

エネルギー平衡方程式に基づく浅海波浪の数値予知モデルについて

山口 正隆*・畑田 佳男**・細野 浩司***・日野 幹雄***

1. 緒 言

海岸・港湾構造物の計画設計や防災対策上、浅海波浪の適切な推定はきわめて重要な課題であるにもかかわらず、わが国では方向スペクトルの時空間変化を計算できる浅海波浪予知モデルは皆無である。一方、欧米諸国では、Collins¹⁾をはじめとして、とくに最近 Brink-Kjaer, Golding, Cavaleri ら、Young and Sobey²⁾ らにより浅海波浪予知モデルの開発研究が活発に行なわれている。

一般に浅海では屈折により方向スペクトル形状が変化するので、平衡方向スペクトルは存在しないと考えられるが、これらのモデルは Young らのものを除き、砕波項の評価に平衡方向スペクトルを用いており、必ずしも合理的なモデルであるとは言いがたい。また、Young らのモデルでは砕波項の評価に深海域における平衡周波数スペクトルが用いられているので、浅海域でのスペクトル形が必ずしも適切に計算されないという問題があるし、さらに、彼等が与えた一様風のもとでの発達計算結果によれば、彼等のモデルは観測結果から導かれたいわゆる fetch law を再現しない。

そこで、本研究では、著者らが新しく提案したエネルギー平衡方程式に基づく深海波の数値予知モデルに、屈折、shoaling、底面摩擦、浸透および浅海砕波変形など浅海における波浪の変形要因を導入することにより、前述の問題点に改良を加えた浅海波浪の数値予知モデルを開発するとともに、伝播計算結果および一様風による浅海波浪の発達計算結果の考察に基づいてモデルの特性や計算結果に及ぼす各種のパラメータの影響を検討する。

2. 波浪推算モデル

Collins¹⁾によれば、浅海におけるエネルギー平衡方程式は次式で表わされる。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + c_g \cos \theta \frac{\partial F}{\partial x} + c_g \sin \theta \frac{\partial F}{\partial y}$$

$$+ \frac{c_g}{c} \left(\sin \theta \frac{\partial c}{\partial x} - \cos \theta \frac{\partial c}{\partial y} \right) \frac{\partial F}{\partial \theta} = cc_g S(f, \theta) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $F = cc_g E(f, \theta)$ 、 c ：成分波の波速、 c_g ：成分波の群速度、 $E(f, \theta)$ ：方向スペクトル、 f ：周波数、 θ ：方位角および $S(f, \theta)$ ：エネルギーの流出入を表わす source function、である。

さて、右辺の S 関数として (i) Miles 機構による風波の発達項、(ii) 成分波間の非線型干渉項、(iii) 逆風によるエネルギー減衰項、(iv) 底面摩擦項および (v) 浸透項、を直接的な関数表示の形で考慮すれば、順風状態 ($|\theta - \theta_w| < \pi/2$) の風波およびうねりと、逆風状態 ($|\theta - \theta_w| \geq \pi/2$) に対する S 関数はそれぞれつぎのように与えられる。

$$S(f, \theta) = \begin{cases} \Gamma + (\beta_B - \tau - D_f - D_p) E(f, \theta) & ; f > \delta f_{PM} \text{ and } E(f) \leq E_\omega^J(f) \\ \Gamma - (\tau + D_f + D_p) E(f, \theta) & ; f \leq \delta f_{PM} \text{ or } E(f) > E_\omega^J(f) \\ \Gamma - (\beta_B + \tau + D_f + D_p) E(f, \theta) & \end{cases} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 θ_w ：風向、 f_{PM} ：Pierson-Moskowitz スペクトルのピーク周波数、 δ ：補正係数 (0.8)、 $E(f)$ ：周波数スペクトル、 $E_\omega^J(f)$ ：無次元全エネルギーまたは無次元吹送距離で表わされるスペクトルパラメータを持つ浅海平衡周波数スペクトル、である。計算に用いた S 関数の各項の表示式はそれぞれ (i) Barnett の式 $\beta_B E(f, \theta)$ 、(ii) Barnett のパラメータ式の修正式 $\Gamma - \tau E(f, \theta)$ 、(iii) 磯崎らになって Miles 機構が逆に作用するという仮定から Barnett による波の発達式 $-\beta_B E(f, \theta)$ 、(iv) Collins の式 $-D_f E(f, \theta)$ 、(v) Shemdin らの式 $-D_p E(f, \theta)$ 、であり、(iv) および (v) は次式のように表わされる。

$$D_f = C_f g \langle u \rangle / c^2 \cosh^2 kh, \quad D_p = C_p k / \cosh^2 kh \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 g ：重力加速度、 C_f ：底面摩擦係数、 C_p ：浸透係数、 k ：波数、 h ：水深および $\langle u \rangle$ ：水底での水平流速の集合平均値、であり、 C_f は 0.01~0.05、 C_p は、細砂層に対して 0.00124 m/s および粗砂層に対して 0.0115

* 正 会 員 工博 愛媛大学教授 工学部海洋工学科

** 正 会 員 工修 愛媛大学助手 工学部海洋工学科

*** 学生会員 愛媛大学大学院 工学研究科

m/s 程度の値をとるものとする。なお、Barnett の発達項を用いると、波速を通じて U/c (U : 風速) という形で浅海性の影響が導入され、その結果、浅海部ほど同一風速に対して発達率が增大するが、その妥当性は明らかでない。

また、風波の発生項に対して、従来提案されている Phillips 機構の表示式によると、発達の第1段階で低周波側にピークをもつ不自然なスペクトルが得られるという結果を避けるため、ここでは風速 2 m/s という微風速に対する Pierson-Moskowitz スペクトルおよび $\cos^4 \theta$ 型方向分布関数を仮定して得られる方向スペクトルを初期値として与えることにより考慮された。

さらに、砕波項の評価は、Resio ら³⁾や著者らに従い、波浪は砕波によって平衡周波数スペクトルで表わされる以上のエネルギーを獲得できないことおよび方向分布関数は砕波によって不変であることを仮定して次式により行なわれる。

$$E_{\text{new}}(f, \theta) = E_{\text{old}}(f, \theta) \{E_{\infty}(f)/E_{\text{old}}(f)\} \cdots (4)$$

ここに、添字 'old' および 'new' はそれぞれ砕波前および砕波後を示す。ところで、最近、MARSEN および ARSLOE の観測データや北海における強風時での観測結果の解析から、浅海域における平衡周波数スペクトルとして Kitaigorodskii らの高周波側に対する平衡スペクトルとピーク周波数付近に対する JONSWAP スペクトルを組み合わせたものが提案されているが、これに加えて高周波側のエネルギーレベルを表わす平衡定数が相対波高によっても変化することが山口ら⁴⁾により明らかにされていることを考慮すれば、浅海域での平衡周波数スペクトルは次式のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} E_{\infty}(f) &= \alpha \gamma (H_{1/3}/h) g^2 (2\pi)^{-4} f^{-5} \\ &\quad \cdot \exp\{-1.25(f/f_m)^4\} \\ &\quad \cdot \gamma \exp\{-(f-f_m)^2/2\sigma^2 ab f_m^2\} \Phi(\omega_h) \\ \Phi(\omega_h) &= \kappa^{-2} (1 + 2\omega_h^2 \kappa / \sinh^2 2\omega_h^2 \kappa) \\ \gamma(H_{1/3}/h) &= \max(1 - 0.582(H_{1/3}/h) \\ &\quad + 3.54(H_{1/3}/h)^2, 1) \end{aligned} \right\} \cdots (5)$$

ここに、 α : 平衡定数、 f_m : ピーク周波数、 γ および σ_{ab} : peak shape parameters、 $H_{1/3}$: 有義波高、 $\omega_h^2 = \sigma^2 h/g$ 、 σ : 角振動数および $\kappa = gk/\sigma^2$ 、である。そして、式(4)に用いる $E_{\infty}(f)$ としては、ピーク周波数より高周波側 ($f \geq f_m$) に対して式(5)が、低周波側 ($f < f_m$) に対して基本的には式(5)の指数関数部を $\exp\{-1.25\}$ としたものが用いられた。

3. 数値計算法の概要

さて、式(1)の解は原理的には、

$$\left. \begin{aligned} dx/dt &= c_g \cos \theta, \quad dy/dt = c_g \sin \theta \\ d\theta/dt &= (c_g/c) \{ \sin \theta (\partial c / \partial x) - \cos \theta (\partial c / \partial y) \} \end{aligned} \right\} \cdots (6)$$

によって定義される特性曲線上で、

$$d[cc_g E(f, \theta)]/dt = cc_g S(f, \theta) \cdots (7)$$

を解くことによって得られるが、風および波特性が時間的にも空間的にも変化し、しかも特性曲線が周波数および方向ごとに異なるので、実際上式(1)の厳密な数値積分を行なうことは困難である。そこで、通常式(1)の右辺を0とした移流方程式と移流項を無視した発達・減衰方程式を1ステップ内で交互に解く時間分割法が用いられる。一般に、移流方程式は差分法あるいは特性曲線法により解かれるが、多段階時間分割法を使用する差分法ではプログラムが煩雑になることを考慮して、ここでは、特性曲線法的一种である piecewise ray method と高次の Lagrange 補間式および方向に関する1次内挿補間式を使用する方法を採用した。すなわち、まず 図-1

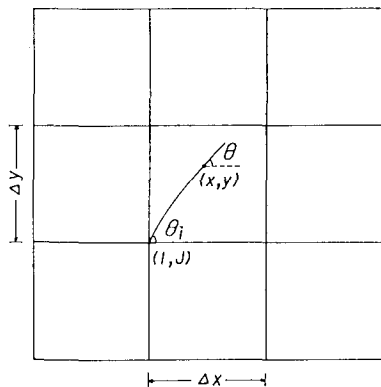


図-1 成分波の伝播方向の計算法

に示すように、格子内点より n 時点に波向 θ で出発した波浪成分 $E(f, \theta)$ が $n+1$ 時点にエネルギーを失うことなく、初期データとして与えられた波向 θ_i をもって格子点に到達すると考える。その際波浪成分の通過経路、出発位置およびそこでの波向は式(6)から逆屈折計算を行なうことによりあらかじめ計算される。また、計算に必要な格子内点の諸量は格子点からの内挿によるが、とくに方向スペクトルに対しては数値分散を小さくするため、16点3次 Lagrange 内挿式を用い、他の諸量や3次式が適用できない境界近傍の点に対しては4点1次内挿式を適用した。ところで、格子内点での波向は屈折により格子点での波向と異なるので、格子点での方向スペクトルから格子内点での方向スペクトルを直接内挿することができない。そこで、格子内点での波向 θ をはさみこむ2つの波向 θ_i および θ_{i+1} に対して格子内点での方向スペクトルを内挿したのち、これらを方向に関して次

式のように線型内挿して波向 θ に対する方向スペクトル $E(f, \theta)$ を算出した。

$$E(f, \theta) = E_i(f, \theta) + \{E_{i+1}(f, \theta) - E_i(f, \theta)\} \frac{(\theta - \theta_i)}{(\theta_{i+1} - \theta_i)} \dots\dots\dots (8)$$

ついで、発達・減衰計算は各タイムステップの各格子点において伝播計算結果を初期値として解析解を使用して行なわれたが、方向スペクトルの積分値である周波数スペクトルの計算結果が式(5)で与えられる平衡周波数スペクトル値を越える場合には、前述のように方向分布関数の不変性を仮定した式(4)に従って砕波によるエネルギー減衰を考慮した。

4. 伝播計算

計算領域は海底勾配 $s=1/200$ をもつ水域を $\Delta x = \Delta y = 200$ m で 11×10 に分割したものであり、最大水深は $j=1$ で $h_{\max}=9$ m, 最小水深は $j=10$ で $h_{\min}=0$ m である。そして $j=1$ ($i=1 \sim 11$) の境界端から直角 ($\theta=90^\circ$) に侵入する波浪は、有義波高 $H_{1/3}=1$ m, 風速 $U_{10}=20$ m/s に対応する JONSWAP スペクトルおよび $\cos^4 \theta$ 型方向分布関数で与えられる方向スペクトルをもつものとした。計算に用いた周波数は $f=0.2$ Hz $\sim$ 1.0 Hz 間の 20 個, 方向成分は $\theta=0 \sim 180^\circ$ 間の 19 個 ($\Delta \theta=10^\circ$) であり, 時間間隔 $\Delta t=0.7$ min の条件のもとに 60 回の繰り返し計算で定常解を得た。この場合の側方境界は流出入境界とするが, 伝播方向に対して流入境界にあたる場合には方向スペクトル値を 0 とした。計算においては, 屈折および shoaling のみを考慮した計算を標準ケースとして, 底面摩擦項, 浸透項および非線型干渉項を変更した計算結果との比較からこれらの項の影響を考察する。なお, 以下の図はすべて計算領域中央格子上 ($i=6$) における結果を示している。

図-2 は有義波高の空間分布に及ぼす底面摩擦項, 浸

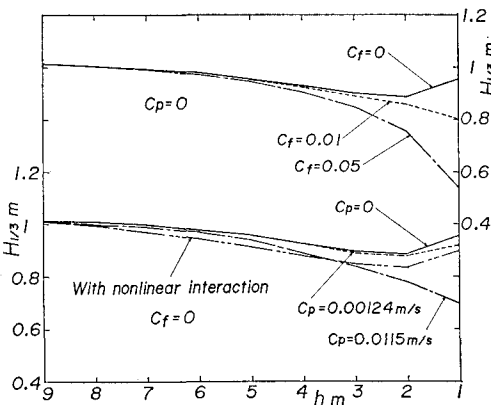


図-2 波高の岸冲方向分布に及ぼす底面摩擦項, 浸透項および非線型干渉項の影響

透項および非線型干渉項の影響であり, 図が煩雑になるのを避けるため, 図は 2 つに別けられている。さて, まず, 標準ケースの有義波高は水深減少に伴って一度減少したのち増大するという規則波と同様の空間分布を示す。しかし, 底面摩擦項を考慮すると, 通常しばしば用いられる $C_f=0.01$ を使用しても, すでに浅水部における有義波高の増加傾向が消失し, 有義波高は浅水部ほど減少する。そして, $C_f=0.05$ の場合には, 浅水部で急激な波高減衰を示す。一方, 浸透項の波高変化に及ぼす影響は細砂層に対応する $C_p=0.00124$ m/s の場合には小さく, 波高の空間分布特性も変化しないが, 粗砂層に対応する $C_p=0.0115$ m/s の場合には底面摩擦項と同様に波高は浅水部ほど急減する。また, 非線型干渉項の影響についてみると, 本研究のモデルで使用した非線型干渉項はエネルギー減衰項として作用するので, 有義波高は標準ケースに比べて小さくなる。しかし, 水深減少につれて有義波高が一度減少しつぎに増大するという空間分布の特徴は保存されている。結局, $C_f=0.01$ および $C_p=0.00124$ m/s という標準的な係数値を使用する実際の計算においてこれらの項をすべて考慮した場合には, 波高は水深が小さくなるにつれて単調減少することになる。

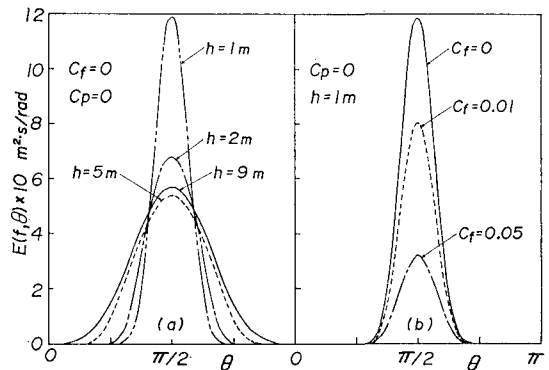


図-3 方向スペクトルに及ぼす水深と底面摩擦項の影響

図-3 (a) および (b) は方向スペクトルに及ぼす水深変化および底面摩擦項の影響を示したものであり, これらから, 水深減少に伴って屈折および shoaling の影響により方向スペクトルの形状が尖鋭化することや底面摩擦項はその尖鋭化傾向を抑制することがわかる。

5. 一様風による浅海波浪の発達計算

計算領域は格子間隔 $\Delta x = \Delta y = 20$ km をもつ 4. と同じ長方形領域であり, 計算領域の一端は $h=0$ の陸地境界, 他端および側方境界は水深をもつ流入・流出境界(流入スペクトル値はなし)と仮定した。計算に使用した周波数は $f=0.07$ Hz $\sim$ 0.8 Hz 間の 25 個, 方向成分

は $\theta=0\sim 180^\circ$ 間の19個である。そして $U_{10}=20\text{ m/s}$ および $\theta_w=90^\circ$ の一様風を吹送させた場合の浅海波浪の発達計算を $\Delta t=30\text{ min}$ で行ない、24回の繰り返し計算で定常解を得た。

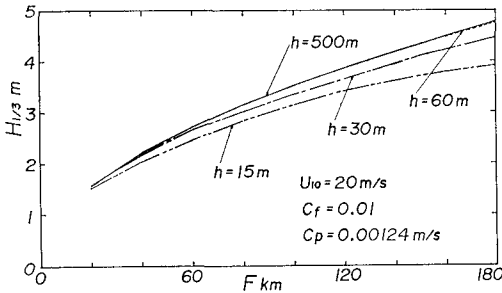


図-4 波浪の発達特性に及ぼす水深の影響

図-4は $C_f=0.01$ および $C_p=0.00124\text{ m/s}$ を与えた場合の有義波高の発達特性に及ぼす水深の影響をほぼ定常状態とみなされる時間 $t=12\text{ hr}$ において示したものであり、この場合、水深変化がないので、屈折および shoaling 項は計算結果に寄与しない。さて、この図において、有義波高は吹送距離とともに増大するが、水深が小さくなると、この増大傾向は減少し、より低い平衡値が得られている。また、この場合の吹送距離と風速に対し、水深の影響は 60 m 以下の場合に現われている。

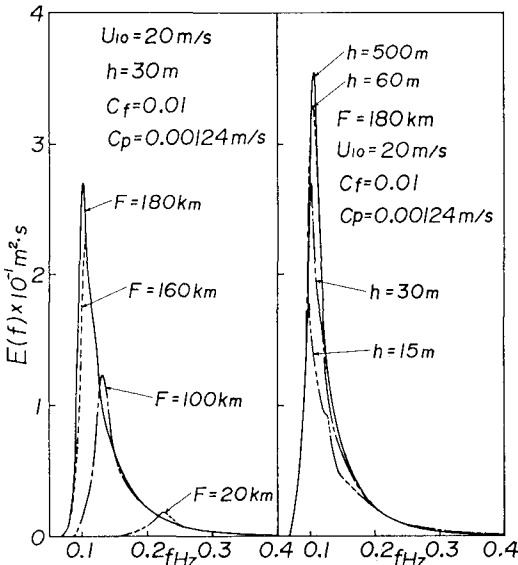


図-5 周波数スペクトルの発達

図-6 周波数スペクトルに及ぼす水深の影響

図-5は水深 30 m の場合の各吹送距離に対する周波数スペクトルの発達特性を示したものであり、これか

ら吹送距離の増大につれてスペクトル値が増大するとともに、ピーク周波数も低周波側に移動するが、吹送距離の大きい地点では水深の影響によりその傾向が抑制されることや無次元全エネルギーあるいは無次元吹送距離で決まる平衡定数を平衡周波数スペクトルに採用しているので、ピーク周波数付近では高周波側の平衡値を越える、いわゆる over-shoot 現象が再現されている。また、吹送距離 $F=180\text{ km}$ 地点での周波数スペクトルに及ぼす水深の影響を示したのが図-6であり、水深の減少とともにスペクトル値が大きく減少することやピーク周波数もやや減少することが見出される。なお、水深 15 m の場合のスペクトル形の高周波側に歪が出現したり、あるいは $f=0.22\text{ Hz}$ より高周波側でスペクトル値が大きくなるのは、計算で用いられている浅海平衡周波数スペクトルの特性によるものである。

さらに、図-7は無次元波高 $\tilde{H}_{1/3} (=gH_{1/3}/U_{10}^2)$ と無

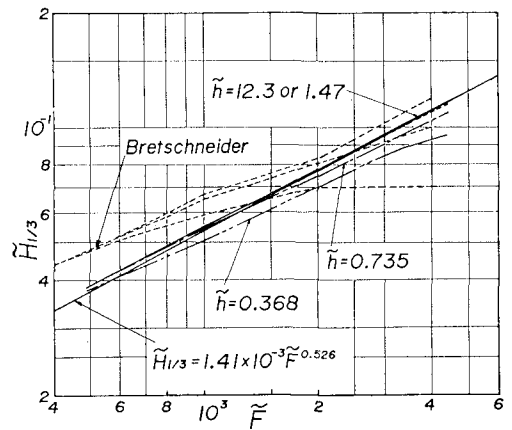


図-7 $\tilde{H}_{1/3}$ と $\tilde{F}$ の関係

次元吹送距離 $\tilde{F} (=gF/U_{10}^2)$ の関係を無次元水深 $\tilde{h} (=gh/U_{10}^2)$ をパラメータとして示したいわゆる fetch graph であり、図中には深海波の場合のスペクトルパラメータに関する関係式から導びかれる $\tilde{H}_{1/3}$ と $\tilde{F}$ の関係および Bretschneider の図表から読み取られた $\tilde{H}_{1/3}$ と $\tilde{F}$ の関係が図示されている。これから、水深が大きい場合には、計算結果はパラメトリックな関係式にほぼ一致するが、水深が小さいほどこれらからずれることや $\tilde{F}$ および $\tilde{h}$ が大きい場合には Bretschneider の関係にほぼ近い値を与えるが、 $\tilde{F}$ が小さい場合には Bretschneider の関係より小さく、一方 $\tilde{h}$ が小さい場合には大きくなることがわかる。

つぎに、有義波高の発達特性に及ぼす底面摩擦項、浸透項および平衡スペクトル形の影響を海底勾配 $s=1/2000$ の場合について示したのが図-8である。この場

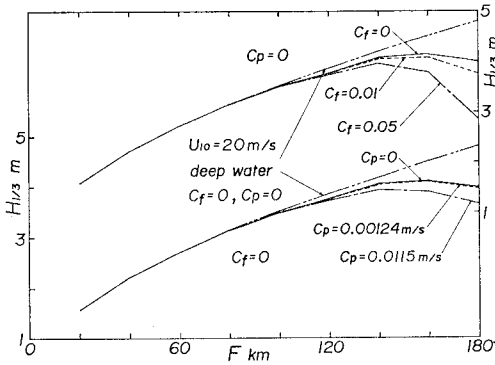


図-8 波浪の発達特性に及ぼす底面摩擦項, 浸透項および平衡スペクトル形の影響

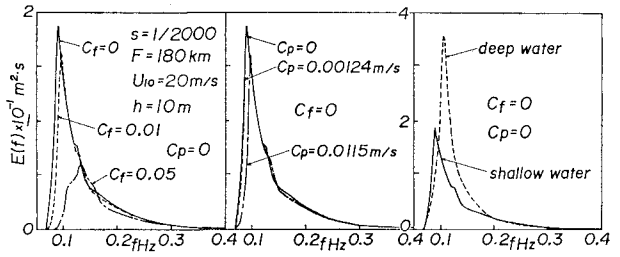


図-9 周波数スペクトルに及ぼす底面摩擦項, 浸透項および平衡スペクトル形の影響

合, 平衡スペクトルの影響を検討するため, 式 (5) において $\Phi(\omega_h)$ と $\eta(H_{1/3}/h)$ の項を除いた深海波に対応する JONSWAP スペクトルが砕波項の評価に用いられている。さて, これらの結果によると, 深海波に対応する平衡スペクトルを用いた場合には水深が減少しても波高は単調増加するのに対して, 他の結果ではいずれもこの増加傾向が消失し, とくに水深 10 m をもつ吹送距離 $F=180$ km 地点での波高が減少していることから, 浅海部での波高に及ぼす平衡スペクトル形の影響が非常に大きいといえよう。また, 底面摩擦項の影響も底面摩擦係数の値がある程度以上になれば, かなり大きい。

最後に, 図-9 は水深 10 m 地点での周波数スペクトルに及ぼす底面摩擦項, 浸透項および平衡スペクトル形の影響を示したものである。これらの図から底面摩擦項や浸透項を考慮すると, 波高が小さくなり, したがってピーク周波数も増加することや浅海波の平衡スペクトルを用いると, 波高のみならずピーク周波数も低く計算されることがわかる。後者の傾向はおそらく浅水部ほど同一風速に対して波の発達率が大きく, したがってより低周波側まで発達するが, 浅海波の平衡スペクトル値がより小さい限界値を与えることに起因すると考えられる。

6. 結 語

以上, 本研究では, 深海のみならず浅海における波浪の方向スペクトルの時空間変化を計算できる浅海波浪予知モデルを提案するとともに, 伝播計算結果および一様

風による発達計算結果の考察からモデルの基本的特性や計算結果に及ぼす底面摩擦項など各項の影響を明らかにした。しかし, 計算結果は波の発達項, 砕波の評価に用いられる平衡スペクトル形および底面摩擦項などに大きく依存するので, 今後モデルの現地への適用とともに, これらの項の妥当性を検討する必要がある。

最後に, 計算結果の整理や図の作成に助力願った愛媛大学工学部海洋工学科大福学技官に謝意を表明するとともに, 本研究は文部省科学研究費による研究成果の一部であることを付記する。なお, 本研究の計算は九州大学大型計算機センターの Facom M-382 および愛媛大学情報処理センターの Facom M-180II AD によった。

参 考 文 献

- 1) Collins, J. I.: Prediction of shallow water spectra, Jour. Geophys. Res., Vol. 77, No. 15, pp. 2693~2707, 1972.
- 2) Young, I. R. and R. J. Sobey: The numerical prediction of tropical cyclone wind-waves, Res. Bull., No. CS20, Dept. of Civil and Systems Eng., James Cook Univ. of North Queensland, 1981.
- 3) Resio, D. T. and C. L. Vincent: A numerical hind-cast model for wave spectra on water bodies with irregular shoreline geometry, Report 1, Miscellaneous Paper H-77-9, Hydraulics Laboratory, U. S. Army Engineer Waterways Experiment Station, 1977.
- 4) 山口正隆・土屋義人: 浅海における波浪の統計的特性の変形, 愛媛大学紀要, 第Ⅲ部工学, 第9巻第3号, pp. 299~321, 1980.