、水深の減少に伴って線形理論からのずれ、すなわち有限振幅性の影響が大きいことが認められる。また、 $f < 0.3$  Hzでは、岸沖方向の定常波の存在によるものと思われる位相関数の線形理論からのずれやコヒーレンス等の低下見がられるが、その原因としてそれが重複波によるもの<sup>5),6)</sup>か、自由波と勾束波の重なりによる見かけ上の定常波<sup>7)</sup>であるかはまだ解明されていない。しかし、水槽が閉じているため、このような波長の長い波については多重反射系の形成や水槽の固有振動等の問題のため実際海岸での現象とは異なるものと考えられる。

有限振幅性の影響を考慮するため Hamada<sup>8)</sup>による2次スペクトルを導入する。図-4は、パワースペクトルを1次スペクトル  $S^{(1)}$  と2次スペクトル  $S^{(2)}$  に分離した例で、2次スペクトルが1次スペクトルに較べてかなり小さい量であることがわかる。

この結果を利用して以下の考察を行うため、波形を式(3)のように表わす。

$$\eta(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \{ a_{1i} \cos(k_{1i} x - \sigma_i t + \varepsilon_{1i}) + a_{2i} \cos(2(k_{2i} x - \sigma_i t/2 + \varepsilon_{2i})) \} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $a_{1i}$ ,  $k_{1i}$ ,  $\varepsilon_{1i}$  は角周波数  $\sigma_i$  における1次波成分の振幅、波数および位相角、 $a_{2i}$ ,  $k_{2i}$ ,  $\varepsilon_{2i}$  は角周波数  $\sigma_i/2$  における2次波成分の振幅、波数、位相角である。式(3)の  $x$  座標を適当にずらし  $\varepsilon_{1i}$ ,  $\varepsilon_{2i}$  を  $k_{1i} x$ ,  $k_{2i} x$  の中に含ませた後、変形すると式(4)を得る。

$$\eta(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i(x) \sin(\beta_i(x) + \sigma_i t) \dots\dots\dots (4)$$

ただし、

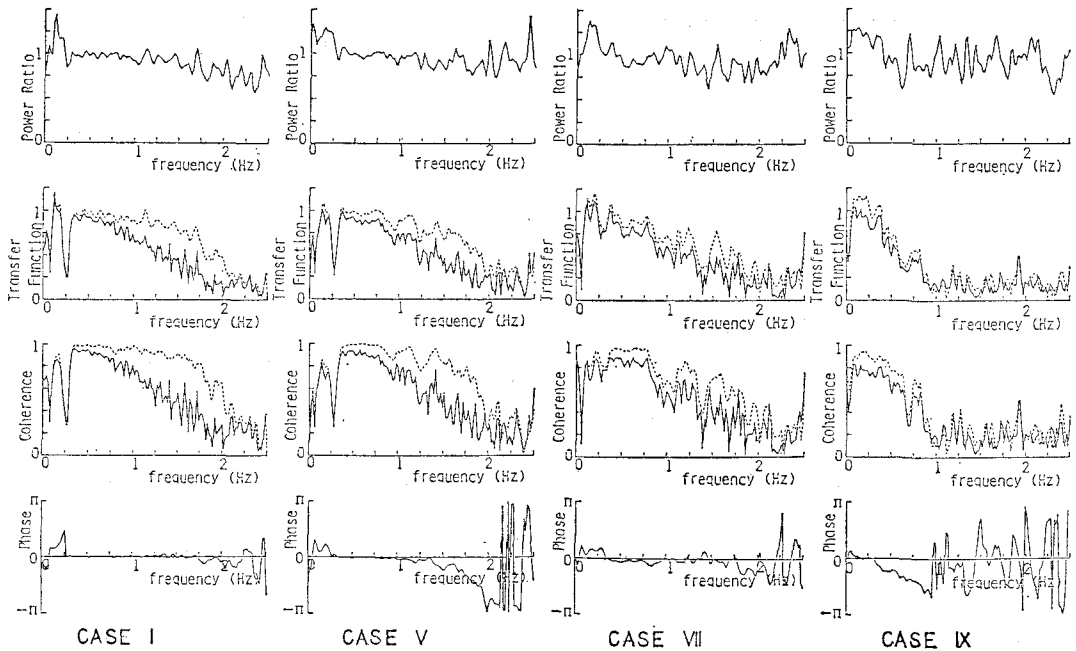


図-3 クロススペクトル ( $N=8192$ ,  $\Delta t=0.05$  s, 自由度 32)

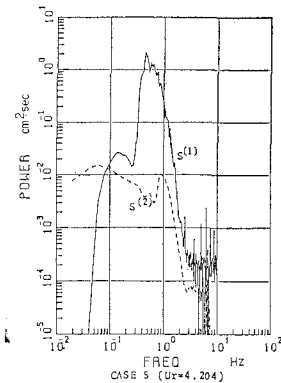


図-4 2次スペクトル

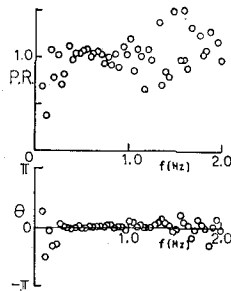


図-5 有限振幅性によるクロススペクトルの変動

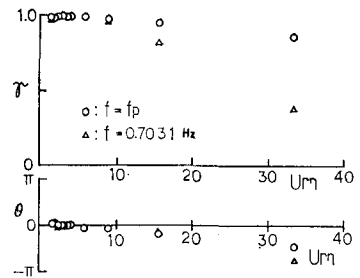


図-6 アーセル数に対するクロススペクトル

$$A_i(x) = [a_{1i}^2 + a_{2i}^2 + 2a_{1i}a_{2i} \cos\{(k_{1i} - 2k_{2i})x\}]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\beta_i(x) = \tan^{-1} \{ (a_{1i} \sin k_{1i}x + a_{2i} \sin 2k_{2i}x) / (a_{1i} \cos k_{1i}x + a_{2i} \cos 2k_{2i}x) \} \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(4)から6m離れているとした2地点間のパワーの比、位相関数を示したのが図-5である。なお、成分波の振幅は、図-4に示すデータを用いて与えた。図-5より2次スペクトルが1次スペクトルに比して小さいにもかかわらず、線形性がピーク付近でしか満足されないのがわかる。このように、有限振幅性の影響がクロススペクトルに大きく現れるが、本研究のもう1つの目的である波のスペクトルから波高と周期の結合確率分布への

変換を考えるときにはパワースペクトルが問題となり、2次スペクトルが1次スペクトルに比して小さい場合には、有限振幅性の影響はクロススペクトルに現われるほど大きくないものと考えられる。また、2次スペクトルが1次スペクトルに対して有意になると、位相関数に著しい変動が生ずるものと考えられる。以上のことや、微小振幅波理論に基づくエネルギーフラックス法による浅水変形モデルが砕波点近傍まで近似的に適用可能であるという実験の事実をも考慮すれば、ピーク周波数付近の周波数帯でコヒーレンス、伝達関数、パワーの比が比較的安定して1に近く、また位相関数に顕著な線形理論からのずれが見られない場合はスペクトル解析可能と考え

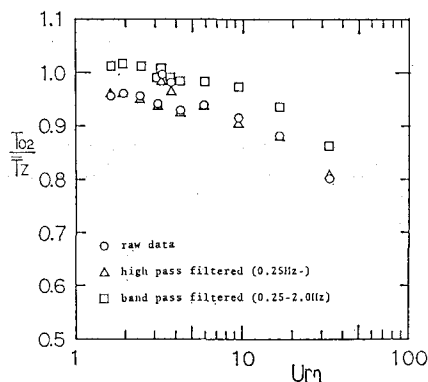


図-7 アーセル数に対する平均周期の計算値と実験値との比

られる。図-6 は、ピーク周波数帯を代表する周波数として、ピーク周波数と 0.7 Hz を選び、その周波数に関するコヒーレンスおよび位相関数とアーセル数の関係を示したものである。図-7 はスペクトルから推定した平均周期  $T_{02}$  と実際にゼロダウクロス法で定義した波の平均周期  $\bar{T}_z$  との比をアーセル数との関係を示したものである。これらの図より、本研究でのスペクトル解析が可能と考えられる領域はアーセル数  $U_{r\eta}$  が 10 以下、すなわち有義波高および有義波周期によるアーセル数  $U_{rH}$  では 20~30 以下となる。これは、ストークス波の適用限界とほぼ一致しており大変興味深い。なお、合田パラメータ  $H_{1/3}$  では、スペクトル解析の適用限界点はほぼ 0.1 となった。

#### 4. 波高と周期の結合確率分布

スペクトル解析から波別解析法への移行として、スペクトルバンド幅にとらわれない波高と周期の結合確率分布算定のための一手法を Longuet-Higgins<sup>9)</sup> の連続する零点間隔の分布の理論を拡張する形で提案する。

Longuet-Higgins は、 $U$  を水面変動  $\eta$  が任意の時間間隔の間、正である確率とすると、連続する零点間隔の分布は式 (7) となることを示した。

$$P(\tau) = \frac{2}{N_0} \frac{d^2 U}{d\tau^2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $N_0$  は式 (8) で示される単位時間のゼロクロス回数で、 $\phi(\tau)$  は  $\eta$  の自己相関関数、 $''$  は  $\tau$  に関する 2 階微分である。

$$N_0 = \frac{1}{\pi} \left( \frac{-\phi''(0)}{\phi(0)} \right)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (8)$$

式 (7) を以下のように波高と周期の結合確率分布へ拡張する。すなわち、

$$P(\xi, \tau) = \frac{2}{N_0} \frac{\partial^2}{\partial t^2} U'(\xi, \tau) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$U'(\xi, \tau) = \text{prob} \{ \text{区間}(t', t'') \text{ のすべての点で、} \\ \eta > 0 \text{ で、この区間の最大値が } \xi \} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 $\text{prob}\{ \}$  は  $\{ \}$  内の事象の起る確率、 $t', t''$  は  $\tau = t'' - t'$  を満足するような任意の時間である。以下 Longuet-Higgins にならって式 (10) の近似を行う。

$t_1 = t', t_n = t''$  となるように区間  $(t', t'')$  に  $n$  個の点  $t_1, t_2, \dots, t_n$  をとり、各点での水位変動  $\xi_i (= \eta(t_i))$  を用いて、 $U'(\xi, \tau)$  を  $U_n'(\xi, \tau)$  で式 (11) のように近似する。

$$U_n'(\xi, \tau) d\xi = \text{prob} \{ 0 < \xi_1 < \xi, 0 < \xi_2 < \xi, \dots, \\ \xi < \xi_k < \xi + d\xi, \dots, 0 < \xi_n < \xi \} \\ (k=2, 3, \dots, n-1) \dots\dots\dots (11)$$

また、水位変動は式 (1) を満足し、同時に 2ヶ所で最大値を持たないと仮定すると、式 (11) は  $n$  次元正規分布を用いて式 (12) のように表わせる。

$$U_n'(\xi, \tau) d\xi = \sum_{k=2}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}|M|} \int_0^\xi \dots \int_0^\xi \\ \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2|M|} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n M_{ij} \xi_i \xi_j \right] \\ \times d\xi_1 d\xi_2 \dots d\xi_n \quad \dots\dots\dots (12)$$

ただし、最大値  $\xi$  は  $t=t_k$  で生じ、積分は  $\xi_k$  を除いた  $n-1$  回行われるものとする。また、 $M$  は式 (13) で示される相関行列で、 $|M|$  はその行列式、 $M_{ij}$  は  $|M|$  の  $\mu_{ij}$  余因子である。

$$M = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \dots & \mu_{1n} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ \mu_{n1} & \dots & \dots & \mu_{nn} \end{bmatrix}, \quad \mu_{ij} = \overline{\xi_i \xi_j} = \phi(t_j - t_i) \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで、水位変動の最大値の 2 倍を波高、連続する零点間隔の 2 倍を周期と仮定する。つまり、

$$\left. \begin{aligned} H &= 2\xi \\ T &= 2\tau \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

として変数変換を行い、波高と周期の結合確率分布  $P(H, T)$  を式 (9) より求めると式 (15) を得る。

$$P(H, T) = \frac{1}{2N_0} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} U_n'(H/2, T/2) \quad \dots\dots\dots (15)$$

ただし、式 (12) の積分は実行不可能なため、数値的に求める必要がある。図-8 (a) は  $n=4$  のときの結果で、(b) は Longuet-Higgins の理論である。ここで、図中の数字は実測データをゼロダウクロス法で解析した結果で出現頻度を表わし、実線は等確率密度線である。また、式 (13) の自己相関関数はパワースペクトルのフーリエ変換により求めた。図-8 より、本手法が Longuet-Higgins<sup>1)</sup> の理論より分布形状を良く説明しているのがわかる。Longuet-Higgins の理論は、包絡波形の振幅関

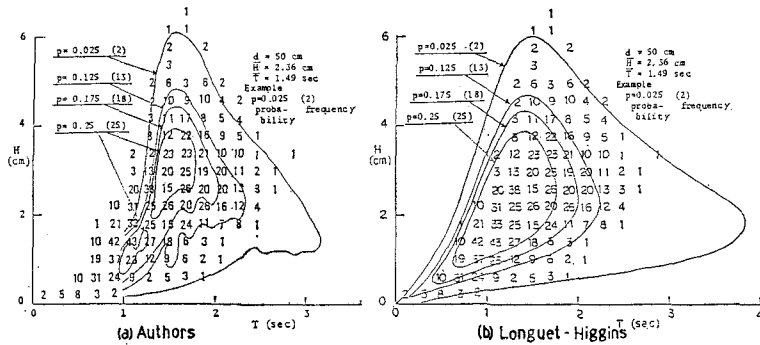


図-8 波高と周期の結合確率分布

数より波高を、位相関数より周期を定義しているが、包絡波形という考え方に狭帯域の仮定が含まれており、また位相関数を単調な関数として定義しているため、ここでも狭帯域の仮定が必要となり広帯域への拡張は困難である。また、Ezraty ら<sup>2)</sup>は極大値の分布の理論に波形が正弦波であるという仮定を導入しているが、出発が極大値の分布であるため、ゼロクロス法による波高と周期の定義にはなじまないものと考えられ、また波高と周期の間に強引に相関を持たせているため、表現できる分布形が限られてくるものと考えられる。本手法では若干の問題点はあるものの、近似次数  $n=4$  とかなり粗い分割をしているにもかかわらず比較的良く分布形状を表わしており広帯域スペクトルに対して有効であると思われる。本手法における問題は、1) 周期の小さい領域では  $|M|$  も小さくなるため精度が悪くなる。2) 周期の大きい領域では、近似次数  $n$  が小さいことによる卓越周期の漏れが生じ、等確率密度線に凹凸が見られる。3) 式 (14) の仮定に考慮の余地が残っている。4) Gaussian の仮定より、波形が正規分布からずれると分布形状が広がってしまう。

## 5. 結 語

本研究は、不規則波浪変形場を系統的に解析するためスペクトル解析法と波別解析法を接続させることを考え、その接続条件として  $U_{T\eta} \approx 10$  という結果を得た。また、接続方法としての波高と周期の結合確率分布では、その算定に関する一手法を提案した。波高と周期の

結合確率分布における問題点については、今後さらに検討を加えて行くつもりである。

最後に本研究を遂行するに当たり中央大学服部昌太郎教授には貴重な助言をいただき、ここに感謝の意を表する。

## 参 考 文 献

- 1) Longuet-Higgins, M. S.: On the joint distribution of wave periods and amplitudes in a random wave field, Proc. Roy. Soc. London, ser. A389, pp. 241~258, 1983.
- 2) Ezraty, R., M. Laurent and M. Arhan: Comparison with observation at sea of period or height dependent sea state parameters from a theoretical model, OTC 2744, 9th Offshore Tech. Conf., 1977.
- 3) 合田良実: 波浪の非線型性とその記述パラメーター, 第30回海岸工学講演会論文集, pp. 39~43, 1983.
- 4) 磯部雅彦: クロススペクトル解析におけるコヒーレンス低下の原因に関する考察, 横浜国立大学水理研究室報告, YNU-HY-82-4, 30 p, 1982.
- 5) 水口 優: 碎波帯内の流体運動に関する現地観測, 第28回海岸工学講演会論文集, pp. 153~157, 1981.
- 6) Hotta, S., M. Mizuguchi and M. Isobe: Observations of long period waves in the nearshore zone, Coastal Eng. in Japan, Vol. 24, pp. 41~46, 1981.
- 7) 木村 晃・朝倉一雄・瀬山 明: 浅海域における長周期水位変動の伝播特性, 第30回海岸工学講演会論文集, pp. 143~147, 1983.
- 8) Hamada, T.: The secondary interactions of surface waves, Rep. Port and Harbour Tech. Res. Ins. No. 10, 28 p, 1965.
- 9) Longuet-Higgins, M. S.: On the intervals between successive zeros of a random functions, Proc. Roy. Soc. London, ser. A246, pp. 99~118, 1958.