

二層流上の波の浅水変形

堺 茂樹*・瀬尾 暢宏**・柚 亨***
小野 敏行****・佐伯 浩*****

1. 緒 言

流れの存在する場での波の変形に関しては、水深変化及び流れの影響による屈折現象の研究、あるいは流れ上の波動解の誘導、浅水変形・砕波に及ぼす逆流の影響に関する二次元的実験等が多く行なわれてきている。しかし、河口より流出された流れと波浪の干渉を問題とする場合には、i) 海中での河川水の三次元的拡がり、ii) 海水上に河川水が拡がるいわゆる二層流としての効果、iii) 波浪の不規則性、などがさらに考慮されていかねばならないであろう。

本研究では、特に二層流の効果について着目する。まず河口付近での河川水の拡がりの概況を知るため現地観測を行った。また、淡水層内の流速分布を二、三仮定し、二層流上の波の線形解を誘導し、浅水変形の理論解を計算する。さらに、二層流上での波の浅水変形の実験的に明らかにし、理論解との比較を行う。

2. 河川水の拡がりに関する現地観測

河口より流出された河川水が、拡散する過程で砕波などにより海水と完全に混合し、砕波帯以深では密度差がないのであれば、浅水変形、特に砕波以前の変形に対する二層流の効果を考慮する必要はない。砕波帯を含む海域での塩分濃度分布を調べるため、札幌市を流れる新川河口を対象に、昭和58年8月25日～27日、9月6日～7日に現地観測を行った¹⁾。観測項目は海底地形、塩分濃度及び水温の鉛直分布、海面上での流向・流速、砕波帯の位置等である。図-1は海底地形及び砕波帯の位置(図中×印)である。河口に投入した浮子を2台のトランシットで追跡し、海面上での流向・流速を観測したのが図-2である。なお観測当日は無風であったので、風の影響はない。流線の間隔は河口からの距離に比例して拡がっている。図-2の流線に沿って塩分濃度の分布

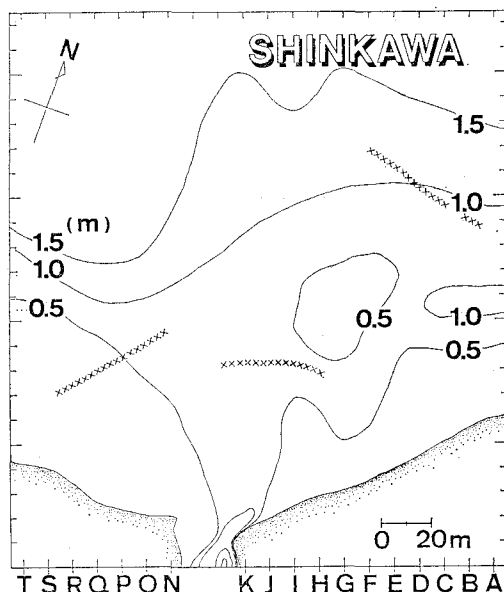


図-1 海底地形及び砕波帯の位置(×印)

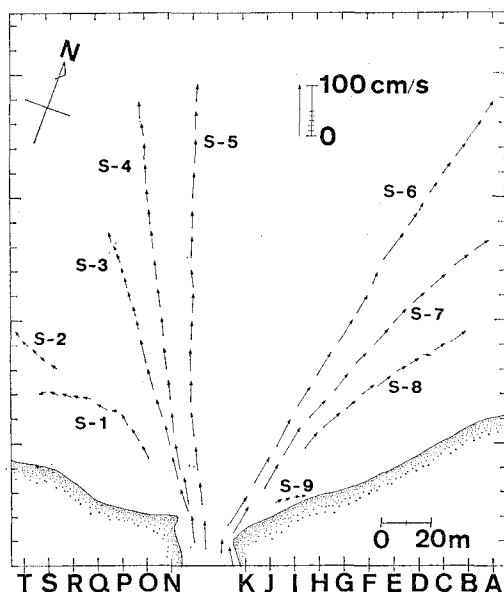


図-2 海面上の流向・流速

* 正会員 工修 岩手大学助手 工学部土木工学科
** 戸田建設(株)
*** 岩手県企業局
**** 北海道大学工学部
***** 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科

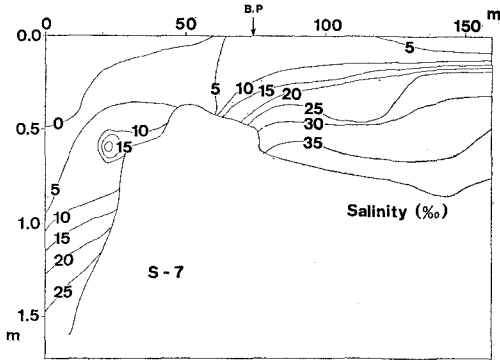


図-3 流線に沿った塩分濃度分布

を示したものの一例が図-3である。砕波帯以浅ではかなり深い水深まで淡水に近い濃度であり、また砕波帯以深では完全な淡水は存在しないものの、塩分濃度の低い部分が上方に層状に形成されており、二層流に近い流れが保持されている。

また室内実験に於いても、着色した淡水を塩水上に流し、砕波点前後の淡水層の状態を目視で観察したが、砕波点以深でも淡水はかなり明瞭に表層を形成しており、二層流の状態であった。これらのことより、河口からの流出量あるいは波浪の特性などによっては、砕波により河川水と海水が完全に混合し、二層流の形にならない場合もあり得るであろうが、本調査及び実験のような条件では砕波帯以深に於いて二層流上を波浪が進行していると考えるのが妥当である。

3. 理論解析

3.1 二層流上の波の線形解

図-4に示す座標系で二層流上の波動を考える。表層厚は h_1 、全体の水深は h である。密度を ρ 、波形を ζ 、波動成分を表わす流れ関数を ψ 、圧力を p として表層に関するものには添字 u を、底層に関するものには l を付けて表示する。表層での定常な流れを u_1 、底層では定常な流れがないものとし、

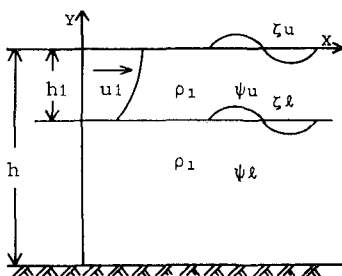


図-4 座 標 系

$$\left. \begin{aligned} \zeta_u &= a_0 \cos k(x-ct) \\ \zeta_l &= a_1 \cos k(x-ct) \\ \psi_u &= \varphi_u \cos k(x-ct) \\ \psi_l &= \varphi_l \cos k(x-ct) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

と仮定すると、線形化された表層及び底層での運動方程式、表面での力学的条件・運動学的条件、界面での力学的条件・運動学的条件（表層側及び底層側）、水底条件は、 $u_1, \rho, \zeta, \psi, p, k, c$ を用いて表わされる。

ψ_u は ζ_u と表層での運動方程式、表面での力学的及び運動学的条件によって決定されるが、この段階では二層である効果は含まれず、例えば浜田・加藤³⁾によって得られた一様水深での流れ上の波動解の第1次近似で波速の関係式を用いて整理する前の解に一致する。また ψ_l は ζ_l と底層の運動方程式、界面での運動学的条件、底面条件により求まるが、定常流が零であるから、表面波形を ζ_l とした場合の Airy 波に一致する。しかし、表層と底層での各々の波動解が界面での条件を満足しなければならないことから、二層流であることの影響は界面での運動学的条件(2)式と力学的条件(3)式に現われる。

$$\frac{\partial \zeta_l}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \zeta_l}{\partial x} = \frac{\partial \psi_u}{\partial x}, \quad y = -h_1 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$p_u = p_l, \quad y = -h_1 \quad \dots\dots\dots (3)$$

(2)式より、 ζ_u と ζ_l の関係、つまり a_0 と a_1 の関係が求まり、(3)式より波速 c の満足すべき条件が得られる。ここでは紙面の都合上、 ψ_u, ψ_l 等は割愛し、表層の流速分布を一様分布、三角形分布、放物線分布とした場合の a_0 と a_1 の関係と波速 c の関係式を示す。

(1) 一様分布

$$u_1(y) = u_{10} = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (4)$$

とし、 $kh_1 = \alpha$, $k(h-h_1) = r$, $g/k = g'$ と表わせば、

$$a_1 = a_0 \left\{ \cosh \alpha - \frac{g'}{(u_{10}-c)^2} \sinh \alpha \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

となり、波速 c の関係式を

$$b_0 + b_1 c + b_2 c^2 + b_3 c^3 + b_4 c^4 = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

とした場合の $b_0 \sim b_4$ は

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= \rho_u u_{10}^4 \sinh \alpha + g'^2 (\rho_l - \rho_u) \sinh \alpha \\ &\quad - \rho_l u_{10}^2 g' \cosh \alpha \\ b_1 &= -4 \rho_u u_{10}^3 \sinh \alpha + 2 \rho_l u_{10} g' \cosh \alpha \\ b_2 &= 6 \rho_u u_{10}^2 \sinh \alpha + \rho_l u_{10}^2 \cosh \alpha \coth \gamma \\ &\quad - \rho_l g' (\cosh \alpha + \sinh \alpha \coth \gamma) \\ b_3 &= -4 \rho_u u_{10} \sinh \alpha - 2 \rho_l u_{10} \cosh \alpha \coth \gamma \\ b_4 &= \rho_u \sinh \alpha + \rho_l \cosh \alpha \coth \gamma \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

(2) 三角形分布

$$u_1(y) = \frac{u_{10}}{h_1} (h_1 + y) \quad \dots\dots\dots (8)$$

と仮定し、 $u_{10}/kh_1 = \lambda$ と表わすと、

$$a_1 = -a_0 \frac{u_{10}-c}{c} \left\{ \cosh \alpha - \frac{g' + (u_{10}-c)\lambda}{(u_{10}-c)^2} \sinh \alpha \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

となり、一様分布の場合と比較すると、流速分布の影響 $(u_{10}-c)\lambda$ と界面で定常流が零となる影響 $-(u_{10}-c)/c$ が現われてくる。(6)式の $b_0 \sim b_4$ は

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= (\rho_l - \rho_u)g'(g' \sinh \alpha + \lambda u_{10} \sinh \alpha - u_{10}^2 \cosh \alpha) \\ b_1 &= -\rho_u \{ \lambda(u_{10}^2 \cosh \alpha - \lambda u_{10} \sinh \alpha - 2g' \sinh \alpha) + 2g' u_{10} \cosh \alpha \} \\ &\quad + \rho_l g'(2u_{10} \cosh \alpha - \lambda \sinh \alpha) \\ b_2 &= \rho_u (u_{10}^2 \sinh \alpha + \lambda u_{10} \cosh \alpha - \lambda^2 \sinh \alpha) \\ &\quad + \rho_l \{ (u_{10}^2 \cosh \alpha - g' \sinh \alpha - \lambda u_{10} \sinh \alpha) \coth \gamma - g' \cosh \alpha \} \\ b_3 &= -2\rho_u u_{10} \sinh \alpha - \rho_l (2u_{10} \cosh \alpha - \lambda \sinh \alpha) \coth \gamma \\ b_4 &= \rho_u \sinh \alpha + \rho_l \cosh \alpha \coth \gamma \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

(3) 放物線分布

$$u_1(y) = \frac{u_{10}}{h_1^2} (h_1^2 - y^2) \quad \dots\dots\dots (11)$$

と仮定し、

$$h_0^2 = h_1^2 \left(1 - \frac{c}{u_{10}} \right), \quad (kh_0)^2 = \beta$$

と表わすと、

$$a_1 = -a_0 \frac{u_{10}-c}{c} \left\{ Q_1 - \frac{g'}{(u_{10}-c)^2} Q_2 \right\} \quad \dots\dots (12)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= 1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\beta} \right) \alpha^2 + \left(\frac{1}{24} - \frac{1}{6\beta} \right) \alpha^4 \\ &\quad + \left(\frac{1}{720} - \frac{1}{120\beta} - \frac{1}{45\beta^2} \right) \alpha^6 \\ &\quad + \left(\frac{1}{40320} - \frac{1}{5040\beta} - \frac{1}{630\beta^2} - \frac{1}{90\beta^3} \right) \alpha^8 \\ Q_2 &= \alpha + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3\beta} \right) \alpha^3 + \left(\frac{1}{120} - \frac{1}{30\beta} - \frac{1}{15\beta^2} \right) \alpha^5 \\ &\quad + \left(\frac{1}{5040} - \frac{1}{840\beta} - \frac{1}{126\beta^2} - \frac{1}{35\beta^3} \right) \alpha^7 \\ &\quad + \left(\frac{1}{362880} - \frac{1}{45360\beta} - \frac{1}{3240\beta^2} - \frac{11}{2835\beta^3} - \frac{1}{63\beta^4} \right) \alpha^9 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

(6) 式の $b_0 \sim b_4$ は

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= -(\rho_l - \rho_u)g'(u_{10}^2 Q_1 - g' Q_2) \\ b_1 &= 2(\rho_l - \rho_u)g' u_{10} Q_1 - \rho_u u_{10} (u_{10}^2 Q_3 - g' Q_4) \\ b_2 &= 2\rho_u u_{10}^2 Q_3 + \rho_l (u_{10}^2 Q_1 - g' Q_2) \coth \gamma - (\rho_l - \rho_u)g' Q_1 \\ b_3 &= -\rho_u u_{10} Q_3 - 2\rho_l u_{10} Q_1 \coth \gamma \\ b_4 &= \rho_l Q_1 \coth \gamma \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} Q_3 &= \frac{\beta}{\alpha} + \frac{1}{3} \left(\frac{\beta}{2} - 2 \right) \alpha + \frac{1}{5} \left(\frac{\beta}{24} - \frac{2}{3} + \frac{1}{\beta} \right) \alpha^3 \\ &\quad + \frac{1}{7} \left(\frac{\beta}{720} - \frac{1}{20} + \frac{13}{90\beta} \right) \alpha^5 \\ &\quad + \frac{1}{9} \left(\frac{\beta}{40320} - \frac{1}{630} + \frac{17}{2520\beta} + \frac{1}{90\beta^2} \right) \alpha^7 \\ Q_4 &= \frac{\beta}{\alpha^2} + \frac{1}{2} \beta + \frac{1}{4} \left(\frac{\beta}{6} - \frac{4}{3} \right) \alpha^2 \\ &\quad + \frac{1}{6} \left(\frac{\beta}{120} - \frac{1}{5} + \frac{4}{15\beta} \right) \alpha^4 \\ &\quad + \frac{1}{8} \left(\frac{\beta}{5040} - \frac{1}{105} + \frac{8}{315\beta} + \frac{4}{105\beta^2} \right) \alpha^6 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

3.2 浅水変形の理論解

河川水が海水上に二層流として拡がる場合には、平面的な拡がりあるいは海水との混合などにより河川水の層厚はしだいに薄くなり、また二層の境界も不明瞭になるであろう。また連行の作用により海水は河川水と逆の向きの流速を持つことも考えられる。現実の河口付近の波浪の変形を考察するには、上記のような表層厚、表層流量及び底層流量の場所的変化を考慮に入れなければならないのであるが、ここでは表層厚及び流量は場所的に一定であり、底層では流れがないものとして計算する。なお密度は表層で 1.0、底層では 1.03 とし、以下のような無次元化を行う。 q を単位幅流量、 T を波の周期、 L を波長、 c を波速とすると、

$$\begin{aligned} q^* &= q/gT^3, & L^* &= L/gT^2 \\ c^* &= c/gT = L^*, & u_1^* &= u_1/gT \\ h_1^* &= h_1/gT^2, & h^* &= h/gT^2 \end{aligned}$$

また、表面流速 u_{10}^* は

$$\begin{aligned} \text{一様分布: } u_{10}^* &= q^*/h_1^* \\ \text{三角形分布: } u_{10}^* &= 2q^*/h_1^* \\ \text{放物線分布: } u_{10}^* &= 1.5q^*/h_1^* \end{aligned}$$

となる。

(1) 波速の変化

(6), (7), (10), (14) 式を上記の無次元化した式に変換し、水深変化に伴う波速の変化を計算すると、その変化特性は表層の流速分布の形状と q^* 及び h_1^* によって異なったものになる。図-5 によると、同一の h_1^* では q^* が大きい程、沖波波速に対する波速の比 c/c_0 は小さくなり、また同一の q^* では h_1^* が小さい程 c/c_0 が小さくなり、これは流れが表面近くに集中している場合の方が流れの影響を強く受けていることを示している。また流速分布による変化特性の違いは、 q^* 、 h_1^* が大きくなると現われ、 c/c_0 は一様分布、放物線分布、三角形分布の順に小さくなり、表面での流速が大きい分布形態、流れの影響が大きく現われることがわかる。

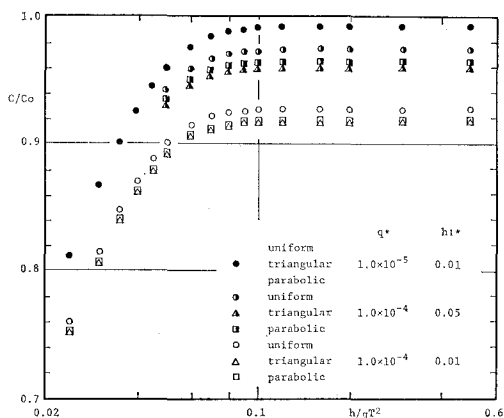


図-5 波速の変化の計算例

(2) 波高の変化

波高変化を計算するには、水深が変化しても energy flux は一定であるとした energy flux 法を用いるのが便利であるが、その場合には各水深での平均水面の変化を考慮する必要がある。運動が非回転であれば、Bernoulli の式を用いて平均水面の変化を考慮に入れた energy flux を計算することができるのであるが⁸⁾、三角形分布、放物線分布の場合には、定常流と波動成分の全体の運動は非回転ではないため、上記の方法が適用できない。流れ関数で表示された波動の平均水面の変化は現在のところ得られていないので、ここでは一様分布の場合のみを計算する。3.1 で得られた ψ を速度ポテンシャル ϕ に変換し、平均水面の変化を考慮した energy flux の式

$$W = -\rho u \int_{-h_1+\zeta_l}^{\zeta_u} \phi_{uz} \phi_{ut} dz - \rho l \int_{-h}^{-h_1+\zeta_l} \phi_{lx} \phi_{lt} dz \quad \dots\dots\dots (16)$$

を用い、沖波では表層が存在しなくなると仮定して計算すると、 q^* が大きい程、また h_1^* が小さい程浅水係数が大きくなり、同一の流量では表層が薄い程波高変化が大きくなっている。

4. 実験結果及び考察

4.1 実験装置及び方法

実験装置の概略を図-6に示す。比重を 1.03 に調整した塩水の上に、上流端に設置した水槽より一定流量の淡水(比重 1.0)を流し、沖側端の造波機により発生させた波の波高・波速を容量式波高計を用い、23 地点で測定した。水底勾配は 1/30 である。

有限な長さの水路に淡水を流入させるため、時間とともに淡水層厚及び水位が上昇するため、予め各流量でのこれらの時間的変化を測定した。その一例を図-7に示したが、図中の数値は斜面上流端からの距離であり、淡水層厚はある時間帯で場所的にもほぼ一定となることがわかった。そこで淡水層が時間的また場所的に定常と考えられるこの時間帯に波動も定常になるよう、造波開始の時間を調整し、流れ及び波動も定常となった状態で測定を行った。また淡水層内の流速分布をプロベラ式流速計で測定したのが図-8であり、3 節で仮定した流速分布形と比較すると、放物線分布が全体を通して最も近いようである。なお塩水層内の流速はプロベラ式流速計では検出されなかった。

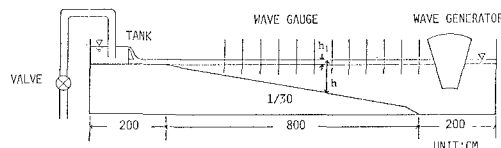


図-6 実験装置

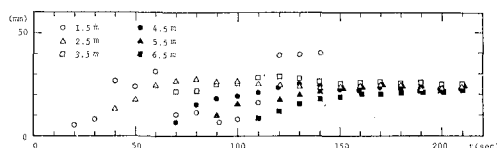


図-7 淡水層厚の時間的変化の例

実験に用いた流量及びその時の淡水層厚、波の周期は表-1 の通りである。

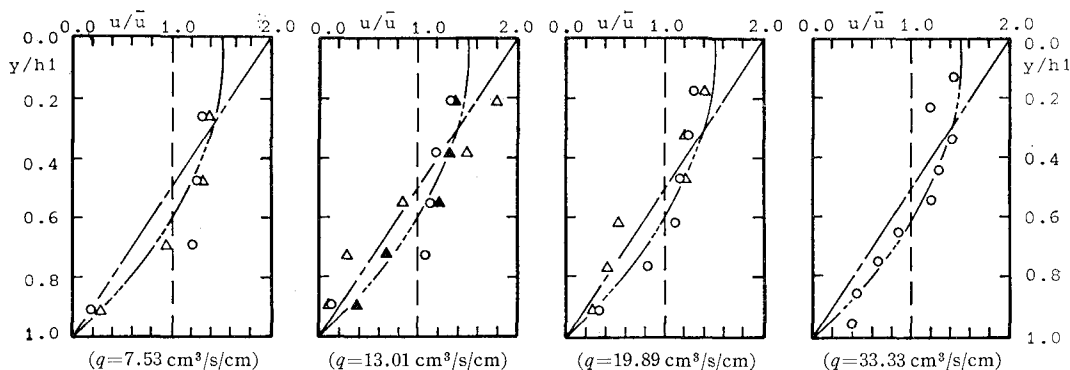


図-8 淡水層内の流速分布

○: 斜面上流端より 2.5 m 地点 △ ▲: 斜面上流端より 6.5 m 地点

表-1 実験条件

単位幅流量 (cm ³ /sec/cm)	7.53	13.01	19.89	33.33
淡水層厚 (cm)	2.3	2.9	3.4	4.8
周 期 (sec)	0.57 ~ 1.35			

4.2 実験結果及び理論解との比較

等密度の一樣流上の波浪では、 q^* と H_0^* (H_0/gT^2 , H_0 : 沖波波高) によって浅水変形の特性が決定されることから³⁾, 二層流に於いてもこれらが主要なパラメータになり得るか否かを調べるため, 同一の q^* , H_0^* の結果をまとめたのが 図-9, 10 である. h_1^* が各々若干異なっているが, ほぼ同一の変化をしており, q^* , H_0^* によって変形特性が決定されることが明らかとなった. 他の H_0^* , q^* での結果と比較すると, H_0^* 及び q^* が大きい程, 浅水係数は大きくなり, この傾向は等密度の一樣流の場合と全く同一である.

実験では淡水層が水深にかかわりなくほぼ一定であっ

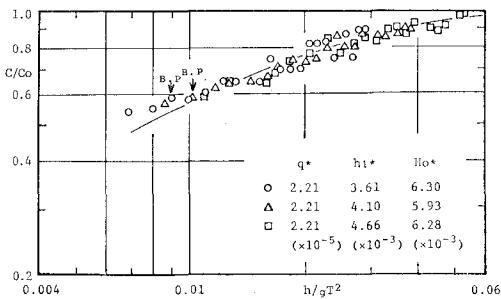


図-9 波速の変化

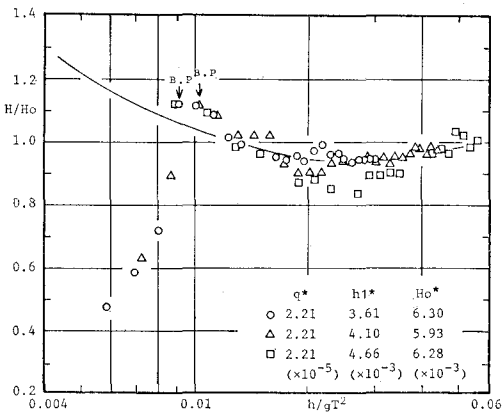


図-10 波高の変化

たこと, また塩水層では定常流が存在しなかったことから, 3 節で求めた二層流上の波動解の条件と一致しているので, 理論解との比較を行った. 図-9, 10 の実線が理論解である. 波速の変化では流速分布による違いが, 本実験の q^* 及び h_1^* の範囲では最大でも 0.6% であったので, 実験結果と比較する上では, 三者とも同一と見なし得る. 図より明らかなように, 波速の変化では砕波点直前までかなりよい近似を示しており, 波高の変化でも比較的良好に一致している. 以上のように, ここで用いた理論解は線形解であるにもかかわらず, 波速・波高とも定量的にも近似し得ることがわかった.

5. 結 語

二層流上の波の浅水変形に関し, 理論的また実験的に検討してきたが, 本研究での主な結論を要約すると,

- 1) 現地観測及び実験結果より, 砕波点以深に於いても二層流の状態になり得ることがわかった.
- 2) 表層内の流速分布を一樣分布, 三角形分布, 放物線分布と仮定した場合の二層流上の波動解が得られ, 水深変化に伴う波速の変化では, h_1^* , q^* が大きい場合に流速分布による違いが現われ, 同一の流量であれば表面流速が大きい分布形態, 流れの影響が大きくなる.
- 3) 二層流上の浅水変形の特性は, H_0^* , q^* によって決定されることが実験的に明らかとなった. また上記の理論解は砕波点近傍を除いてかなりよい近似を示す.

最後に, 現地観測に当っては東海大学札幌校舎泉 瀧講師, 日本データサービス(株)鈴木重信氏, 桜庭章彦氏の, 本論文執筆に際しては岩手大学工学部土木工学科笹本誠技官の協力を得たことを記し, ここに感謝の意を表します.

参 考 文 献

- 1) 堺 茂樹・瀬尾暢宏・泉 瀧・鈴木重信・桜庭章彦・小野敏行・佐伯 浩: 河口近傍の流れに関する現地観測結果について, 昭和 58 年度土木学会北海道支部論文報告集, pp. 255~260, 1984.
- 2) 浜田徳一・加藤 始: 流水の中の有限振幅波の計算, 第 10 回海講, pp. 1~6, 1963.
- 3) 堺 茂樹・佐伯 浩・尾崎 晃: 浅水変形に及ぼす流れの影響に関する基礎的研究, 第 29 回海講, pp. 70~74, 1982.