

共形変換を用いた任意断面地形上の波動場の解析法

——非線形波動の場合——

日 野 幹 雄*・灘 岡 和 夫**

1. ま え が き

沿岸域での二次元的な波浪変形は、基本的には、波の非線形性と分散性、および水深変化の効果によって支配される。このうち、波の非線形性と分散性を表現した波動方程式としては例えば KdV 方程式があり、これにはさらに Kakutani¹⁾ や Shuto²⁾ らによって水深変化の効果も組込まれている。しかし、この場合の水深変化は緩いことが前提となっており、もとの KdV 方程式も弱い非線形性と弱い分散性を持つ波動場を対象としたものである。したがって、砕波点近傍での波浪変形や、顕著なエネルギー反射を伴うような強い海底地形効果、さらには波の高次分散効果などは取扱うことができない。

一方、著者らは昨年の本講演会において、共形変換を用いて任意の断面地形上の波浪変形を解析し得る方法（以下、単に「共形変換法」と呼ぶ）を提案し、具体的に分散性の線形波動場を対象とした理論展開を行っている³⁾。

そこで本研究では、「共形変換法」を非線形波動場に適用して、任意の強さの波の非線形性と分散性および水深変化の効果を同時に表現し得るより一般的な波動理論を展開することを試みた。また、得られた波動方程式をもとに、水深の急変するステップ地形上および一様斜面上の波浪変形の計算例を示した。

2. 「共形変換法」

ここで対象とする任意断面地形上の非線形波動場に対する理論展開に入る前に、その前提となる「共形変換法」³⁾の概略について述べておく。

「共形変換法」は、任意断面の海底地形上の領域 (z 面; $z = x + iy$) を共形変換により一様水深の領域 (ζ 面; $\zeta = \alpha + i\beta$) に変換し、境界形状を単純化することにより波動場を解析しようとするものである。いま、この変換を定義する関係式が一般的に

$$\begin{cases} \alpha = \varphi_1(x, y) \\ \beta = \varphi_2(x, y) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (1)$$

あるいは、

$$\begin{cases} x = \varphi_1(\alpha, \beta) \\ y = \varphi_2(\alpha, \beta) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (2)$$

と書けるものとする。この変換のもとに、 ζ 面上での波動運動の基礎方程式と境界条件式はそれぞれ以下のようになる。

〔基礎方程式〕

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \beta^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

〔底面境界条件式〕

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \beta} = 0 \quad (\beta = -\beta_0) \quad \dots\dots\dots (4)$$

〔表面境界条件式〕

$$\frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial t} + s^2 \cdot \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial \alpha} - \frac{\partial \Phi}{\partial \beta} \right] = 0 \quad (\beta = \tilde{\eta}) \quad \dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{s^2}{2} \cdot \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \beta} \right)^2 \right] + g \cdot \varphi_2(\alpha, \tilde{\eta}) = 0 \quad (\beta = \tilde{\eta}) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、

Φ : 速度ポテンシャル、

$\tilde{\eta} = \tilde{\eta}(\alpha, t)$: ζ 面上での水表面の座標、

β_0 : ζ 面上での水深、

g : 重力加速度、

$s = s(\alpha, \beta)$: 変換に伴う scale factor で、次式で定義される。

$$s = \frac{|d\zeta|}{|dz|} = \left[\left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} = \left[\left(\frac{\partial \beta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \beta}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

共形変換を定義する変換関数の具体的な決定に際しては、変換関数が静水面と底面を流線とするようなポテンシャル流れを表わす複素速度ポテンシャルと見なせることから、既往のポテンシャル流れの理論を利用することができる³⁾。

共形変換により対象領域をより簡単な矩形領域に写像して取扱っている例としては、海岸工学の分野では他にも例えば Benque ら⁴⁾による潮流の数値解析に見ることができる。ただしその場合には、変換によって境界形状が単純化される代償として基礎方程式の形が複雑にな

* 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部 土木工学科

** 正会員 工修 東京工業大学助手 工学部 土木工学科

る。これに対して波動の場合には、もともとの基礎方程式がラプラスの方程式であることから、式 (3) に見られるように、変換に際して基礎式が不変に保たれるという重要な性質が存在する。したがって、基礎方程式 (3) は、変換により単純化された底面境界条件式 (4) のもとに鉛直方向に容易に積分でき、次式を得ることができる。

$$\bar{\Phi}(k, \beta, t) = A(k, t) \cdot \frac{\cosh k(\beta + \beta_0)}{\cosh k\beta_0} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $\bar{\Phi}$ は Φ の α に関する Fourier 変換である。したがって Φ はその逆 Fourier 変換により次式で表わせる。

$$\Phi(\alpha, \beta, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k, t) \cdot \frac{\cosh k(\beta + \beta_0)}{\cosh k\beta_0} \cdot e^{ik\alpha} \cdot dk \quad \dots\dots\dots (9)$$

上式中の積分定数 $A(k, t)$ は、(位相情報を含んだ) 非定常波数スペクトルで、表面境界条件式 (5), (6) によってその時間発展が規定される。

3. 分散性の非線形波動場への「共形変換法」の適用

式 (9) より、 Φ_α , Φ_β , Φ_t はそれぞれ次のように表わせる。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} &= i \int_{-\infty}^{\infty} k \cdot A(k, t) \cdot \frac{\cosh k(\beta + \beta_0)}{\cosh k\beta_0} \cdot e^{ik\alpha} \cdot dk \quad \dots\dots\dots (10) \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \beta} &= \int_{-\infty}^{\infty} k \cdot A(k, t) \cdot \frac{\sinh k(\beta + \beta_0)}{\cosh k\beta_0} \cdot e^{ik\alpha} \cdot dk \quad \dots\dots\dots (11) \\ \frac{\partial \Phi}{\partial t} &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial t} A(k, t) \cdot \frac{\cosh k(\beta + \beta_0)}{\cosh k\beta_0} \cdot e^{ik\alpha} \cdot dk \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned} \right.$$

いま、

$$\chi(\alpha, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k, t) \cdot e^{ik\alpha} \cdot dk \quad \dots\dots\dots (13)$$

で定義される新たな変数 $\chi(\alpha, t)$ を導入し、これによって式 (10)~(12) を表現することを考える。まず、式 (10) であるが、最初に次の逆 Fourier 変換を考える。

$$K_1(\alpha, \beta) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cosh k(\beta + \beta_0)}{\cosh k\beta_0} \cdot e^{ik\alpha} \cdot dk \quad \dots\dots\dots (14)$$

これには、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sech} k\beta_0 \cdot e^{ik\alpha} \cdot dk = \frac{\pi}{\beta_0} \cdot \operatorname{sech} \left(\frac{\pi}{2\beta_0} \alpha \right) \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} \cosh k(\beta + \beta_0) \cdot e^{ik\alpha} \cdot dk \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \exp \left(ik \left(\alpha + \frac{\beta + \beta_0}{i} \right) \right) \right. \\ &\quad \left. + \exp \left(ik \left(\alpha - \frac{\beta + \beta_0}{i} \right) \right) \right\} dk \end{aligned}$$

$$= \pi \cdot \left\{ \delta \left(\alpha + \frac{\beta + \beta_0}{i} \right) + \delta \left(\alpha - \frac{\beta + \beta_0}{i} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

なる関係と、二変数の積に関する逆 Fourier 変換の公式、

$$\begin{aligned} &F^{-1}[\tilde{f}_1(k) \cdot \tilde{f}_2(k)] \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\xi) \cdot f_2(\alpha - \xi) d\xi \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

を使用することにより、

$$\begin{aligned} K_1(\alpha, \beta) &= \frac{\pi}{2\beta_0} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \delta \left(\xi + \frac{\beta + \beta_0}{i} \right) \right. \\ &\quad \left. + \delta \left(\xi - \frac{\beta + \beta_0}{i} \right) \right\} \\ &\quad \cdot \operatorname{sech} \left\{ \frac{\pi}{2\beta_0} (\alpha - \xi) \right\} \cdot d\xi \\ &= \frac{\pi}{2\beta_0} \left[\operatorname{sech} \left\{ \frac{\pi}{2\beta_0} \left(\alpha - \frac{\beta + \beta_0}{i} \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \operatorname{sech} \left\{ \frac{\pi}{2\beta_0} \left(\alpha + \frac{\beta + \beta_0}{i} \right) \right\} \right] \\ &= -\frac{2\pi}{\beta_0} \left\{ \frac{\sin(\pi\beta/2\beta_0) \cdot \cosh(\pi\alpha/2\beta_0)}{\cosh(\pi\alpha/\beta_0) - \cos(\pi\beta/\beta_0)} \right\} \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

となる。次に、次式の逆 Fourier 変換を考える。

$$\begin{aligned} I(\alpha, \beta, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} A(k, t) \cdot \frac{\cosh k(\beta + \beta_0)}{\cosh k\beta_0} \\ &\quad \cdot e^{ik\alpha} \cdot dk \quad \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

これには、式 (13) と (18)、および積の変換公式 (17) を使用すればただちに次式を得る。

$$\begin{aligned} I(\alpha, \beta, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi, \beta) \cdot \chi(\alpha - \xi, t) \cdot d\xi \\ &\quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

最後に、

$$\int_{-\infty}^{\infty} k \cdot e^{ik\alpha} \cdot dk = -2\pi i \cdot \delta^{(1)}(\alpha) \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta^{(n)}(\xi - \alpha) \cdot f(\xi) \cdot d\xi = (-1)^n \cdot f^{(n)}(\alpha) \quad \dots\dots\dots (22)$$

なる関係式を用いることにより、最終的に次式を得ることができる。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi, \beta) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \chi(\alpha - \xi, t) \cdot d\xi \quad \dots\dots\dots (23)$$

同様に、 Φ_β , Φ_t についても $\chi(\alpha, t)$ を用いて表わすと次式のようになる。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \beta} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\xi, \beta) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \chi(\alpha - \xi, t) \cdot d\xi \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi, \beta) \cdot \frac{\partial}{\partial t} \chi(\alpha - \xi, t) \cdot d\xi \quad \dots\dots\dots (25)$$

ここに、

$$\begin{aligned} K_2(\alpha, \beta) &= \frac{2\pi}{\beta_0} \left\{ \frac{\cos(\pi\beta/2\beta_0) \cdot \sinh(\pi\alpha/2\beta_0)}{\cosh(\pi\alpha/\beta_0) - \cos(\pi\beta/\beta_0)} \right\} \\ &\quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

式(23)~(25)の形からわかるように、 $\phi_a, \phi_\beta, \phi_t$ は、 χ の空間微分ないしは時間微分値と核関数 K_1 あるいは K_2 とのconvolution integralとして表わされるが、このようなconvolutionの形で表わされることが波の分散性を表現することに対応している³⁾。

式(23), (24)より z 面上での水粒子速度を算定することができるが、たとえば $\beta=0$ で K_1 が特異性を持つことから明らかなように、式(18), (26)で表わされる核関数 K_1, K_2 は $\beta \geq 0$ では使用できない形になっている。この難点を解消する方法の一つは、式(8)の段階でその分母を $\cosh k\beta_0$ とするのではなく、ある適当なパラメータ $a_0 (> \bar{\eta}_{\max})$ を用いて $\cosh k(a_0 + \beta_0)$ として先と同様の展開を行うことである。今一つの方法は、式(14)中の被積分関数を $\beta=0$ の回りに β に関してTaylor展開する方法である。その結果得られる核関数 K_1 を K_2 と共に記すと以下ようになる。

$$\begin{aligned} K_1(\alpha, \beta) &= 2\pi \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\beta^{2n}}{(2n)!} \cdot \delta^{(2n)}(\alpha) \\ &+ \frac{\pi}{\beta_0} \int_{-\infty}^{\infty} K(\xi) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\beta^{2n+1}}{(2n+1)!} \\ &\times \delta^{(2n+1)}(\alpha - \xi) \cdot d\xi \dots\dots\dots (27) \\ K_2(\alpha, \beta) &= \frac{\pi}{\beta_0} \int_{-\infty}^{\infty} K(\xi) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\beta^{2n}}{(2n)!} \\ &\times \delta^{(2n)}(\alpha - \xi) d\xi \\ &- 2\pi \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\beta^{2n+1}}{(2n+1)!} \cdot \delta^{(2n+1)}(\alpha) \\ &\dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

ここに、

$$K(\xi) = \operatorname{cosech} \left(\frac{\pi \xi}{2\beta_0} \right) \dots\dots\dots (29)$$

以上の操作を行った後、式(23)~(25)を表面境界条件式に代入すると次式の形の波動方程式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \frac{s^2(\alpha, \bar{\eta})}{2\pi} \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi, \bar{\eta}) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \chi(\alpha - \xi, t) \cdot d\xi \cdot \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \alpha} \right. \\ \left. - \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\xi, \bar{\eta}) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \chi(\alpha - \xi, t) \cdot d\xi \right] = 0 \dots\dots (30) \\ \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi, \bar{\eta}) \cdot \frac{\partial}{\partial t} \chi(\alpha - \xi, t) \cdot d\xi \\ + \frac{s^2(\alpha, \bar{\eta})}{4\pi} \cdot \left[\left\{ \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi, \bar{\eta}) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \chi(\alpha - \xi, t) \cdot d\xi \right\}^2 \right. \\ \left. + \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\xi, \bar{\eta}) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \chi(\alpha - \xi, t) \cdot d\xi \right\}^2 \right] \\ + 2\pi \cdot g \cdot \phi_2(\alpha, \bar{\eta}) = 0 \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

式(30), (31)は、 $\bar{\eta}$ と、新たに導入された変数 χ に関する非線形の連立微積分方程式であるが、その導出過程に何の近似や制限を制けていないことから明らかなように、この波動方程式は、原理的には任意の強さの非線形性と分散性および水深変化の効果を表現し得る。

Fenton & Rienecker⁶⁾は、水平床上の波の時間発展に

関する“accurate solution”を得るための数値解法を示している。その方法は、式(9)を有限Fourier級数で近似し、そのFourier係数の時間変化を表面波形の変化とともに求めようとするものである。これに対して、式(30), (31)で示した方程式系は物理空間上で η の時間変化を直接記述し得る厳密な波動方程式となっており、その意味でもここで示した方法はより直接的でかつ一般性があるものと考えられる。

なお、式(30), (31)中の非線形項を省略し、式(27), (28)で表わされる K_1, K_2 の級数表示で第1項のみをとれば、次式で示す線形波動方程式を得ることができる(前報³⁾中の式(32))。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \frac{g \cdot s}{2\beta_0} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} K(\xi) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \eta(\alpha - \xi, t) \cdot d\xi = 0 \\ \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

ここに、 η は z 面上での水表面の y 座標である。

4. 計算例

(1) 線形波動の場合

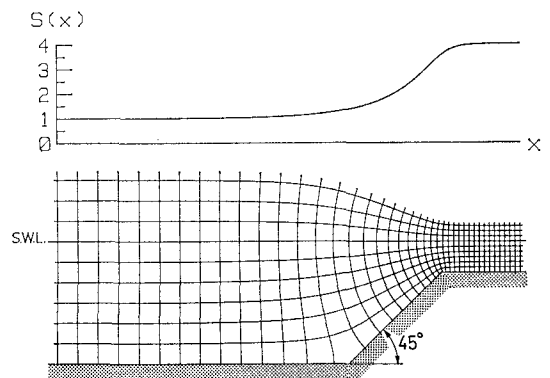
非線形波動の計算例について述べる前に、その比較対象となる線形波動の計算例を示しておく、計算対象としたのは、図—1に示すようなステップ地形上の波浪変形で、この場合のscale factor $s(\alpha)$ は前報³⁾の式(39), (40)に示されている。

式(32)の数値積分を行う際に問題となるのは、式(29)で表わされる核関数 $K(\xi)$ が、 $\xi=0$ で特異性を持つことである。そこでここでは次のような手法でこの問題を解消した。

まず、式(32)中の積分を次のように表わす。

$$\begin{aligned} I(\alpha, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} K(\xi) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \eta(\alpha - \xi, t) \cdot d\xi \\ &= \left(\int_{-\infty}^{-d\xi} + \int_{-d\xi}^{d\xi} + \int_{d\xi}^{\infty} \right) \cdot P(\xi) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \eta(\alpha - \xi, t) \cdot d\xi \\ &\dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

こうすると、上述の特異性は第2の積分に含まれるこ



図—1 計算対象としたステップ地形

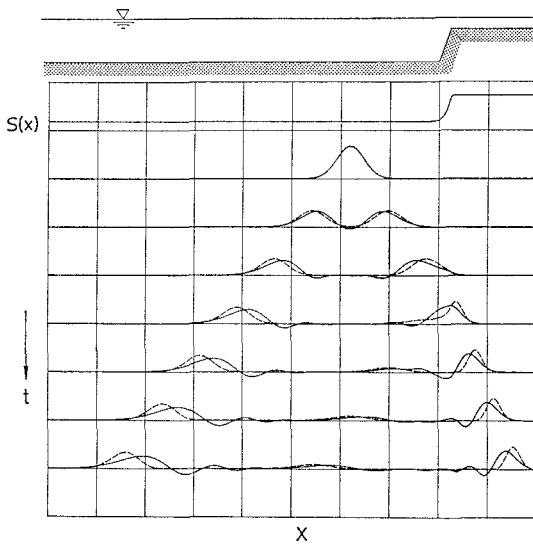


図-2 ステップ地形に対する計算結果（線形波動）

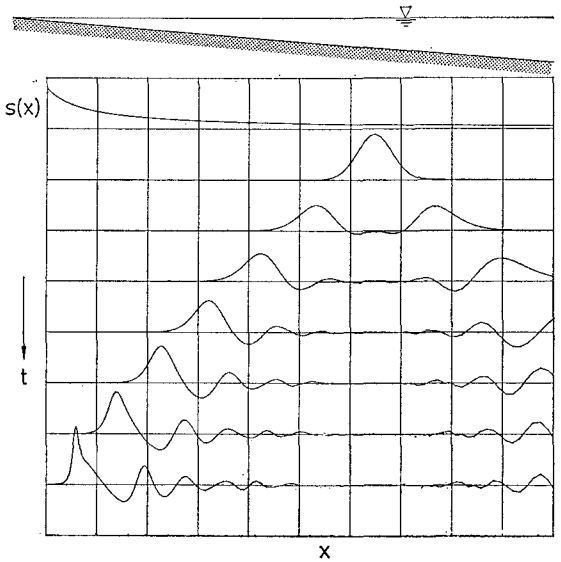


図-4 一様斜面地形に対する計算結果（非線形波動）

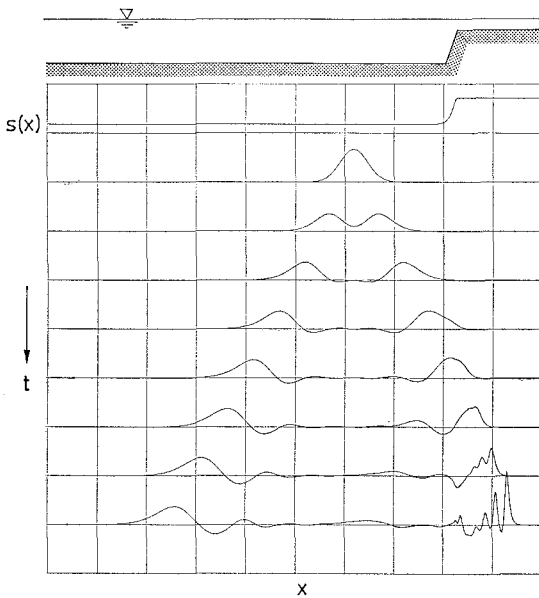


図-3 ステップ地形に対する計算結果（非線形波動）

となる。いま、特異点 $\xi=0$ の回りで $\eta(\alpha-\xi, t)$ を Taylor 展開すると、

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \eta(\alpha-\xi, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \xi^n}{n!} \cdot \frac{\partial^{n+1}}{\partial \alpha^{n+1}} \eta(\alpha, t) \quad \dots\dots\dots (34)$$

となるが、これを式 (33) 中の第二の積分に代入すると、 $\operatorname{cosech} x$ が奇関数であることから n が偶数の場合の積分値はゼロとなる。そこでいま $d\xi$ を十分に小さくすることにより $n=3$ 以上の高次項を省略すれば、上記の積分は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \int_{-d\xi}^{d\xi} K(\xi) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \eta(\alpha-\xi, t) \cdot d\xi \\ & \cong - \int_{-d\xi}^{d\xi} \frac{\xi}{\sinh(\pi\xi/2\beta_0)} \cdot d\xi \cdot \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \eta(\alpha, t) \\ & = -2 \left(\frac{2\beta_0}{\pi} \right)^2 \cdot \operatorname{Shi}^* \left(\frac{\pi}{2\beta_0} d\xi \right) \cdot \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \eta(\alpha, t) \quad \dots\dots\dots (35) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} \operatorname{Shi}^*(x) = & x - \frac{x^3}{3 \cdot 3!} + \frac{7x^5}{15 \cdot 5!} - \frac{31x^7}{21 \cdot 7!} \\ & + \frac{127x^9}{15 \cdot 9!} \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

したがって、式 (35) を式 (33) に代入することにより、上述の特異性は解消できる。

このような方法により式 (32) の数値積分が可能となるが、ここでは explicit な差分スキームを採用することとし、また初期条件として

$$\begin{aligned} \eta(\alpha, 0) = & a \cdot \exp \{ -(\alpha - \alpha_0)^2 / (2\beta_0)^2 \} \quad \dots\dots\dots (37) \\ a = & 1.5 \text{ m}, \quad \beta_0 = 10 \text{ m} \end{aligned}$$

を与えて計算を行った。図-2 がその結果で、横軸に物理面上の水平座標 x をとって表わしてある。また、同図の最上段には、海底地形に対応する scale factor $s(x)$ も示してある。さらに、同図中には、参考のために、式 (32) を長波近似して得られる式

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - g \cdot s(\alpha) \cdot \beta_0 \cdot \frac{\partial^2 \eta}{\partial \alpha^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (38)$$

によって計算された値も破線で示してある。

図-2 を見ると、分散性により波の短波長成分が遅れて進行していることや、ステップの斜面左側に反射波が現われていることがわかる。

(2) 非線形波動の場合

次に非線形波動の場合の計算例について述べる。ただし、ここでは簡単のため、式(27)と(28)で表わされる K_1 と K_2 の級数表示の第一項のみをとって計算を行った。

図-3 は、先と同様のステップ地形上の波の変形計算を、初期条件として、式(37) ($a=2.0\text{m}$, $\beta_0=10\text{m}$) と $\chi(\alpha, 0)=0$ を与えて行った結果である。短波長成分が遅れて進行し(分散性)、斜面の左側に反射波が現われている(海底地形の効果)のは図-2と同様だが、この場合にはさらに、ステップの斜面上で前傾化した波がステップ上で soliton 分裂を引き起こしていること(非線形性・分散性・海底地形の効果)がわかる。

図-4 は、同様の計算を一樣斜面上の波について行ったものである。(この場合の scale factor $s(\alpha)$ は、前報³⁾中の式(10)より簡単に求まる。)

5. おわりに

本論文では、「共形変換法」を非線形波動場に適用することにより、任意の強さの非線形性と分散性および水深変化の効果を同時に表現し得る一般的な波動方程式を

導出し、典型的な海底地形に対する計算例を示した。

なお、海底地形の変化がある程度緩やかな場合には WKB 法による摂動解を得ることができるが、その内容の一部は文献 7) に載せてある。

参 考 文 献

- 1) Kakutani, T.: Effect of an uneven bottom on gravity waves, Jour. Phys. Soc. Japan, Vol. 30, No. 1, pp. 272~275, 1972.
- 2) Shuto, N.: Non-linear long waves in a channel of variable section, Coastal Eng. in Japan, Vol. 17, pp. 1~12, 1974.
- 3) 日野幹雄・瀬岡和夫: 共形変換を用いた任意断面地形上の波動場の解析法, 第30回海岸工学講演会論文集, pp. 89~93, 1983.
- 4) Benque, J. P., Chenin, M. I., Hauguel, A. and Schwartz, S.: A new two dimensional tidal modelling system, Proc. 18th Conf. on Coastal Eng., pp. 582~597, 1982.
- 5) Whitham, G. B.: Linear and Nonlinear Waves, John Wiley & Sons, 1974.
- 6) Fenton, J. D. and Rienecker, M. M.: Accurate numerical solutions for nonlinear waves, Proc. 17th Conf. on Coastal Eng., pp. 50~69, 1980.
- 7) Nadaoka, K. and Hino M.: Conformal mapping solution of a wave field on the arbitrarily shaped sea bottom, Proc. 19th Conf. on Coastal Eng., 1984, to be published.