

砕波帯付近における不規則波の水粒子速度の計算法

磯 部 雅 彦*・大 中 晋**

1. 序 論

海の波に関して、波形のみならず水粒子速度を正確に記述することは、漂砂、波力などの海岸工学の諸問題において重要である。しかし、砕波帯付近では、波の有限振幅性や波形変化が著しく、従来の線形波動理論では現象を精度よく記述することができない。本研究では、砕波帯近傍での水面変動記録から、特に水平水粒子速度を精度よく計算する方法について議論する。

Thornton・Krapohl¹⁾は、砕波帯外の1点において水面変動と水粒子速度の現地観測を行ない、それらの関係が線形理論によるものに近いことを示した。しかし、Guza・Thornton²⁾による砕波帯内外での現地観測結果を見ると、砕波点付近で線形理論によって波形から求めた水平流速のパワースペクトルは測定値を上まわっている。また磯部ら³⁾においても、砕波点付近から砕波帯内で理論値が実測値を上まわる傾向があることを指摘している。さらに Hotta ら⁴⁾は、汀線近傍における波の長周期波成分が斜面上の重複波であると考えられることを示した。以上のことから、砕波帯内で従来の微小振幅進行波理論に基づく線形フィルター法で流速を計算すると、かなりの過大評価となるとともに、部分重複波の影響も無視されてしまうことになる。そこで本研究では、従来の線形フィルター法に対し、砕波帯外から砕波帯内で計算精度を向上させるように、実験的に求めた補正係数を導入する。さらに、長周期波の影響が大と考えられる周波数領域において、部分重複波としての伝達関数を新たに使用することにより流速を計算し、現地観測結果と比較する。また、流れ関数法によって一波ごとに計算された流速波形を接続する方法の適用性も検討する。

2. 現 地 観 測

本研究において使用したデータは、1982年9月に茨城県大洗海岸にて行なわれた現地観測⁵⁾により得られたものである。容量式波高計および電磁流速計7台により、1地点での水面変動、および流速の鉛直分布の測定

を行なった。測定地点は砕波帯外から砕波帯内に至る6地点である。

まず、水面変動と岸沖流速とのクロススペクトルを計算し、伝達関数 $|H|$ および位相差 δ を求めた結果を図-1に示す。対応する観測条件は表-1に示されている。伝達関数について、(a)の砕波帯外では微小振幅波理論から得られる値よりも若干小さいものの、両者はほぼ等しい。(b)の砕波点付近になると理論値よりもかなり小さくなり、(c)の砕波帯内になると理論値よりも4割ほど小さくなっている。位相差については(a),(b)ではほぼ0となり、理論と一致するが、(c)では若干の位相遅れが見られる。

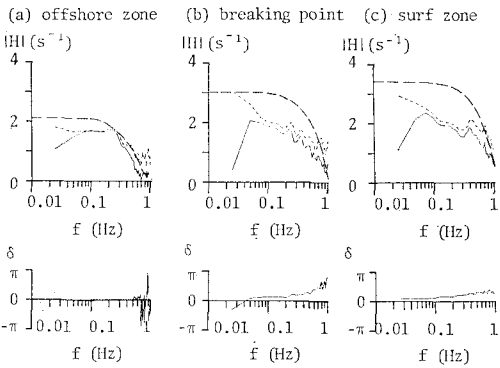


図-1 水面変動から岸沖流速への伝達関数、位相差
(実線：クロススペクトルからの値、点線：パワー
スペクトルの比の平方根、破線：微小振幅波理論)

表-1 観 測 条 件

	(a) 砕波帯外	(b) 砕波点付近	(c) 砕波帯内
平均水深 (m)	2.88	1.06	0.85
有義波高 (m)	0.69	0.98	0.64
有義波周期 (s)	6.7	7.2	7.3

次に長周期波成分について調べるために、特にその影響が大きいと考えられる砕波帯内の実測データを用いて、数値ローパスフィルターにより長周期波成分を抽出し、スペクトル解析を行なった結果を示すのが図-2である。低周波数側に着目すると、位相が交互に反転する

* 正 会 員 工 博 横浜国立大学助教授 工学部土木工学科
** 学生会員 横浜国立大学大学院 工学研究科

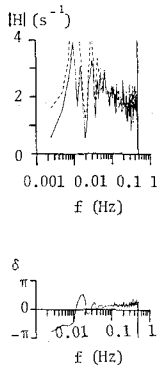


図-2 長周期波成分の水面変動から流速変動への伝達関数, 位相差

(碎波帯内, 実線, 点線: 図-1 と同様)

など, 重複波の性質を示していることがわかる。しかし, 完全重複波のように $-\pi/2$ と $\pi/2$ の間を不連続に変化するほど顕著ではないので, 長周期波成分を部分重複波と見なすのが妥当である。

3. 計算方法

(1) 線形フィルター法の概略

まず, 線形重ね合わせ法の一つである線形フィルター法^{9), 7), 8)}の概略を説明する。

水面変動記録を $\eta(t)$, 岸沖流速など計算したい波動量を $\xi(t)$ とし, それぞれのフーリエ変換を $F_\eta(\sigma)$, $F_\xi(\sigma)$ とすると,

$$F_\eta(\sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} \eta(t) e^{i\sigma t} dt \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$F_\xi(\sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi(t) e^{i\sigma t} dt \quad \dots\dots\dots (2)$$

と表わされる。ここで伝達関数を $H(\sigma)$ とすると,

$$F_\xi(\sigma) = H(\sigma) F_\eta(\sigma) \quad \dots\dots\dots (3)$$

である。 $\xi(t)$ は $F_\xi(\sigma)$ のフーリエ逆変換により求められるが, これに式 (3) および (1) を代入して整理すれば,

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \eta(t-\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。ここに, $h(\tau)$ は $H(\sigma)$ のフーリエ逆変換であり,

$$h(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\sigma) e^{-i\sigma\tau} d\sigma \quad \dots\dots\dots (5)$$

と表わされる。式 (4) を見ると, η に対してフィルター $h(\tau)$ をかけたものが $\xi(t)$ となっているので, この計算法が線形フィルター法と呼ばれる。

ここで, $H = H_R + iH_I$ のように実数部と虚数部に分けると, 通常 $H_R(\sigma)$ は偶関数, $H_I(\sigma)$ は奇関数となる。この場合,

$$h_R(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} H_R(\sigma) \cos \sigma\tau d\sigma \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$h_I(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} H_I(\sigma) \sin \sigma\tau d\sigma \quad \dots\dots\dots (7)$$

とおけば,

$$\begin{aligned} \xi(t) = & \int_0^{\infty} h_R(\tau) \{\eta(t-\tau) + \eta(t+\tau)\} d\tau \\ & + \int_0^{\infty} h_I(\tau) \{\eta(t-\tau) - \eta(t+\tau)\} d\tau \quad \dots\dots (8) \end{aligned}$$

により, 実数を用いて計算することができる。なお, H は, 通常岸沖流速に対して実数, 鉛直流速 w に対して純虚数となる。

以上により, 伝達関数 $H(\sigma)$ が与えられれば, データとは無関係に式 (6) および (7) により線形フィルター $h_R(\tau)$ および $h_I(\tau)$ が計算され, 水面変動記録 $\eta(t)$ から式 (8) により任意の波動量 $\xi(t)$ が計算されることになる。

(2) 進行波領域における伝達関数

2. で示したように, 測定された水平流速の伝達関数は, 碎波帯外から碎波帯内に進むにつれて, 波の有限振幅性のために徐々に微小振幅波理論から得られる値より小さくなっている。したがって進行波領域と考えられる周波数帯では, 微小振幅波理論から得られる伝達関数に補正係数をかけることにより, 実測結果を近似する伝達関数を求めることにする。

微小振幅波理論より, 進行波における水面変動と岸沖流速の伝達関数 $H_s(\sigma)$ は,

$$H_s(\sigma) = \sigma \frac{\cosh kz}{\sinh kd} \quad \dots\dots\dots (9)$$

と表わされる。ここに, d は水深, z は底面からの高さを表わす。波数 k は, 重力加速度を g として, 角周波数 σ より, 分散関係式

$$\sigma^2 = gk \tanh kd \quad \dots\dots\dots (10)$$

により計算される。この伝達関数に対する補正係数を α とし, 補正された伝達関数を $H(\sigma)$ とすれば,

$$H(\sigma) = \alpha \sigma \frac{\cosh kz}{\sinh kd} \quad \dots\dots\dots (11)$$

である。ここで, 実測結果によると, 補正係数の値は有義波高水深比 $H_{1/3}/d$ の関数として,

$$\alpha = 1 - 0.5(H_{1/3}/d)^2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

のように近似される⁹⁾。

(3) 部分重複波領域における伝達関数

長周期波成分に対しては, 部分重複波として伝達関数を求める。

まず, 斜面上の微小振幅長波の解は, Bessel 関数 J_0 と Neuman 関数 Y_0 の線形結合で表わすことができる¹⁰⁾。今, 岸向きおよび沖向きの進行波成分に対する水面変動を η_+ および η_- とすると,

$$\eta_+ = \{J_0(\zeta) - iY_0(\zeta)\}e^{-i\omega t} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\eta_- = \{J_0(\zeta) + iY_0(\zeta)\}e^{-i\omega t} \quad \dots\dots\dots (14)$$

と表わされる。ここに、

$$\zeta = 2\sigma\sqrt{(-x)/g \tan \beta} \quad \dots\dots\dots (15)$$

であり、 x は汀線を原点として岸向きを正にとった座標、 β は海底勾配である。

部分重複波を考えるために、入射波高を a_I 、反射率を r とおくと、水面変動 η は、

$$\eta = a_I[(1+r)J_0(\zeta) - i(1-r)Y_0(\zeta)]e^{-i\omega t} \quad \dots\dots (16)$$

であり、これに対する岸沖流速は、

$$u = -ia_I\sqrt{g/d} \times [(1+r)J_1(\zeta) - i(1-r)Y_1(\zeta)]e^{-i\omega t} \quad \dots (17)$$

となる。したがって伝達関数は、式 (16) および (17) より、

$$H(\sigma) = -i\sqrt{\frac{g}{d}} \frac{(1+r)J_1(\zeta) - i(1-r)Y_1(\zeta)}{(1+r)J_0(\zeta) - i(1-r)Y_0(\zeta)} \quad \dots\dots\dots (18)$$

となる。ここで分母を有理化して実数部と虚数部に分ければ、

$$H_R(\sigma) = \sqrt{\frac{g}{d}} \frac{2(1-r^2)/\pi\zeta}{(1+r)^2J_0^2(\zeta) + (1-r)^2Y_0^2(\zeta)}$$

$$H_I(\sigma) = -\sqrt{\frac{g}{d}} \times \frac{(1+r)^2J_0(\zeta)J_1(\zeta) + (1-r)^2Y_0(\zeta)Y_1(\zeta)}{(1+r)^2J_0^2(\zeta) + (1-r)^2Y_0^2(\zeta)} \quad \dots\dots\dots (20)$$

を得る。

長周期波成分が顕著な砕波帯内においては、ある角周波数 σ_0 を境として、 $\sigma \geq \sigma_0$ に対して進行波の伝達関数を表わす式 (11)、 $\sigma < \sigma_0$ に対して部分重複波の伝達関数を表わす式 (19) および (20) を用いればよい。

4. 計算値と実測値との比較

以下においては、時系列グラフにより水平流速の実測値と計算値を、砕波帯外、砕波点付近、砕波帯内の場合について比較する。

(1) 砕波帯外

砕波帯外での伝達関数は微小振幅波理論から得られる値にはほぼ等しい。そこで式 (9) を用いて水平流速を計算した。その結果を図-3 に示すが、当然計算値と実測値とはよく一致する。

(2) 砕波点付近

砕波点付近で実測された伝達関数は、微小振幅波理論による値よりかなり小さい。そこで伝達関数として、補正係数をかけた式 (11) を用い、水平流速を計算した。また、実測波形をゼロダウンクロス法で1波ごとに分け、それぞれの波に対して流れ関数法¹¹⁾を用いて水平流速を計算し、再び流速波形を接続して時系列の流速を求

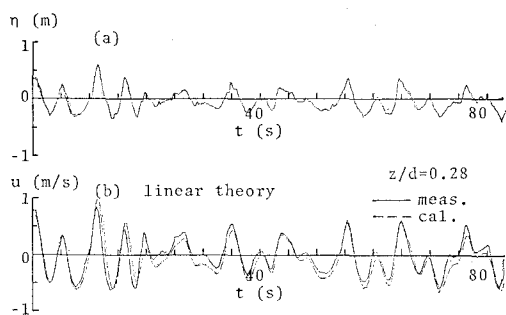


図-3 砕波帯外の水平流速の計算値と実測値の比較

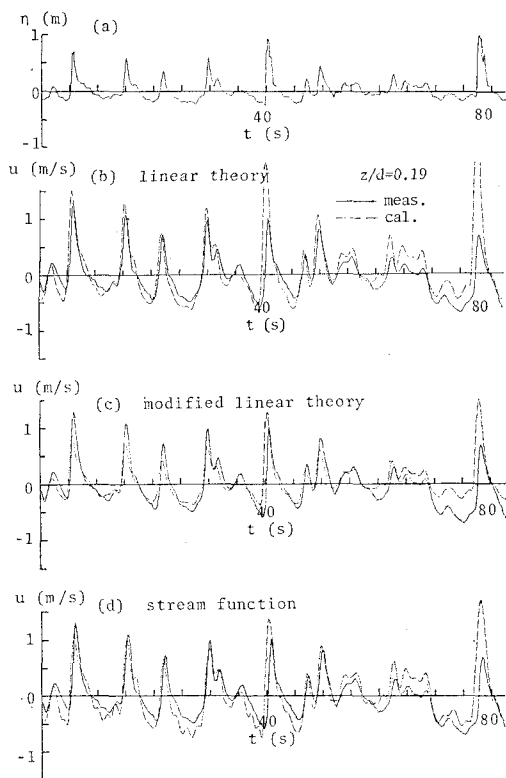


図-4 砕波点付近の水平流速の計算値と実測値の比較

めた。なお流速は第2定義によった¹²⁾。

計算の結果を示すのが図-4である。(b)は線形理論による伝達関数をそのまま用いたもの、(c)は補正係数をかけたもの、(d)は流れ関数法によるものである。長周期波成分は小さいので、部分重複波に関する考慮はしていない。(b)では計算値が過大評価となっていたものが、(c)では補正係数が用いてあるため、実測値に近づいている。ただし、砕波点付近では式 (12) で近似される補正係数が若干過小評価される傾向があるため、計算値の方がやや小さくなっている。(d)の流れ関数法によるものは、流速変動について実測結果とほぼ一致している。

(3) 砕波帯内

砕波帯内では有限振幅性による伝達関数の値の低下に加えて、部分重複波となる長周期波成分の影響も顕著である。そこで、低周波数側には式(18)の部分重複波の伝達関数を、それよりも高周波数側では式(11)の補正伝達関数を用いる。ただし、境界となる角周波数 σ_0 の値は、実測値のスペクトル解析結果を参考にして、 $\sigma_0 = 2\pi \times 0.05$ (rad/s) とした。また反射率 r は σ とともに直線的に変化するものとして、

$$r = (\sigma_0 - \sigma) / \sigma_0 \quad (\sigma < \sigma_0) \quad \dots\dots\dots (21)$$

とおいた。なお、海底勾配については、 $\tan \beta = 0.018$ である。このような伝達関数モデルを図示したものが図-5の実線であり、図-2に対応する。これを用いて水平流速を計算した結果が図-6(c)である。図-6(b)は長周期波成分をも進行波として計算したものであり、(d)および(e)は流れ関数法を用いたものである。流れ関数法については、得られた水面変動のデータから数値ローパスフィルターを用いて 0.05 Hz 以下の低周波数成分を除去してから適用した。除去した低周波成分について、(d)では進行波、(e)では部分重複波としての伝達関数を用いて線形フィルター法により水平流速を計算し、流れ関数法による計算値に加えた。図-6より、線形フィルター法も流れ関数法も、長周期波成分を部分重複波として計算することにより、実測値と計算値との間で生じていた波形のずれが、かなり改善されることがわかる。一波ごとの流速振幅に着目すると、補正係数を用いた線形フィルター法によるものは実測値とよく一致

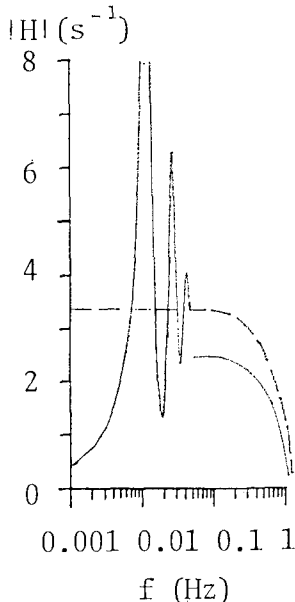


図-5 伝達関数モデル

(破線は微小振幅進行波理論による値)

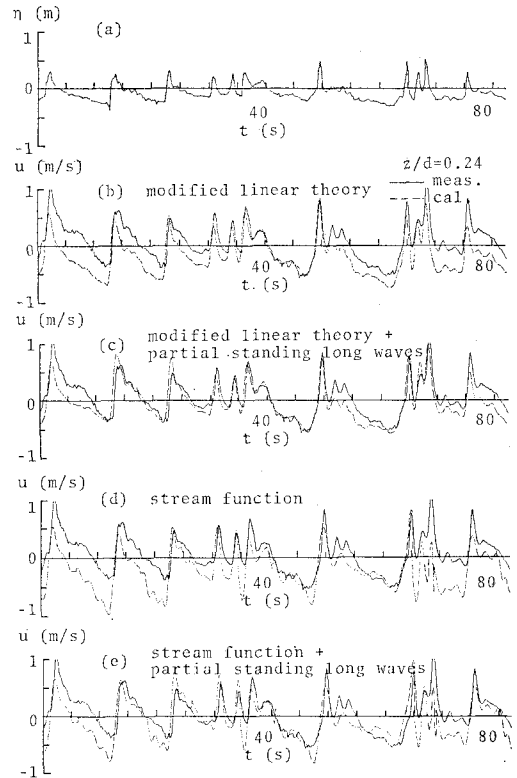


図-6 砕波帯内の水平流速の計算値と実測値の比較

している。流れの関数法の場合には、実測値より若干過大になっている。

5. 結論および今後の課題

不規則波の水面変動から、水平流速を計算する方法に関し、線形フィルター法と流れ関数法をとりあげ、実測結果に基づく改良法を示した。主な改良点は、微小振幅進行波理論による伝達関数に対する補正係数の導入と、長周期波成分に対する部分重複波としての伝達関数の使用である。計算結果を実測結果と比較し、以下のような結論を得た。

- 1) 砕波帯外では、微小振幅進行波理論による伝達関数を用いた線形フィルター法により、精度よく流速を計算できる。
- 2) 砕波点付近では、従来の線形フィルター法ではかなり過大評価となる。式(12)で表わされる補正係数を用いると実測値に近づくが、逆に多少過小評価となる。これに対し、流れ関数法はほぼ妥当な結果を与える。
- 3) 砕波帯内に対しては、低周波数領域で部分重複波としての伝達関数、それより高周波数領域で微小振幅進行波理論の伝達関数に補正係数をかけたものを使用した伝達関数モデルを提案した。これを用い

て、線形フィルター法により水平流速を計算すると、実測値とよく一致する。

ここでは、部分重複波における反射率は、便宜的に角周波数とともに直線的に変化するものとした。また境界周波数の値の決め方も一般的でない。このような点については今後さらに検討を要する。また、本研究で用いたデータは、緩勾配斜面でのものである。急勾配の場合、特に補正係数の値が変わることが予想されるので、今後現地観測および室内実験を進める必要がある。

参 考 文 献

- 1) Thornton, E. B. and R. F. Knapohl: Water particle velocities measured under ocean waves, *J. Geophys. Res.*, Vol. 79, pp. 847~852, 1974.
- 2) Guza, R. T. and E. B. Thornton: Local and shoaled comparisons of sea surface elevations, pressures, and velocities, *J. Geophys. Res.*, Vol. 85, pp. 1524~1530, 1980.
- 3) 磯部雅彦・水口 優・堀川清司: 碎波帯付近の波にともなう流速場に関する現地観測, 第 27 回海岸工学講演会論文集, pp. 148~152, 1980.
- 4) Hotta, S., M. Mizuguchi and M. Isobe: Observations of long period waves in the nearshore zone, *Coastal Eng. in Japan*, Vol. 24, pp. 41~76, 1981.
- 5) 大中 晋: 碎波帯付近における流速の鉛直分布の現地観測, 昭和 57 年度横浜国立大学土木工学科卒業論文, 89 p., 1983.
- 6) Reid, R. O.: Correlation of water level variations with wave forces on a vertical pile for nonperiodic waves, *Proc. 6th Conf. on Coastal Eng., ASCE*, pp. 749~786, 1957.
- 7) 日野幹雄: 波浪の予測フィルター・変換フィルター (1), 第 14 回海岸工学講演会講演集, pp. 21~28, 1967.
- 8) 岩垣雄一・酒井哲郎・石田 啓: 不規則波の水粒子速度と水面変動との相互関係に関する研究, 第 19 回海岸工学講演会論文集, pp. 149~154, 1972.
- 9) 大中 晋・磯部雅彦: 碎波帯付近における流速の鉛直分布の現地観測, 土木学会第 38 回年次学術講演会講演概要集, 2, pp. 329~330, 1983.
- 10) 本間 仁: 水理学——技術者のための流体力学, 丸善, 233 p., 1967.
- 11) Dean, R. G.: Stream function representation of nonlinear ocean waves, *J. Geophys. Res.*, Vol. 70, pp. 4561~4572, 1965.
- 12) 磯部雅彦・福田直利・堀川清司: 碎波帯における流速場に関する二次元実験, 第 26 回海岸工学講演会論文集, pp. 41~45, 1979.