

# 修正伝達関数法による水粒子速度の一算定法

小山 裕 文\*・ 岩田好一朗\*\*・ 布 藤 省 三\*\*\*

## 1. 緒 言

海岸構造物に働く波力あるいは沿岸域における漂砂特性などを正確に把握するためには、浅海波の速度場の正確な推算が重要である。浅海波の水粒子速度の算定法として、Deanの流れ関数法<sup>1)</sup>が最も精度高いことが指摘されている<sup>2)</sup>。しかし、流れ関数法による算定には、反復計算を必要とするほか、例えば最大水粒子速度を求めるだけでも波形全体という多量の情報を必要とするなどの問題があり、工学上の諸問題の解決にあたって必ずしも広く利用されているとは言い難い。

本研究では、最も簡便であり、またよく利用されている線型伝達関数に、流れ関数法の水位-流速間の伝達関数をほぼ満たすような簡単な補正を加えることにより、修正伝達関数法を提案する。そして、水理実験により同手法による水粒子速度の算定の有用性を検討しようとするものである。

## 2. 修正伝達関数法

浅海波の水位変動は、波の非線型性及び海底勾配の影響により非対称形となり、既存の波動理論では、その表示が困難である。したがって、浅海波の非対称な流速波形を求める際にも、磯部ら<sup>3)</sup>のように、海底勾配などによる流速波形の形状パラメーターを導入しない限り、着目地点の水位変動を入力とする手法をとらざるを得ない。

ただし、流れ関数法のように、水位変動を基本周波数成分波とその高次の調和成分波の和の形で数値計算する手法は煩雑である。そこで、本論では、水粒子速度の時間波形が水位変動の波形に類似している(図-1 参照)ことに注目し、水位変動に伝達関数を直接乗じることにより、水粒子速度の時間波形を算出する手法について検討する。

### 2.1 水平水粒子速度に対する修正伝達関数

水平水粒子速度  $u(t)$  と水位変動  $\eta(t)$  は 図-1 に示す

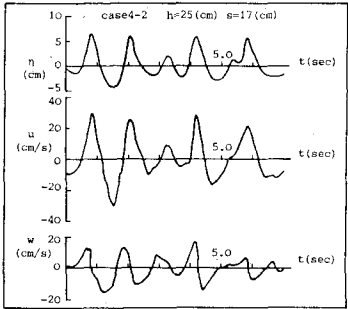


図-1 不規則波における  $\eta$  と  $u$ ,  $w$  の例

ように、互いのピーク値、ゼロ・クロス点の位相が一致していることから、次式による表示が可能となる。

$$u(t) = H_u \cdot \eta(t) \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $H_u$  は  $\eta$ - $u$  間の伝達関数である。この  $H_u$  に線型伝達関数を使うと次式を得る。

$$u(t) = \frac{2\pi}{T} \frac{\cosh ks}{\sinh kh} \eta(t) \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $T$ : 周期、 $k$ : 波数、 $s$ : 底面よりの距離、 $h$ : 水深、を示す。しかし、式(2)による  $u(t)$  は、 $\eta \leq 0$  の場合は実測値と良く合うものの、 $\eta > 0$  ではかなりの過大評価となる。そこで  $\eta > 0$  の場合、補正関数  $f$  を次の形で導入する。

$$u(t) = \frac{2\pi}{T} \frac{\cosh ks}{\sinh k(hf)} \eta(t) : \eta > 0 \dots\dots\dots (3)$$

この補正関数  $f$  を左右対称な波に対し計算された Dean の Stream Function Table<sup>4)</sup>を用いて定式化する。

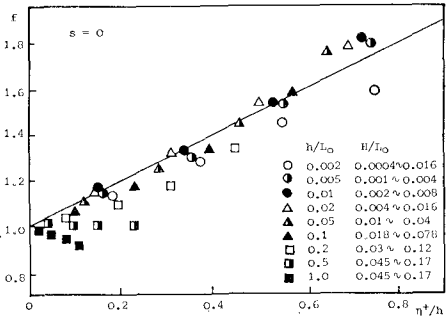


図-2 Stream Function Table による補正係数  $f$  ( $s=0$ )

\* 正会員 工修 日本テトラポッド(株)新潟支店金沢営業所  
\*\* 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科  
\*\*\* 学生員 名古屋大学大学院 土木工学専攻

具体的には、まず式(2)による算定が最も過大評価となる波頂  $\eta^+$  通過時の水底面 ( $s=0$ ) 及び波頂 ( $s=h+\eta^+$ ) における  $\eta$ ,  $u$ ,  $w$  の値を Table から読みとる。ついで、この  $\eta$ ,  $u$ ,  $w$  を式(3)に代入して  $f$  計算する。本論では式(4)で近似した。

$$\left. \begin{aligned} f &= 1 + \eta^+ / h : s = 0 \\ f &= 1 : s = h + \eta^+ \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

図-2 は  $s=0$  における式(4)の第1式の適合度を示したものである。同図より水深波長比  $h/L_0 \leq 0.2$  の範囲では式(4)が有効な近似式となっていることがわかる。なお、 $s=h+\eta^+$  における近似式  $f=1$  についてもその有効範囲は  $h/L_0 < 0.2$  程度であった。

さらに式(4)の  $\eta^+$  を  $\eta$  ( $>0$ ) に拡張し、さらに  $0 < s < h + \eta^+$  については式(4)の2つの式の間に直線関数を仮定すると、一般的な補正関数  $f$  として次式を得る。

$$f = 1 + \frac{\eta}{h} \left\{ 1 - \frac{s}{(h+\eta)} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

式(5)を式(3)に代入すると式(6)を得る。なお、同式には  $\eta \leq 0$  に対する式(2)も同時に示してある。なお、式(6)の適用範囲は  $f$  の近似度より  $h/L_0 < 0.2$  と考えられる。

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= \frac{2\pi}{T} \frac{\cosh ks}{\sinh k[h+\eta\{1-s/(h+\eta)\}]} \eta(t) : \eta(t) > 0, \\ u(t) &= \frac{2\pi}{T} \frac{\cosh ks}{\sinh kh} \eta(t) : \eta(t) \leq 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

## 2.2 鉛直水粒子速度に対する修正伝達関数法

一方、鉛直水粒子速度  $w$  は  $u$  の表示型式(式(1))と連続式  $\partial u / \partial x + \partial w / \partial s = 0$  より、本来  $\partial \eta / \partial x$  ( $x$ : 波の進行方向座標系) の関数形となることが考えられる。しかし、表示式中に  $\partial \eta / \partial x$  を含むのは計算が煩雑になるので実用上好ましくない。図-1によれば、 $w$  のピーク値が  $\eta$  あるいは  $u$  のゼロ・アップ点に対応していることから、 $w(t)$  を  $\eta(t)$  にずらし時間  $\Delta t$  を考慮した次式に示す表示とした。

$$\left. \begin{aligned} w(t) &= H_w \cdot \eta(t + \Delta t) \\ &= H_{w-u} \cdot u(t + \Delta t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $\Delta t$ :  $\eta$  のゼロ・アップ点から波頂までの時間、 $H_w$ :  $w(t) \sim \eta(t + \Delta t)$  間の伝達関数、 $H_{w-u}$ :  $w(t) \sim u(t + \Delta t)$  間の伝達関数である。

一方、Stream Function Table を使って鉛直最大水粒子速度  $w^+$  と水平最大水粒子速度  $u^+$  の関係を見ると、アーセル数  $U_r < 100$  程度までは、底面付近から水面付近まで線型理論と同様の式(8)の関係が有効と考えられる(図-3 参照)。

$$w^+ / u^+ = \tanh ks \dots\dots\dots (8)$$

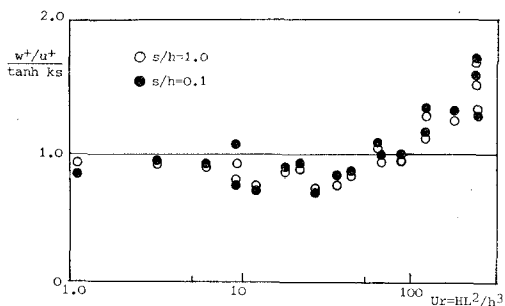


図-3  $w^+ = u^+ \cdot \tanh ks$  の成立領域 (Stream Function Table より)

これより、かなり大担ではあるが、本論では式(9)で  $w$  の算定を行なう。

$$w(t) = \tanh ks \times u(t + \Delta t) \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $u(t + \Delta t)$  は式(6)により計算される。なお、式(9)の適用範囲は式(6)と式(7)の適用範囲より  $h/L_0 < 0.2$ ,  $U_r \leq 100$  と考えられる。

式(6), (9)が本論で提案する修正伝達関数法による水平・鉛直水粒子の算定式である。

図-4 は Stream Function Table の値と修正伝達関数法による値を比較した一例である。同図によれば、 $w(t)$  に関しては、提案式の値と Dean の値に差異が認められるものの、 $u(t)$  に対しては両者の値はよく一致している。

## 3. 水理実験

実験は名古屋大学土木工学教室の二次元造波水槽(長さ 25 m, 幅 0.7 m, 深さ 0.95 m)で行なわれた。実験種目は、表-1 に示す通り 10 ケースとした。水位の計測は電気容量式水位計、水粒子速度の計測はキャンティレーバー型流速計<sup>5)</sup>で行なった。測定点は、水平方向には水槽最深部から水深  $h=1$  cm に至るまで、鉛直方向には底面より 1.5 cm 上から波頂付近まで数多く設けられている。

さらに実験により得られた水位変動をもとに、提案式及び流れ関数法により水粒子速度の計算を行なった。ここで流れ関数法による計算に際しては、一周期の波形を 20 分割し、6 回の繰り返し計算を行なって、波頂部の

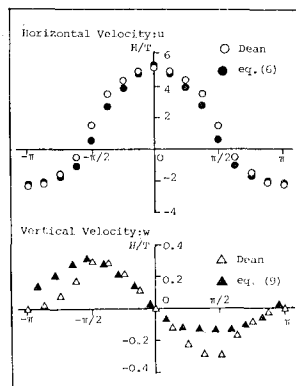


図-4 Dean の Stream Function Table による  $u$ ,  $w$  の一例 ( $H/L_0 = 0.029$ ,  $d/L_0 = 0.05$ ,  $s/h = 0.1$ )

表-1 実験ケース

| ケース<br>番号 | 勾配<br>$i$ | 周期<br>$T, T_{1/3}$<br>(sec) | 造波機<br>前面波高<br>$H, H_{1/3}$<br>(cm) | 造波機<br>前面水深<br>$h_0$<br>(cm) | 砕波<br>水深<br>$h_b$<br>(cm) | 砕波<br>波高<br>$H_b$<br>(cm) | 規則波<br>不規則波 |
|-----------|-----------|-----------------------------|-------------------------------------|------------------------------|---------------------------|---------------------------|-------------|
| 1-1       | 1/15      | 1.43                        | 15.4                                | 63                           | 15.0                      | 14.8                      | 規則波         |
| 1-2       | 1/15      | 1.10                        | 10.4                                | 63                           | 14.0                      | 10.9                      | "           |
| 1-3       | 1/15      | 0.84                        | 11.5                                | 63                           | 21.5                      | 11.3                      | "           |
| 2-1       | 1/8       | 1.10                        | 9.7                                 | 63                           | 15.0                      | 10.4                      | "           |
| 2-2       | 1/8       | 1.00                        | 11.8                                | 63                           | 15.0                      | 11.9                      | "           |
| 3-1       | Step      | 0.89                        | 9.0                                 | 35                           | 10.0                      | 10.2                      | "           |
| 3-2       | Step      | 1.06                        | 15.1                                | 50                           | 25.0                      | 16.0                      | "           |
| 3-3       | Step      | 1.00                        | 14.1                                | 44                           | 19.0                      | 14.8                      | "           |
| 4-1       | 1/15      | 1.08                        | 11.3                                | 63                           | —                         | —                         | 不規則波        |
| 4-2       | 1/15      | 1.32                        | 10.3                                | 63                           | —                         | —                         | "           |

水平水粒子速度の5回目と6回目の相対誤差が1%未満の範囲で基本解を求め水粒子速度を算出している<sup>6)</sup>。

#### 4. 結果とその考察

##### 4.1 規則波

##### (1) 水粒子速度の時間波形

まず、本論で提案する修正伝達関数法による計算波形と実測波形の対応性について検討する。図-5は修正伝達関数法と流れ関数法による水粒子速度の計算波形と実測波形の比較を示したものであり、(a)は砕波前、(b)は砕波点、(c)は砕波後の波である。

砕波前の波については、図-5(a)に示すように、水平鉛直水粒子速度  $u(t)$ ,  $w(t)$  とともに実測値と修正伝達関数法による計算値と流れ関数法による計算値は良い一致を示している。

次に、砕波点及び砕波後の波については、水平水粒子速度  $u(t)$  に対する修正伝達関数法による計算値は、図-5(b), (c)に示すように流れ関数法による計算値と同様、実測値との対応性はかなり良い。したがって、浅海波の  $u(t)$  を求める場合には、より簡便な修正伝達関数法が非常に有用であると思われる。

一方、鉛直水粒子速度  $w(t)$  に対する修正伝達関数法による計算値は、全体的には流れ関数法による算定より精度が悪いことが予想される。しかし、図-5(b), (c)に示すようなアーセル数 100 以下で、非対称性の強い波に対しては、流れ関数法と比べても比較的良好な評価を

することがわかった。ただし、後述するように、底面近くの  $w(t)$  に関しては、流れ関数法、修正伝達関数法ともかなりの過小評価となる。

##### (2) 水平・鉛直水粒子速度の鉛直分布

水平方向の水粒子速度の向岸方向と離岸方向の最大値 ( $u^+$ ,  $u^-$ ) の鉛直分布と、鉛直方向の水粒子速度の上向方向と下向方向の最大値 ( $w^+$ ,  $w^-$ ) の鉛直分布の実験値と計算値の比較例が図-6に示されている。ここで、図-6(a)は砕波点、図-6(b), (c)はそれぞれ spilling 型砕波と plunging 型砕波の砕波直後の地点である。図中には、線型理論、流れ関数法及び修正伝達関数法による計算値も示してある。

まず、図-6(a)~(c)の  $u^+$ ,  $u^-$  の鉛直分布に対する各手法の計算値の適合性を見ると、修正伝達関数法と流れ関数法が、ともに精度良くその鉛直分布を表わしていることがわかる。ここで流れ関数法による鉛直分布は、一周期にわたる水位変動を入力とし、反復計算により求められている点を考慮すると、修正伝達関数法の簡便さが理解されよう。

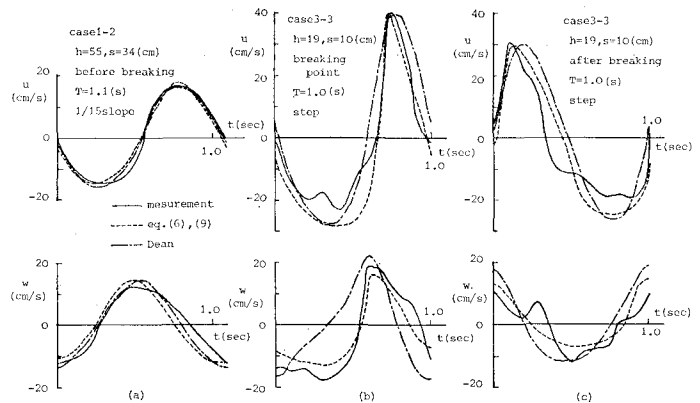


図-5 水粒子速度の時間波形計算例

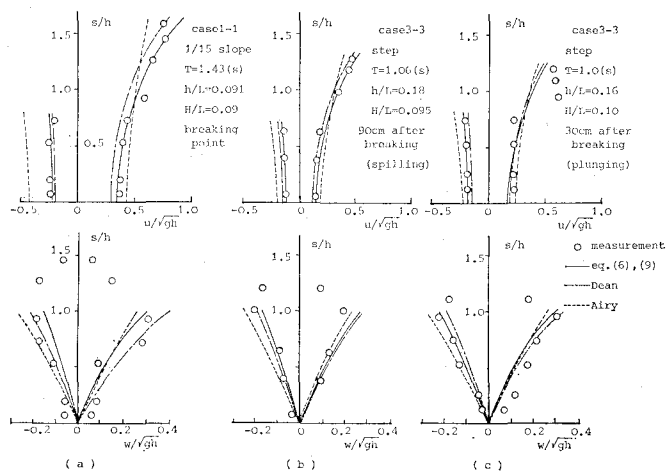


図-6 流速最大値の鉛直分布の各種理論の比較

ただし、図-6(c)に示す plunging 型砕波の砕波後の  $u^+$  の鉛直分布に限っては、静水面上で一様に卓越した  $u^+$  が発生する特異な分布となる。これに対して、修正伝達関数法、流れ関数法とも過小評価する傾向にある。

一方、 $w^+$ ,  $w^-$  の鉛直分布に対しては、各手法による計算値に顕著な差異が認めにくいものの、この中では流れ関数法による評価が最も良いと判断される。ただし、底面付近の  $w^+$ ,  $w^-$  に対しては各計算値とも、かなり過小評価となっている。これは灘岡ら<sup>2)</sup>も指摘するように、海底斜面の効果のため、底面に沿った流速の鉛直成分が存在しているためと考えられる。また、ここでは静水面より上の領域での計算値は示していないが、実測値から推察すると、 $w^+$ ,  $w^-$  とともに静水面で極大値をとり、波頂に至るまで、ほぼ直線的に減少する傾向になるようである。

水平水粒子速度の最大値  $u_{\max}^+$  (波頂部における  $u^+$ ) の浅水変形について若干触れておく。図-7は case 2-2 における  $u_{\max}^+$  の浅水変化を示す。図中には修正伝達関数法(式(10))と流れ関数法の値も示されている。

$$u_{\max}^+ = \frac{2\pi}{T} \frac{\cosh k(h+\eta^+)}{\sinh kh} \eta^+ \dots\dots\dots (10)$$

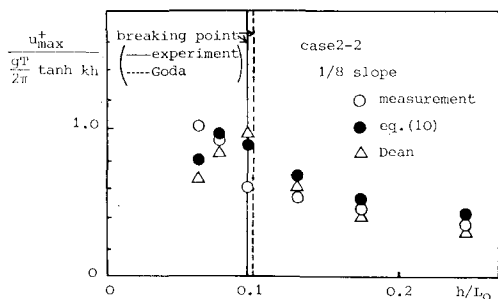


図-7 case 2-2 における最大水平水粒子速度

同図より、修正伝達関数法と流れ関数法による計算値は、ほぼ一致しているものの、砕波点で浅では、両手法とも実測値との対応性が悪いことがわかる。

この理由としては、(i) 砕波の波頂のごく近くで瞬間的に発生する  $u_{\max}^+$  を正確に計測できなかったこと、(ii) 斜面からの反射により、見かけ上増大された波形に対し、水平床の理論をそのまま用いたため過大評価したこと、などがあげられる。なお、急勾配斜面の砕波点において、 $u_{\max}^+$  と波速を計測した例としては、Hedges<sup>9)</sup>のものがあるが、本実験と同様、 $u_{\max}^+$  はそれほど大きくならず、砕波点でもせいぜい波速の 0.3~0.5 倍程度であることが報告されている。

#### 4.2 不規則波

不規則波に対し、流れ関数法、修正伝達関数法を使って時間波形を計算する場合は、波別解析法により、波を

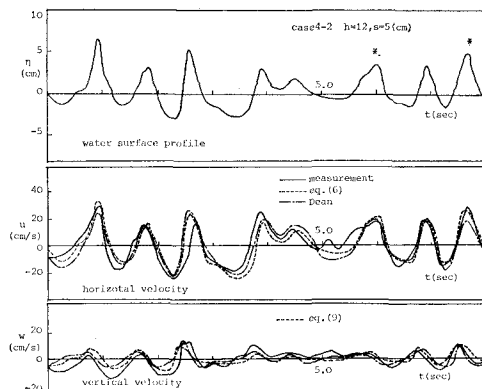


図-8 不規則波における水粒子速度の時間波形 (case 4-2,  $h=12$  cm,  $s=5$  cm)

一波一法定義する必要がある。本論では、ゼロ・ダウクロス法を使った。

計算値と実測値の一例を図-8に示す。なお、式(9)による  $w(t)$  の計算に際して、 $\Delta t$  には、図-8に含まれる各波の  $\eta$  におけるゼロ・アップ点から波頂までの時間の平均値を用いた。

まず、水平方向水粒子速度  $u(t)$  を取り挙げる。図-8に一例として示されるように、砕波が少ない規則波については、修正伝達関数法は流れ関数法と同様、比較的良く実測値と対応する。しかし、一周期の平均水位が静水位よりかなり大きくなる波(図中\*印)については、流れ関数法の計算値は、修正伝達関数法の値に比して、実験値との対応性が悪い。

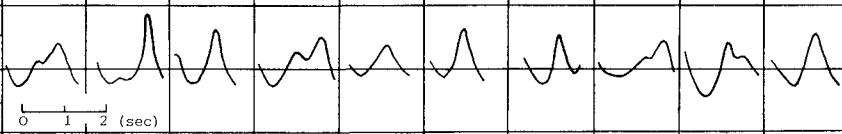
一方、 $w(t)$  については、修正伝達関数法、流れ関数法とも、 $u(t)$  ほど実測値との対応性は良くない。この原因の1つには、Deanrichら<sup>8)</sup>も指摘したように、不規則波の  $w$  を評価する際、 $w$  のピーク値の決定に重要なゼロ・クロス点を分断する波別解析法を用いたことがあげられる。

最後に、不規則波の静水面より 2 cm 上の  $u^+$  に対する計測例を表-2に示す。表の上段には、 $u^+$  が観測された波の水位変動を番号とともに示している。一方、この水位変動を用いて修正伝達関数法、流れ関数法により算定した値についても表中に示してある。

修正伝達関数法は流れ関数法に比べれば、全体的に良い評価をしているものの No. 1, 4, 8, 9 のような双頭型の波形に対してはかなり過小評価となっている。これは、双頭型波形をゼロ・ダウクロス法で定義した場合、一般に周期が長くなるため、精度が下がったものと推察される。

以上、不規則波に対する修正伝達関数法の適用性について論議してきた。ゼロ・ダウクロス法で定義された波に、修正伝達関数法あるいは流れ関数法を用いる場合、いわゆる“規則波的”な波に対しては比較的良くあ

表-2 不規則波の静水面上における  $u^+$  の計算例と計算例  
(case 4-2,  $h=21$  cm,  $s=23$  cm)

| Wave No.                          | 1                                                                                  | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
|-----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Water Elevation<br>$\eta(t)$ (cm) |  |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| Period $T$ (sec)                  | 1.52                                                                               | 1.39 | 0.97 | 1.61 | 0.97 | 0.94 | 0.90 | 1.68 | 1.61 | 1.13 |
| Wave Height $H$ (cm)              | 6.4                                                                                | 10.7 | 8.8  | 7.5  | 3.5  | 7.6  | 9.2  | 5.5  | 9.1  | 8.7  |
| $u^+$ (measurement) (cm/s)        | 40.0                                                                               | 56.1 | 50.9 | 46.2 | 26.8 | 48.4 | 46.5 | 44.7 | 46.5 | 43.2 |
| $u^+$ (Stream Function) (cm/s)    | 22.7                                                                               | 51.7 | 41.3 | 25.0 | 18.7 | 31.0 | 34.5 | 21.9 | 31.0 | 34.4 |
| $u^+$ (eq. (6)) (cm/s)            | 29.4                                                                               | 62.0 | 53.4 | 31.8 | 25.3 | 50.5 | 40.9 | 31.2 | 31.4 | 46.7 |

うが、不規則波特有の波に対しては精度が悪くなる。このとき、波別解析法により周期のみを定義すればよい修正伝達関数法の方が、波形自体も定義する必要がある流れ関数法より、波別解析法による弊害が少ないようである。しかし、程度の差はあっても、これらの手法を不規則波に適用する場合、“どのように波を定義するか”という問題が重要であることは確かである。

## 5. 結 論

本論で提案した修正伝達関数法は、鉛直水粒子速度の算定式には改良の必要があるものの、浅海域の水平水粒子速度の評価に際しては、きわめて有力な手法であることがわかった。しかしながら、とくに急斜面の砕波帯内における評価、不規則波に対する取り扱い等には多くの問題があり、今後の検討が必要であろう。

## 参 考 文 献

- 1) Dean, R. G.: Stream function representation of

nonlinear ocean waves, Jour. of Geophy. Res., Vol. 70, pp. 4561~4572, 1965.

- 2) 灘岡和夫・近藤隆道・田中則男: レーザー・ドップラー流速計による砕波帯内の流速場の構造の解明, 港研報告, 第21巻2号, pp. 49~106, 1982.
- 3) 磯部雅彦・堀川清司: 砕波帯付近における流速場の浅水変化に関する研究, 第28回海講, pp. 5~9, 1981.
- 4) Dean, R. G.: Evaluation and development of water wave theories for engineering application, U.S. Army Corps. Eng., CERC, Spec. Report, No. 1, 534 p.p., 1974.
- 5) 岩田好一朗・小山裕文・布藤省三: 砕波後の波動エネルギーの変化に関する実験的研究, 第30回海講, pp. 10~14, 1983.
- 6) 岩垣雄一・酒井哲郎: Stream Function Theory による斜面上の砕波の水粒子速度の表現について, 第21回海講, pp. 27~32, 1974.
- 7) Hedges, T. S. and M. S. Kinkgöz: An experimental study of the transformation zone of plunging breakers, Coastal Eng. 4, pp. 319~333, 1981.
- 8) Deamrich, K. F., W. D. Eggert and S. Kohlhasse: Investigation of irregular waves in hydraulic model, Proc. 17th ICCE, pp. 186~203, 1980.