

界面波の非線形自己変調に関する実験的研究

中野 渉*・遠藤 浩**・八 鍬 功***

1. 緒 言

前回の講演会において、著者らは石狩川河口二層流での界面波の観測について報告を行ない、増水期の波動が強い変調を受けていること、波の非線形自己変調現象 (Benjamin-Feir 型不安定性²⁾) でその発達が理解できることを指摘した。しかし、界面波の理論が確立されていなかったこともあり、十分な検討には至らなかった。

最近になって Tanaka³⁾ は、任意水深での変調波の発達を記述する非線形 Schrödinger 方程式を求め、これをもとに波列の自己変調に関する理論的研究を行なった。その結果、界面波の変調不安定性が上層・下層の水深と密度比にどう依存するかが明らかになった。

本研究では、二層界面波におけるこの非線形現象の存在と波列の長時間発達について調べ、理論との比較を行なう。

2. 実験装置と方法

実験は、全面アクリル張り水槽 (長さ 600 cm, 幅 25 cm, 高さ 50 cm) を使用して行なった。図-1 の様に水槽片端より造波器によって波動を発生させる。振幅変調を作るため、造波装置は図-2 の様に構成されている。搬送波モーターで作られた振動は、支点を介して造波 plunger に伝えられる。この時支点の位置をゆっくり左右に往復させれば plunger の運動は変調されることになる。支点の往復運動はマイクロスイッチとスイッチング回路により制御されている。

界面波高の測定のため、二層の赤外線吸収率のちがいを利用した「8 チャンネル赤外線波高計⁴⁾」を製作した。図-3 の様に赤外線発光ダイオード (東芝 TLN 105) か

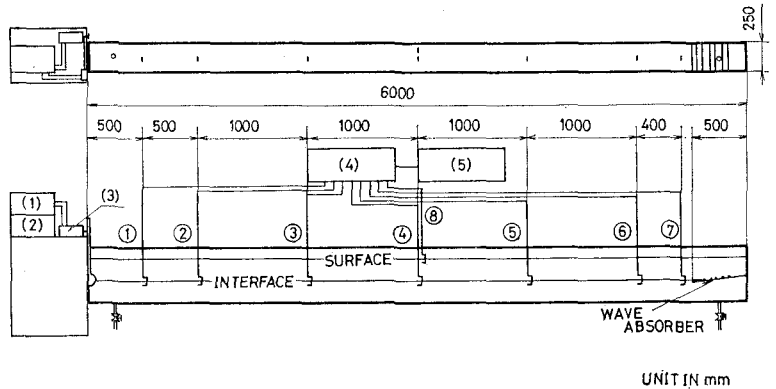


図-1 実験装置 図中 ①～⑧ は波高計プローブ
(1) モーター速度制御回路, (2) スwitchング回路
(3) 造波装置, (4) 波高計回路, (5) 記録計

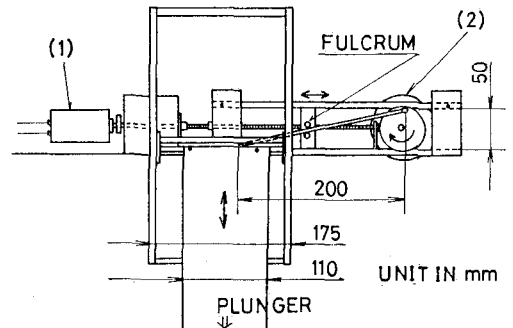


図-2 造波装置 (1) 変調用モーター, (2) 搬送波用モーター

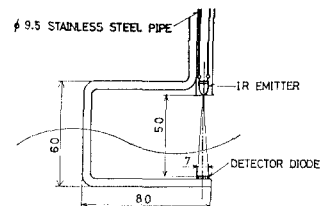


図-3 赤外線式波高計プローブ

ら発した赤外線は、流体内で吸収されて減衰し、フォトダイオード (東芝 TPS 703) に達する。上下の流体の吸収率が異なる場合、界面の変動がフォトダイオードからの出力として検出される。出力の dynamic range を広く

* 学生会員 北海道大学大学院 工学研究科

** 学生会員 北海道大学大学院 工学研究科

*** 正 会 員 北海道大学教授 工学部土木工学科

取るため、本研究では、下層塩水内様に白色水性塗料を混入している。界面波高計プローブ ①～⑦ は図中の地点に設置し、300 cm の地点には表面波観測用に ⑧ のプローブを設置している。クロック制御により、8 本のプローブは順に 45 μ s ずつ発・受光時間がずれており、かなり接近させても相互間の干渉はほとんど現われない。プローブ ①～④ の記録は、4 チャンネルの FM データレコーダーに、プローブ ⑤～⑧ の記録は、4 チャンネル・ペンレコーダーに記録された。

以上の装置を用いて、上層水深 h_1 、下層水深 h_2 の組み合わせを三種類考え、それぞれの場合に非変調波を初期波とした実験、変調波を初期波とした実験を行ない、波の発達を調べた。

3. 実験結果

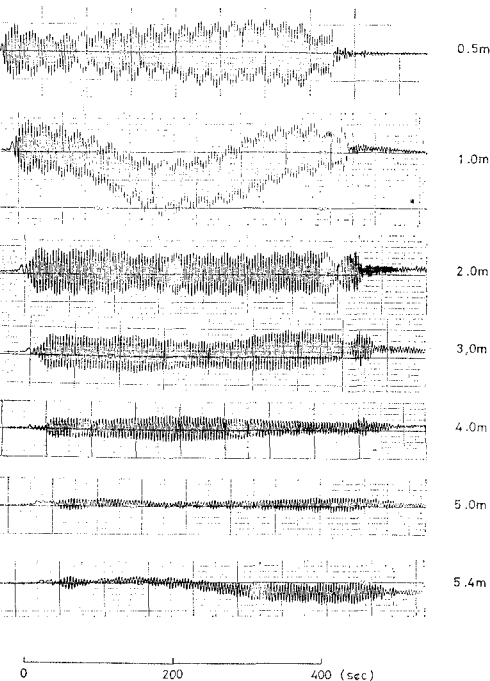
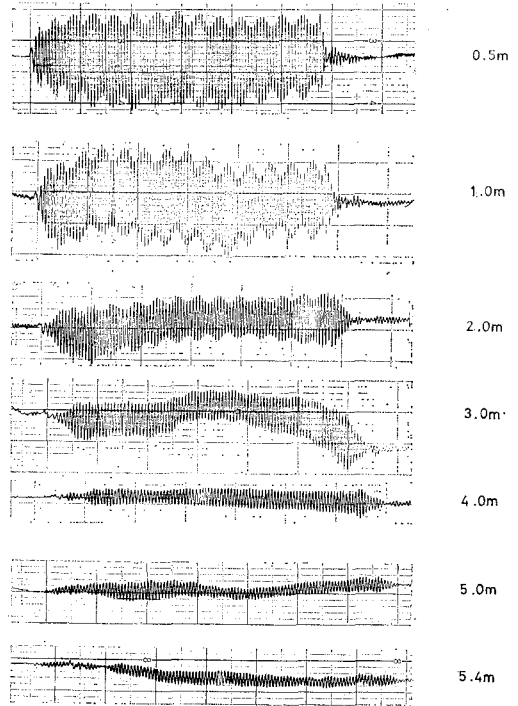
実験条件と不安定性に関する実験結果を 表一 に示す。水深に関しては RUN 1 と 4, RUN 2 と 5, RUN 3 と 6 がほぼ等しい条件であり、RUN 1～3 が非変調波の実験、RUN 4～6 が変調波の実験である。

表一 実験条件と不安定性 (○ 不安定, × 安定)

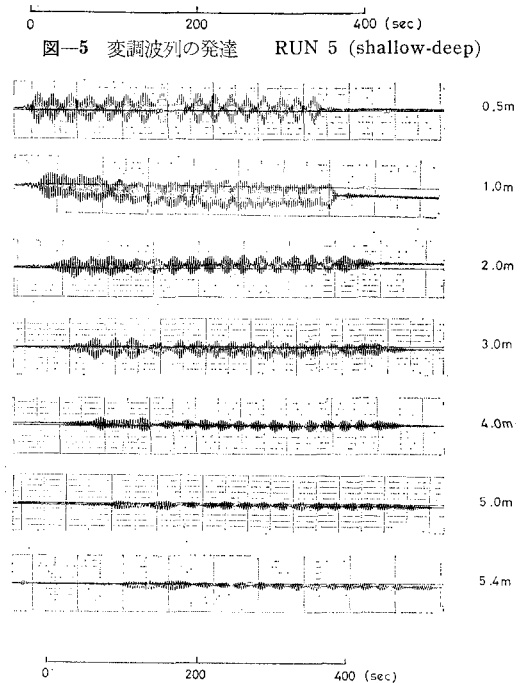
RUN	初期波	h_1 (cm)	h_2 (cm)	ρ_1 (g/ml)	ρ_2 (g/ml)	k (cm^{-1})	不安定性
1	非変調波	4.5	4.0	1.006	1.051	0.52	×
2	非変調波	4.0	20.0	1.004	1.062	0.37	×
3	非変調波	20.5	19.5	1.004	1.061	0.35	×
4	変調波	4.8	5.3	1.006	1.061	0.16	×
5	変調波	4.8	19.5	1.006	1.061	0.15	×
6	変調波	20.5	19.5	1.004	1.061	0.20	○

まず、初期非変調波の実験を行なった結果、表一 に示したように、どの水深の場合も目立った変調不安定性が現れず波は一樣に減衰してしまった。

次に、初期に変調をかけた場合の結果を 図一4～6 に示す。図一4 は二層とも浅い場合である。変調はほとん



図一4 変調波列の発達 RUN 4 (shallow-shallow)



図一6 変調波列の発達 RUN 6 (deep-deep)

ど発達せず、搬送波の減衰とともに減衰している。また上層が浅く下層が深い場合(図-5)についてもほぼ同様であることがわかる。

上の2つの場合に対し、二層とも深い RUN 6 の場合波の発達はかなり様子が異なる(図-6)。0.5m 地点で強い変調を持っていた波が、1m 地点まで進む間にかなり非変調に近い状態になり、その後も変調、非変調状態を再帰的に繰り返して、最終的には包絡パルス列の形態を取ってゆくのがわかる。当然、粘性減衰のために波の全体的な振幅は低下してゆくが、個々のパルスは分散することなく伝播している。搬送波の周期2.8秒に対して変調の周期はおおよそ24秒である。

4. 考 察

(1) 非線形自己変調の理論

界面波の自己変調問題に関して、微分展開法を適用して、Tanaka³⁾は波数 k 、角周波数 ω の波の複素振幅 $A(x, t)$ に関する非線形 Schrödinger 方程式

$$i\left(\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{d\omega}{dk} \frac{\partial A}{\partial x}\right) + \mu \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \nu |A|^2 A = 0 \quad (1)$$

$$\eta(x, t) = A(x, t) \exp[i(kx - \omega t)] + \text{c.c.}$$

を導いた。界面波に対する係数 μ, ν は、

$$\mu = \frac{1}{2} \frac{d^2 \omega}{dk^2} \quad (2)$$

$$\nu = -\frac{\omega}{2g(\rho_2 - \rho_1)}(\alpha + \beta) \quad (3)$$

$$\alpha = \left[-4\rho_1\rho_2\omega^2 \left(\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} \right)^2 \left(\frac{d\omega}{dk} \right)^2 + 4\omega^3 Q \left(\frac{\rho_2 h_1}{\sigma_2} - \frac{\rho_1 h_2}{\sigma_1} \right) \left(\frac{d\omega}{dk} \right) + h_1 h_2 \omega^4 Q^2 + 4\omega^2 g(\rho_2 - \rho_1) \left(\frac{\rho_1 h_2}{\sigma_1^2} + \frac{\rho_2 h_1}{\sigma_2^2} \right) \right] / \left\{ (\rho_1 h_2 + \rho_2 h_1) \left(\frac{d\omega}{dk} \right)^2 - g(\rho_2 - \rho_1) h_1 h_2 \right\},$$

$$\beta = -2g(\rho_2 - \rho_1)\omega^{-1}P,$$

$$P = -\frac{k\omega^3}{g(\rho_2 - \rho_1)} \left[\frac{\rho_1}{\sigma_1} \left(2 - \frac{1}{\sigma_1^2} \right) + \frac{\rho_2}{\sigma_2} \left(2 - \frac{1}{\sigma_2^2} \right) \right]$$

$$+ \frac{1}{4}(\rho_1\sigma_1 + \rho_2\sigma_2)^{-1} \left\{ \rho_1 \left(1 - \frac{3}{\sigma_1^2} \right) - \rho_2 \left(1 - \frac{3}{\sigma_2^2} \right) \right\}^2,$$

$$Q = \rho_1 \left(1 - \frac{1}{\sigma^2} \right) - \rho_2 \left(1 - \frac{1}{\sigma^2} \right)$$

$$\sigma_i = \tanh kh_i; \quad i=1, 2$$

で与えられる。非線形 Schrödinger 方程式の性質から、非線形平面波(基本モード)

$$A(x, t) = A_0 \exp[-i\nu|A_0|^2 t],$$

は、係数 μ, ν が $\mu\nu < 0$ となるときは安定であるが、 $\mu\nu > 0$ なるときは基本モード近くのスペクトル帯域(side band)にある微小擾乱は不安定化し、指数関数的に増大する。界面波に対する μ, ν には二層の水深 h_1, h_2 および密度比 $R = \rho_1/\rho_2$ が含まれており、これらの値によって安定か不安定かが決定する。図-7はこの様にして求めた表面波($R=0$)、および均一流体($R=1$)に対する中立安定曲線³⁾である。本研究の範囲では密度比 $R = 0.95 \sim 0.96$ であり、中立曲線は均一流体のそれとほとんど一致する。図中、RUN 1~3に対応する点を見る

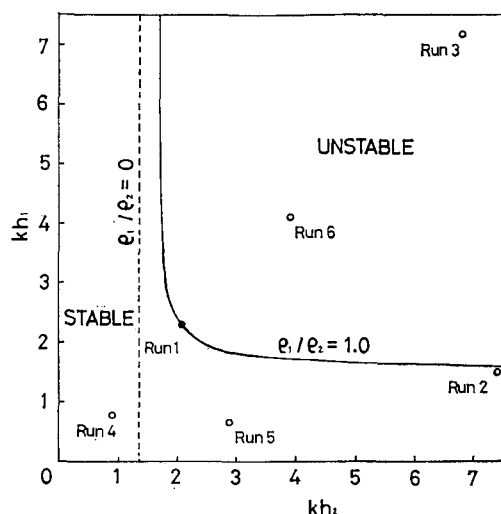


図-7 中立安定曲線 (文献3)のFig. 2に加筆・転載)

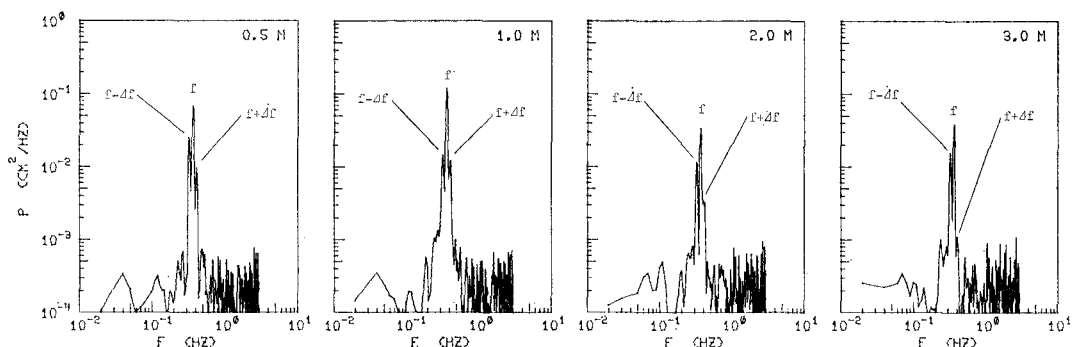


図-8 波高スペクトル—RUN 6 に対応

と、RUN 1, 2 は中立曲線の近傍にあるが、RUN 3 は不安定領域にある。不安定性が現われなかったのは、るはずであるが、おそらくは粘性機構によって基本モードの energy が散逸し、変調擾乱の成長に至らなかったためと思われる。

(2) 再帰現象について

次に、強い変調を加えた RUN 4~6 について考える。この場合、変調モード (side band) はもはや微小ではなく、線形解析により求めた 図-7 は適用できない。RUN 3 では、十分強い線形不安定領域にありながら散逸機構により抑制されていたモードが、RUN 6 では十分な変調振幅を持ったことで非線形的に強く不安定になり、再帰的な現象が現われたものと思われる。RUN 4, RUN 5 については非線形不安定性が弱かったのであろう。

RUN 6 に対する 図-6 の波形データのうち 0.5m, 1.0m, 2.0m, 3.0m のデータについてスペクトルを求めたのが 図-8 である (サンプル間隔 $\Delta t=0.1$ 秒, デー

タ個数 $N=1024$ を使い FFT で計算し、三角フィルタで 1 回平滑化を行なった)。0.5m での変調波に対応して、0.36 Hz にある基本モードのスペクトルピークの左右に side band が強く発達しているのがわかる。基本モードと side band の周波数の差は $\Delta f=\pm 0.039$ Hz で、その逆数 $\bar{T}=1/\Delta f=25.6$ 秒は変調の周期に対応している。この大きな side band はこのまま増大せず、1m 地点では逆に基本モードに energy を与え、さらに伝播するにつれて低域側の side band だけが選択的に成長して再帰性が現われていることがわかる。

再帰現象の今一つの見方は、包絡ソリトン列の中の個々のソリトンが前後の波と相互に衝突と phase shift を続けた末、再び元の位相状態にもどるというソリトン描像である⁵⁾。RUN 6 と同じ水深の条件下で初期波束を与えたのが 図-9 である。波束は包絡ソリトン列に分裂しており、上記の描像を裏付けている。

5. 結 論

塩水と淡水からなる二層系において界面波の非線形自己変調の実験を行ない、以下の結論が得られた。

1) 初期波の変調成分が十分小さい場合、変調擾乱は十分発達する前に主に粘性等により減衰してしまう場合が多く、線形不安定性に弱い。

2) 強い初期変調を持った波は、二層とも十分な水深がある場合、変調・非変調状態を再帰的に繰り返す、それは基本モードのスペクトルピーク近傍の side band の発達とも対応する。一方、水深が小さい場合、この非線形不安定性は見られなくなる。

界面波・内部波に対して非粘性の仮定を用いる場合、十分な注意が必要と思われる。

謝 辞： 本研究の遂行に当り助言をいただいた研究室のスタッフ諸氏に感謝の意を表します。また、実験に当り多大な協力を与えられた、北大大学院学生岡村敬二君、山下浩幸君に厚く感謝致します。

参 考 文 献

- 1) 中 野 渉・八 敏 功・大谷守正：二層界面現象の野外観測，第 29 回海岸工学講演会論文集，pp. 555~559, 1982.
- 2) Benjamin, T. B. and J. E. Feir: The disintegration of wave trains on deep water, Part 1. Theory, Jour. Fluid Mech., Vol. 27, pp. 417~430, 1967.
- 3) Tanaka, M.: Nonlinear self-modulation of interfacial waves, Jour. Phys. Soc. Japan, Vol. 51, pp. 2016~2023, 1982.
- 4) Koop, C. G. et al.: Infrared optical sensor for measuring internal interfacial wave motions, Rev. Sci. Instrum., Vol. 50 (1), pp. 20~23, 1979.
- 5) Lake, B. M. et al.: Nonlinear deep-water waves: theory and experiment, Part 2. Evolution of continuous wave train, Jour. Fluid Mech., Vol. 83, pp. 49~74, 1977.

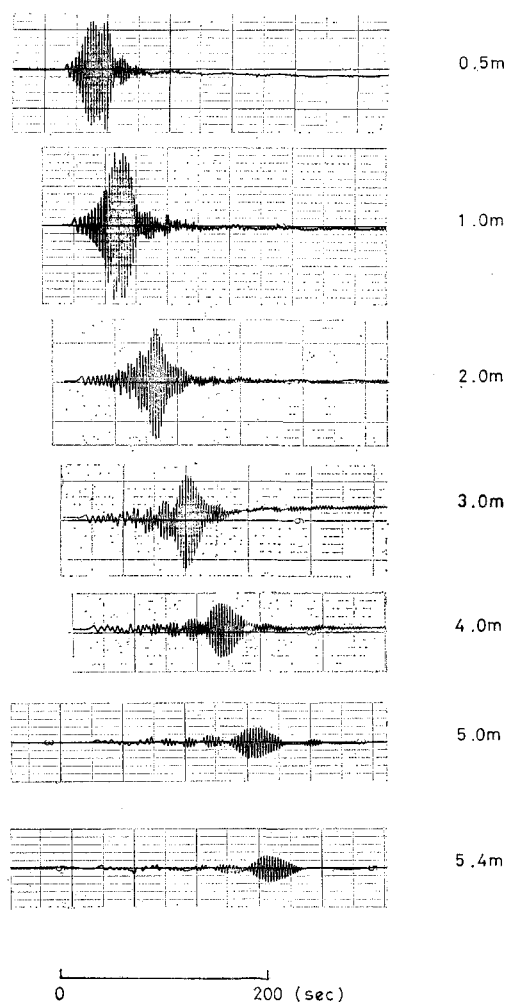


図-9 波束の発達 (deep-deep)