

部分重複長波の先端部でのエネルギー損失について

松 富 英 夫*

1. ま え が き

非分散性の非砕波津波の陸上遡上問題は理論的にも、数値解析的にもほぼ解決されている。しかし、砕波津波に関しては、簡単な地形下の遡上高について実験的、数値解析的および若干の理論的研究が行われている段階で、まだ多くの問題が残されている。特に、陸上遡上過程における波先端部でのエネルギー損失、段波高や力積の変化等についてはほとんど研究が行われていない状態である。これ等についての研究は流水による地形変化や防災施設等への波力の算定等において非常に重要であるにもかかわらずである。

そこで、本研究は非線型性の弱い、比較的反射率の大きな場合の部分重複津波を対象として、その陸上遡上過程におけるエネルギー損失について理論解析を目的とするものである。本研究の結果は津波だけに限らず、あらゆる部分重複長波にあてはまるものと思われる。

2. 遡 上 高

本研究の手法では、エネルギー損失を議論するに先立って対象津波の遡上高を知る必要がある。本研究では図-1に示す地形域の遡上を考えることにする。非線型性の弱い、反射率の大きな部分重複津波を対象としているので、波動として扱うべきところは線型波として取扱うことにする¹⁾。また、本研究では全ての量が重力加速度 g と沖の水平底での静水深 h_0 で無次元化されて議論される。

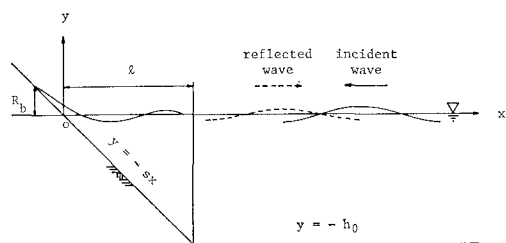


図-1 対象地形と座標系

(1) 理 論

図-1に示す地形下の非砕波津波の遡上高は次式で示される²⁾。

$$\frac{R_n}{H_0} = \left[J_0^2 \left(2 \frac{\sigma}{s} \right) + J_1^2 \left(2 \frac{\sigma}{s} \right) \right]^{-1/2} \equiv A \quad \dots\dots (1)$$

ここで、 R_n : 非砕波の遡上高、 H_0 : 沖波入射波高、 σ : 角周波数、 s : 斜面勾配、 A : $x=0$ での波高増幅率、 J_0, J_1 : 第一種 Bessel 関数。

一方、部分重複津波の斜面上の波形 η は、

$$\eta = \frac{A_i}{2} (1 - K_r) H_0 \times \left\{ J_0 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{s}} \right) \cos \sigma t - N_0 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{s}} \right) \sin \sigma t \right\} + A_r K_r H_0 J_0 \left(2 \sigma \sqrt{\frac{x}{s}} \right) \cos \sigma t \quad \dots\dots (2)$$

ここで、 A_i : 進行波成分の波高増幅率、 A_r : 反射波成分の波高増幅率、 K_r : 反射率、 x : 水平距離座標、 t : 時間、 N_0 : 第二種 Bessel 関数。

式(2)において、 A_i は $x=0$ で零となるべきものである。よって、部分重複津波の遡上高 R_b は、

$$R_b = A_r K_r H_0 = A K_r H_0 \quad \dots\dots (3)$$

式(1)を用いると式(3)は、

$$\frac{R_b}{H_0} = K_r \frac{R_n}{H_0} \quad \dots\dots (4)$$

ところで、式(1)の砕波領域での近似式は³⁾、

$$\frac{R_n}{H_0} \doteq \left(\pi \frac{\sigma}{s} \right)^{1/2} = \sqrt{2} \pi \left(\frac{l}{L_0} \right)^{1/2} \quad \dots\dots (5)$$

ここで、 l : 斜面の水平長、 L_0 : 沖波入射波長。また、梶浦の砕波条件³⁾、Micheの反射率の定義⁴⁾および式(5)の近似式を用いた時の反射率は、

$$K_r \doteq \frac{1}{4\sqrt{2}\pi^3} \left(\frac{H_0}{h_0} \right)^{-1} \left(\frac{l}{L_0} \right)^{-5/2} \quad \dots\dots (6)$$

よって、式(5)、(6)を式(4)に代入すると、本研究対象津波の遡上高の近似式として次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{R_b}{H_0} &\doteq \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{H_0}{h_0} \right)^{-1} \left(\frac{l}{L_0} \right)^{-2} \\ &= \left(\frac{H_0}{h_0} \right)^{-1} \left(\frac{\sigma}{s} \right)^{-2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (7)$$

波高水深比をパラメータとした上式の計算例を図-2に

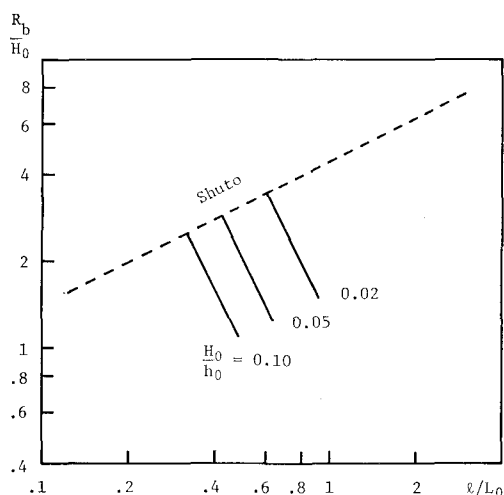


図-2 部分重複長波の遡上高

示す。従来の諸実験式に比べて勾配がかなり急（-2 乗に比例）である。

(2) 実験

式(7)の妥当性を検討するための実験を行った。使用した実験水路は幅 0.3 m、深さ 0.5 m、長さ 7.8 m の鋼製矩形水路で、岸側の 6 m が両面ガラス張りのものである。その概要を図-3 に示す。ただし、斜面はアクリル製である。造波は手動のフラップ板を用いて行った。

測定項目は目視による遡上高、2 台のビデオ・システムによる初期汀線 (P₂ 点) での遡上時の波先端移動速度と沖での入射波の時間波形の三つである。沖での測定点 (P₁ 点) は第一波目の入射波測定に対して反射波の影響が及ばないところとしてある。

部分重複津波を対象としているので、入射波として引波初動の一谷一山を与えた。その代表的波形を図-4 に示す。同図中には本研究で用いた波高と周期 T の定義

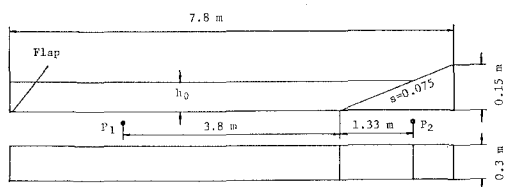


図-3 実験装置およびビデオ位置

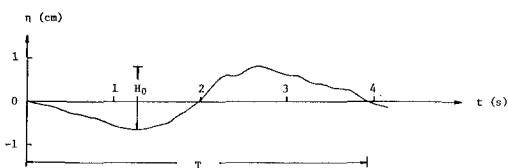


図-4 沖での入射波形例 (case 7)

も示されている。手動造波のため、希望通りの波を得にくい。そこで、得られた実験波のうち、谷と山の対称性が比較的良く、 $H_0/h_0 \leq 0.15$ 、 $h_0/L_0 \leq 0.04$ 、そして式(6)で計算される $K_r > 0.5$ を満足するものを本研究の実験波として採用することにした。それ等の波の諸元を表-1 に示す。これ等はどれも砕波しており、その砕波形式は巻き寄せ波 (collapsing)、または砕け寄せ波 (surging) と見なせるものであった。

(3) 結果

次式で示される梶浦の砕波条件 (近似) 式と実験値の比較を図-5 に示す。実験値は全て砕波域に含まれる。

$$\frac{H_{0m}}{L_0} \geq \frac{1}{4\sqrt{2}\pi^3} s \left(\frac{l}{L_0} \right)^{-3/2} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 H_{0m} は非砕波となる最大沖波入射波高である。同図中には前述の条件を満足する岩崎・真野等⁹⁾の実験値も示されている。また、同じ実験資料と式(7)との比較を図-6 に示す。両者の相関は非常によい。本実験程度の実線型性と反射率を有する波の遡上高は式(7)で近似できると言えよう。

表-1 実験波諸元 ($s=0.075$ の場合)

Case	h_0 (cm)	T (s)	L_0 (m)	H_0 (cm)	R_b (cm)	$\dot{a}_s$ (m/s)	H_0/h_0	h_0/L_0	l/L_0	K_r	$\frac{R_b}{H_0} \text{ th.}$	$\frac{R_b}{H_0} \text{ exp.}$	$2R_b/\dot{a}_s^2$
1	10.0	4.22	4.17	1.3	2.09	0.60	0.13	0.024	0.320	0.76	1.91	1.61	1.14
2	10.0	4.93	4.88	1.5	2.69	0.50	0.15	0.020	0.273	0.98	2.26	1.79	2.11
3	10.0	3.82	3.78	1.5	2.69	0.75	0.15	0.026	0.353	0.51	1.36	1.80	0.94
4	10.0	4.57	4.52	1.3	2.32	0.75	0.13	0.022	0.295	0.93	2.24	1.78	0.81
5	10.0	4.28	4.20	1.3	2.09	0.43	0.13	0.024	0.318	0.77	1.93	1.61	2.23
6	10.0	4.42	4.37	1.5	2.47	0.60	0.15	0.023	0.305	0.74	1.81	1.65	1.34
7	10.0	3.93	3.89	1.45	2.39	0.67	0.145	0.026	0.343	0.57	1.49	1.65	1.05
8	10.0	4.30	4.26	1.4	2.39	0.60	0.14	0.023	0.313	0.74	1.84	1.71	1.30
9	10.0	4.70	4.65	1.45	2.39	0.60	0.145	0.022	0.287	0.89	2.12	1.65	1.30
10	10.0	4.30	4.26	1.2	2.09	0.55	0.12	0.023	0.313	0.87	2.16	1.75	1.38
11	10.0	4.03	3.99	1.4	2.32	0.67	0.14	0.025	0.334	0.63	1.62	1.66	1.02
12	10.0	3.97	3.93	1.1	2.32	0.46	0.11	0.025	0.339	0.78	2.00	2.11	2.13

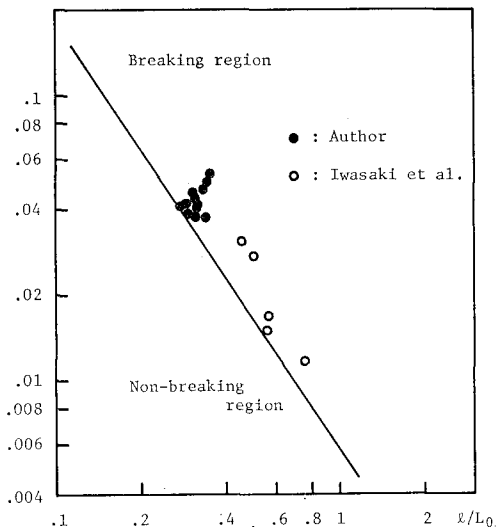
$(H_0/L_0)/s$ 

図-5 砕波条件との比較

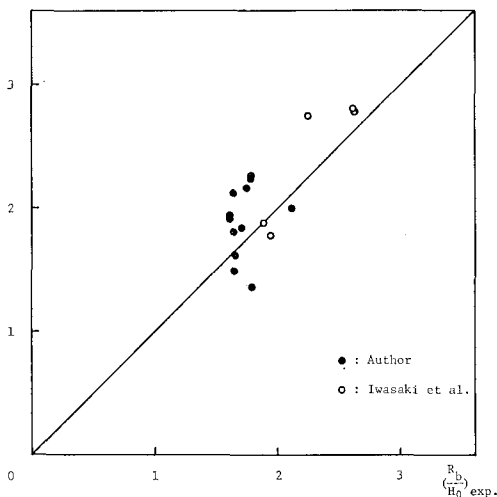
 $\frac{R_b}{(H_0)^2}$ theory

図-6 遡上高に関する理論と実験の比較

3. 遡上高と汀線流速

本研究対象津波の先端移動速度の評価に線型理論を用いることの妥当性を検討するため、遡上高と汀線流速の関係を調べてみる。ドライ・ベット上の波先端移動速度 $\dot{a}$ は波先端水粒子速度と同じである。よって、汀線流速 $\dot{a}_s$ は式(2), (3)から,

$$\dot{a}_s = R_b \left(\frac{g}{s} \right) \quad \dots\dots\dots (9)$$

だから、遡上高と汀線における速度水頭との関係は,

$$\frac{R_b}{\left(\frac{1}{2} \dot{a}_s^2 \right)} = 2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

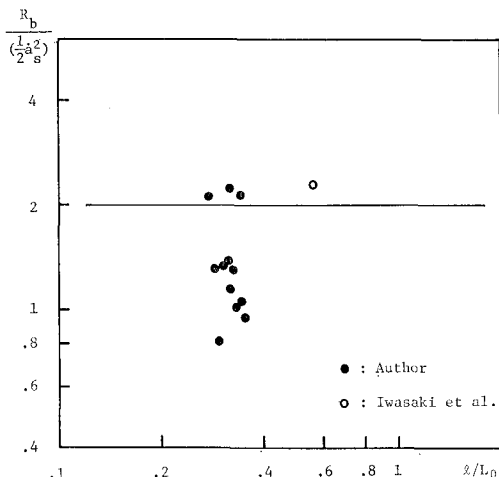


図-7 遡上高と汀線における速度水頭

岩崎・真野等⁵⁾は線型的で比較的反射率の大きな長波に対して式(10)の関係を実験的に示唆している。図-7は式(10)と岩崎・真野等および本研究の実験値との比較を示したものである。この図によると、本研究の実験値は一部を除き式(10)の関係を満していない。しかし、case 4を除くすれば、反射率が大きくなるにつれて満足する傾向にある。本実験波の沖波のアーセル数を計算すると200~350の範囲である。この程度の波に対して、線型理論は遡上高の予測には十分であるが、波先端流速の予測には不十分のようである。しかし、もっと線型的な波であれば式(10)を十分に満足するものと思われる。次の項での議論はこのような波を対象としたものである。

4. 波先端部でのエネルギー損失率

入射波一波长当りの全エネルギー損失 E_u は線型理論の範囲では,

$$E_u = -\frac{\pi}{4} (1 - K_r^2) \frac{H_0^3}{\sigma} \quad \dots\dots\dots (11)$$

上式には次のエネルギー損失が含まれている。

- i) 波先端で段波が形成されることによるエネルギー損失。
 - ii) 砕波にともなう底面剪断力増加分による底面摩擦損失エネルギー。砕波しない場合にも波先端部では底面摩擦損失を生じるが、本研究ではそれは無視されるべきものである。
 - iii) 砕波にともなう乱れ混合によるエネルギー損失。
- そこで、本研究ではこれ等の時々刻々のエネルギー損失を評価するため次の仮定を行うことにする。
- i) 遡上時のみにエネルギー損失を生ずる。
 - ii) 先端移動速度は線形長波理論で予測できる。
 - iii) 先端部の流速は砕波による強い乱れ混合のため流

れ方向に一樣流速を有し、時間だけの関数である。

iv) この一樣部の長さは段波の高さに比例する。

v) エネルギー損失はこの一樣部内のみで生ずる。

先ずはじめに、段波の形成によるエネルギー損失について考える。仮定 i), ii) より、本研究対象津波の先端移動速度は式 (2), (3) から、

$$\dot{a} = R_b \left(\frac{\sigma}{s} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{s}{R_b} x \right)^2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 x は遡上時の波先端位置を示す。座標系は図-1 に示されている。

ところで、ドライ・ベット上の底面摩擦と内部かく乱を受ける段波に関する福井等⁶⁾の研究結果は、それ等の影響に見合った段波下流側水深 h_a を想定するならば、その段波を理想段波理論で議論してよいことを示している。よって、先端移動速度は次式のようにも表わせる。

$$\dot{a} = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{h_u}{h_a} (h_u + h_a)} \doteq \frac{h_u}{\sqrt{2h_a}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 h_u は段波上流側水深。上式右辺の近似は福井等の実験的事実 $h_a \ll h_u$ に基づいている。同様に、理想段波理論から段波形成によるエネルギー損失率 dE_{bt}/dt は、

$$\frac{dE_{bt}}{dt} = -\frac{\dot{a}}{4h_u} (h_u - h_a)^3 \doteq -\frac{1}{4} h_u^2 \dot{a} \quad \dots\dots\dots (14)$$

上式を空間微分に置換すると、

$$\frac{dE_{bt}}{dx} \doteq -\frac{1}{4} h_u^2 \doteq -\frac{1}{2} h_a \dot{a}^2 \quad \dots\dots\dots (15)$$

よって、段波形成による全エネルギー損失 E_{bt} は、

$$E_{bt} = 2 \int_0^{R_b/s} \frac{dE_{bt}}{dx} dx \doteq -\frac{2}{3} h_a \left(\frac{\sigma}{s} \right)^2 \frac{R_b^3}{s} \quad \dots\dots\dots (16)$$

次に、段波背後での底面摩擦と乱れ混合による合成エネルギー損失を考える。仮定 ii), iii) より、これ等によるエネルギー損失率 dE_{ft}/dt は次のように表現できよう。

$$\frac{dE_{ft}}{dt} = -(f_s + f_b) L_\xi \dot{a}^3 = -f L_\xi \dot{a}^3 \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 f_s : 底面摩擦係数、 f_b : 内部摩擦係数、 f : 合成摩擦係数、 L_ξ : 流速一樣部の長さ。また、 L_ξ は仮定 iv) より、

$$L_\xi = \beta h_u \quad \dots\dots\dots (18)$$

ただし、式 (17), (18) の f と β は本研究では底面粗度等に関係なく、沖波入射波諸元と地形のみに関係すべきものである。よって、式 (17) は式 (13), (18) より、

$$\frac{dE_{ft}}{dt} = -\sqrt{2h_a} (\beta f) \dot{a}^4 \quad \dots\dots\dots (19)$$

結局、底面摩擦と乱れ混合による全エネルギー損失 E_{ft} は、

$$E_{ft} = 2 \int_0^{R_b/s} \frac{dE_{ft}}{dx} dx$$

$$= -\frac{3}{8} \pi (\beta f) \sqrt{2h_a} \left(\frac{\sigma}{s} \right)^8 \frac{R_b^4}{s} \quad \dots\dots\dots (20)$$

以上が個々のエネルギー損失の内訳である。よって、エネルギー損失の収支は、

$$E_{tt} = E_{bt} + E_{ft} \quad \dots\dots\dots (21)$$

そこで、上式に式 (11), (16), (20) を代入し、未知量の一つである h_a について解くと、その第一近似として、

$$h_a \doteq \frac{2}{9} (\beta f)^{-2} \left(\frac{\sigma}{s} \right)^{-8} R_b^{-8} H_0^4 (1 - K_r^2)^2 \quad \dots\dots\dots (22)$$

式 (22) を式 (20) に代入すると式 (11) に一致する。

この事実は、段波形成によるエネルギー損失が全体の損失から考えれば小さいことを示すものである。よって、本研究の最終目的である波先端部の場所（時間）的位置による全エネルギーの損失率は、式 (22) を式 (19) に代入して、

$$\frac{dE_{tt}}{dt} \doteq \frac{dE_{ft}}{dt} = -\frac{2}{3} H_0^3 (1 - K_r^2) \left\{ 1 - \left(\frac{s}{R_b} x \right)^2 \right\}^2 \quad \dots\dots\dots (23)$$

ここで、 $x = -(R_b/s) \cos \sigma t$ ($0 \leq t \leq T/2$) の関係がある。式 (23) に式 (6), (7) を代入すれば、本研究対象津波のエネルギー損失率は沖波入射波条件と地形条件のみで推定されることになる。浅水度をパラメータとした時の計算例を図-8 に示す。本研究モデルは波先端移動に線型理論を用いているので、エネルギー損失率は波先端が初期汀線に達した時最大となる。

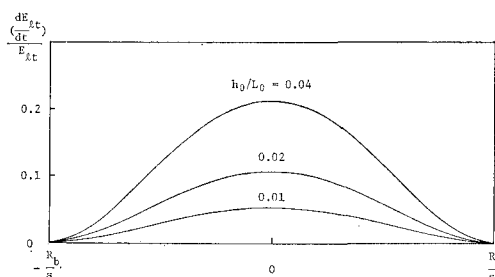


図-8 波先端部でのエネルギー損失率

津波防災上必要となるのはエネルギー損失関係だけではない。防災施設等への波力の推定のためには、衝突直前の段波高や力積等を知る必要がある。本研究対象津波のそれ等は各々次式となる。

$$h_u \doteq \frac{\pi}{4} \frac{R_b}{\bar{F}_r} \left\{ 1 - \left(\frac{s}{R_b} x \right)^2 \right\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\dot{a}^2 h_u \doteq \frac{\pi}{4} \frac{R_b^2}{\bar{F}_r} \left\{ 1 - \left(\frac{s}{R_b} x \right)^2 \right\}^{3/2} \quad \dots\dots\dots (25)$$

ここで、 $\bar{F}_r$ は遡上時平均の先端フルード数で、次式で示される未知量である。

$$\begin{aligned} \bar{F}_r^2 &= \frac{s}{R_b} \int_0^{R_b/s} \frac{\dot{a}^2}{h_u} dx \\ &= \frac{3}{8} \pi (\beta f) \left(\frac{\sigma}{s} \right)^5 R_b^5 H_0^{-2} (1 - K_r^2)^{-1} \quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

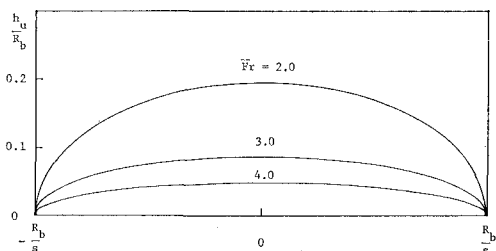


図-9 先端段波高

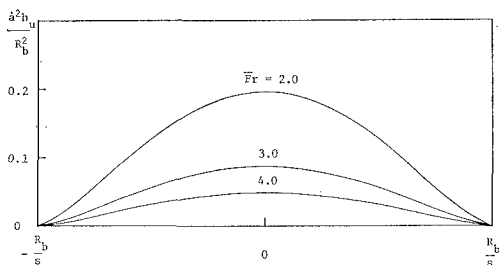


図-10 先端の力積

この量は実験的に比較的容易に評価し得るものと思われる。参考までに、本研究での先端フルード数の経時変化は、式(13)から、

$$Fr \propto \dot{a}^{1/2} \dots\dots\dots (27)$$

$\bar{F}_r$ をパラメータとした時の式(24)、(25)の計算例を図-9、10に示す。やはり、本研究モデルでは初期汀線で最大値を示す。

5. む す び

非線型性の弱い、反射率の大きな部分重複津波の波先端部でのエネルギー損失を調べることを主目的として、対象津波の遡上高、遡上高と汀線流速の関係についても検討を行ってみた。以下に本研究の主要な結論を簡条書

きする。i) $H_0/h_0 < 0.15$ かつ式(6)で計算される $K_r > 0.5$ の時、式(7)は実験結果とよく一致する。ii) 非線型性が十分に弱ければ、遡上高と初期汀線での先端速度水頭との関係式(10)は実験結果とよく一致する。iii) 段波形成によるエネルギー損失は全体の損失から考えると小さい。iv) 第一近似の波先端部でのエネルギー損失率を示すことができた。

本研究のエネルギー損失の議論においては仮定が多い。今後、この仮定の妥当性の検討が必要である。

謝 辞： 本研究を遂行するに当たり、東北大学首藤伸夫教授と秋田大学浅田 宏教授より有益なる御意見・御教示を賜わった。また、実験および資料整理を行うに際して本学卒研究生斉藤 浩君の助力を得た。ここに記して深甚なる感謝の意を表す。

参 考 文 献

- 1) Guza, R. T. and A. J. Bowen: Resonant Interactions for Waves Breaking on a Beach, 15th International Conference on Coastal Engineering, pp. 560~579, 1976.
- 2) Shuto, N.: Standing Waves in front of a Sloping Dike, Coastal Engineering in Japan, Vol. 15, pp. 13~23, 1972.
- 3) 梶浦欣二郎: 浅海での津波予測法の研究, 文部省科学研究費自然災害特別研究研究成果, No. A-52-2, pp. 115~123, 1977.
- 4) Ippen, A. T.: Estuary and Coastline Hydrodynamics, McGraw-Hill, New York, pp. 71~77, 1966.
- 5) 岩崎敏夫・真野 明・荒井 唯・吉田行伸: 引波を含む津波の一次元遡上に関する実験的研究, 第29回海岸工学講演会論文集, pp. 80~84, 1982.
- 6) 福井芳朗・中村 充・白石英彦・佐々木泰雄: 津波の研究(I)——段波津波の波速について——, 第9回海岸工学講演会講演集, pp. 44~49, 1962.