風の剪断力による密度界面の変動と連行速度

浦　　勝*

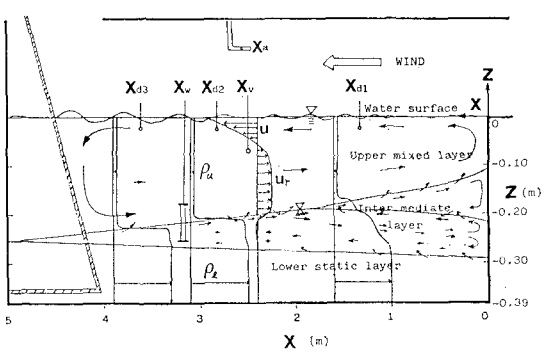
1. 緒　　言

湾内や貯水池など空間的に閉じた水域において，水深方向に密度成層化されている場を考える．本文は，この水表面に外力として風の剪断力が作用する時，密度界面に生じる内部波の性質と，連行量を規定する因子を実験的に検討したものである．

2. 実験装置および方法の概要

実験は，図—1 に示す長さ 5 m，深さ $h_0=0.39$ m，幅 0.2 m の風洞水槽内に初期密度差 $\Delta\rho_0$，初期界面深さ h_{10} の密度二成層場を塩水と水道水を用いて形成した後，水面上の風路（高さ 0.2 m）に水槽上流側から一定風速の風を吹かせ，水面に剪断応力 τ_a を作用させて行った．

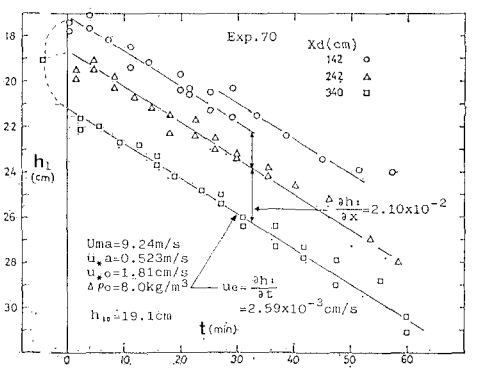
外力 τ_a を求めるため，水面上の風速分布，Reynolds stress をピトー静圧管およびX型熱線風速計を x_a 点に設置して測定し，水表面波の特性は容量式波高計を x_h 点に設置して求めた．密度場の概況と界面における連行速度を求めるため，τ_a を作用させてから経過時間 t ごとに上・中・下流の三点（x_{d1}, x_{d2}, x_{d3}）で鉛直密度分布を 4 電極塩分濃度計を用いて測定した．二成層場の吹送流の流況，乱れ特性は熱膜流速計を x_v 点に設置し，密度界面における内部波の特性は抵抗線式内部波高計を 2 組，間隔 $\Delta x=1.0$ cm で x_w 点に設置して求めた．



図—1　風洞水槽内測定点と流況

3. 連行速度の測定結果

前述の方法で行った実験より三測線における密度界面の深さ h_1 の時間的変化の一例を図—2 に示す．ここに h_1 は上・下層の中間密度を持つ位置の水深で，横軸の時間 t は一定風速 U_{ma} に達してからの経過時間である．同図より上流側に形成される楔型の中間層の領域（図—1）を除くと界面は一定速度 $\partial h_1/\partial t$ で低下すること，界面の x 方向勾配 $\partial h_1/\partial x$ はほぼ一定であるといえる．同様な方法で h_{10} を約 10 cm と 20 cm，$\Delta\rho_0/\rho_0=\varepsilon_0=0.001$ ～0.04，$U_{ma}=1.7$～10.4 m/s の範囲で，連行速度 $u_e=\partial h_1/\partial t$，および界面勾配 $\partial h_1/\partial x$ の測定を行った．



図—2　密度界面の時間的変化

4. 外力の評価と場の支配因子

密度界面の連行速度 u_e を直接規定する因子は界面近傍の密度差および界面近傍の速度と長さスケールであろうが，これらは外力としての風の剪断応力 τ_a に直接的に関連するため，τ_a の適切な評価と，τ_a によって誘起される吹送流および閉水域のため吹送流を補なう内部循環流の特性を明確にすることがまず必要である．

さて風によって水面に与えられた応力 τ_a は波の形成にともなう圧力抵抗的な応力 τ_w と乱れによる剪断応力 τ_f からなるものとする．すなわち，

$$\tau_a=\tau_w+\tau_f \quad \cdots\cdots(1)$$

上式において τ_w は波の形成に，τ_f は吹送流の形成に寄与するものと考えられるので，以下これらの量につい

* 正会員　工修　九州工業大学助教授　工学部開発土木工学科

て検討する．

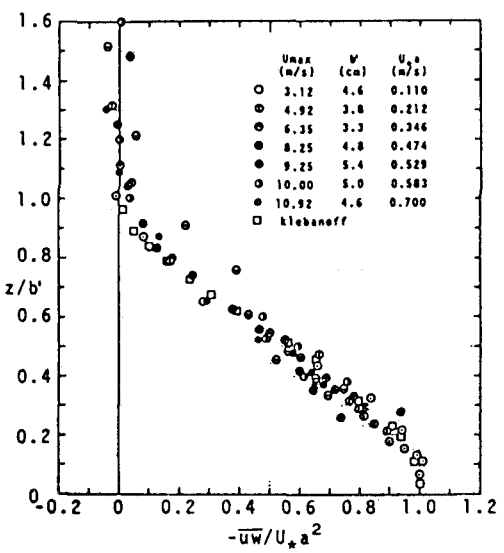
4.1 水表面上の風の剪断応力 τ_a

ρ_a, ρ_0 をそれぞれ空気と水の密度とし τ_a の代りに次式で定義される空気摩擦速度 u_{*a} および水の摩擦速度 u_{*0} を用いる．

$$\tau_a=\rho_a u_{*a}^2=\rho_0 u_{*0}^2 \quad \cdots\cdots(2)$$

u_{*a} を求めるために，2通りの方法を用いた．その一つは水面上の風の Reynolds stress $-\rho_a\overline{uw}$ の分布を測定し水面近傍の u_{*a} を推定するもので，その手順は次のようである．境界層厚さを b'，水面からの距離を z とし，実測された $z/b'=0.5$ における $-\overline{uw}_{0.5}$ を用いて無次元化した $-\overline{uw}/-\overline{uw}_{0.5}$ の分布は平板の境界層において測定された Klebanoff[1] の測定値とよく一致することから，彼の結果に一致するように $-\overline{uw}_0=u_{*a}^2$ を推定した．このようにして求めた $-\overline{uw}/u_{*a}^2$ の分布を再びプロットしたものが**図—3**で，u_{*a} の値は**図—4** (a) に●印で示した．また別法として水面のごく近傍の風速分布が対数分布則に従うとみなして求めた値も**図—4**(b) に○印でプロットしたが，両方法による u_{*a} の値はよく一致している．

同図 (b) には表面波の $x_h=2.5$ m における有義波高 $H_{1/3}$ と，風速 U_{ma} との関係も示している．同図 (a), (b) から表面波は，$U_{ma}<3.0$ m/s で，ほとんど成長せず，$U_{ma}=3\sim10$ m/s の間で，波高は直線的に増大し，$U_{ma}>10$ m/s ではより急激に増大する，これらは同図 (a) に示した u_{*a} の変化傾向に明瞭に反映しており，表面波の凹凸が空気流に対して粗さの要素として効いていることがわかる．



図—3　水面上の風の Reynolds stress 分布

4.2 流れの剪断力 τ_f

流れの摩擦速度 u_{*f} を次式により定義する

$$\tau_f=\rho_0 u_{*f}^2 \quad \cdots\cdots(3)$$

一方，τ_f に関しては表面波の存在を考えない時，二成層場の流れの基礎式を用いて次の関係式が得られる．

$$\tau_f=(1/n')\Delta\rho g h_1(-\partial h_1/\partial x)\equiv(1/n')\tau_{f0} \quad \cdots\cdots(4)$$

ここに

$$\tau_{f0}=\Delta\rho g h_1(-\partial h_1/\partial x)\equiv\rho_0 u_{*f0}^2 \quad \cdots\cdots(5)$$

また

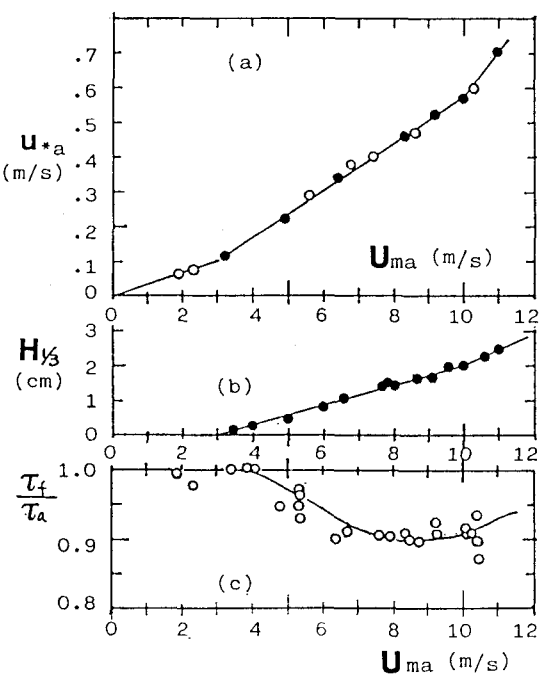
$$n'=n-(1-n)h_1/(h_0-h_1) \quad \cdots\cdots(6)$$

$$n=(\tau_f-\tau_i)/\tau_f=1-\tau_i/\tau_f \quad \cdots\cdots(7)$$

である．ここに $\Delta\rho$ は上・下層の密度差，h_0-h_2 は下層水深，τ_i は密度界面における剪断応力で次式[2]を用いる

$$\tau_i=0.1U_r^2(\rho_0 U_r^3/\nu\Delta\rho g)^{-1/2} \quad \cdots\cdots(8)$$

なお U_r は界面上の逆流速度で．逆流範囲では z 方向にほぼ一様であり，ν は動粘性係数である．これらの式において τ_i は小さく $n\fallingdotseq n'=1$ とみなされる．まず，$n=n'=1$ として h_1 および $\partial h_1/\partial x$ の測定値から式 (5) を用いて τ_{f0} を求め，つぎに式 (7) の τ_f のかわりに τ_{f0} を用いて n, n' を計算して τ_f, u_{*f} を再び計算した．このようにして求められた τ_f/τ_a の値を U_{ma} に対してプロットした結果を**図—4** (c) に示した．



図—4　風速と (a) 摩擦速度，(b) 表面波高，(c) 流れの剪断力比

一方，τ_w は Phillips[3] の考えに基いて次式により評価される

$$\tau_w=\overline{p\nabla\zeta}=\overline{p\partial\zeta/\partial x}$$
$$=(1/4)\rho_a C_p \sin\phi\, U_{ma}^2 s^2 \quad \cdots\cdots(9)$$

ここに p: 波面上の圧力，ζ: 波形，C_p: 波面上の圧力

係数，ϕ: 波形と圧力分布の位相差，s: 波形勾配．

上式の C_p, ϕ の推定は極めて困難であるが Phillips[3] の著書中の Kendoll らの結果から一応その値を求め，s に有義波の波形勾配の値を用いて τ_w を計算した．その結果を $1-\tau_w/\tau_a=\tau_f/\tau_a$ として 図—4 (c) に曲線で示した．Phillips[3] は吹送距離と吹送時間が十分長い場合に対して $\tau_w/\tau_a=0.23$ としているが，本実験の値はこれの約半分となっている．しかし 図—4 (c) では界面勾配から求められた τ_f/τ_a の実測値と表面波の測定結果から Phillips の方法で推定した値とはうまく一致している．また本多ら[4] は水だけの均一流体上の風波の実験において水面勾配の測定から τ_f を求め $\tau_a \fallingdotseq \tau_f$ の結果を得ているが，二層流では界面勾配が大きく拡大されているため，吹送流の流れの剪断力の評価法としてはこの方法がより適当であると言えよう．

したがって，前述の3段階のうち $U_{ma}<3$ m/s では風の剪断力は全て流れの形成に費され，$U_{ma}=3\sim10$ m/s の範囲では波の発達とともに τ_a のうち波に費される割合が増加してゆく．$U_{ma}>10$ m/s では資料に乏しく不明確であるが，ほぼ波に費される割合は $\tau_w/\tau_a=0.1$ の一定値であろうと推定される．しかしいずれにしても発生初期の段階では τ_a の大部分は剪断応力 τ_f よりなり，τ_w は小さいことがわかる．

5. 吹送流の特性

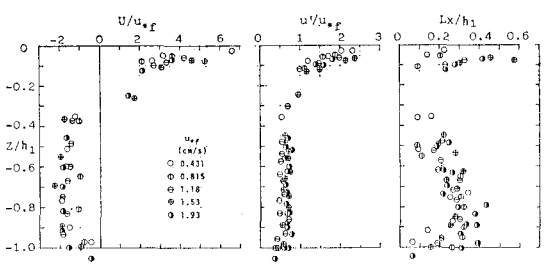
二成層場の吹送流の無次元化した平均流速 U/u_{*f}，乱れ強さ u'/u_{*f} の鉛直方向分布を風速 U_{ma}，したがって u_{*f} を5段階に変えて測定した例を 図—5 に示す．また同図には次式を用いて求めたマクロスケール L_x/h_1 の値も示した．

$$L_x=Cu'^3/\varepsilon_d \quad \cdots\cdots(10)$$

ここに ε_d はエネルギー散逸率であり，$C=0.82$[5] を用いた．

図—5 より界面近傍の上層逆流部はほぼ一様な逆流流速 U_r とほぼ一様な乱れ強さ u_r' をもち，さらに L_x もほぼ一様な値をもつ，すなわち，

$$U_r/u_{*f}=1.85\,,\quad u_r'/u_{*f}=0.7\,,\quad L_x/h_1=0.3 \quad \cdots\cdots(11)$$



図—5　吹送流の流速，乱れ強さ，マクロスケール

6. 密度界面における界面波の性質

密度界面に発生する界面波の変位を2測点において，同時測定し，波速とスペクトルを求めた．

6.1 界面波の波速

2点で同時測定した界面変位のクロススペクトルより位相差を求め，波速 C を周波数 f について計算した．ただし波向は上層逆流速度 U_r と同じ向きを正とした．この関係を無次元化し C/U_r と $fU_r/\varepsilon g$ として実測値をプロットしたものが 図—6 である．さてこの実験における界面波は上層が一様流速 U_r，下層流速 0 の $K\cdot H$ 波とみなされ，さらに実用上深水波とみなされるから，波速は次式で与えられる[6]．

$$C_\pm/U_r=[1\pm\sqrt{(\varepsilon gL)/(\pi U_r^2)-1}]/2 \quad \cdots\cdots(12)$$

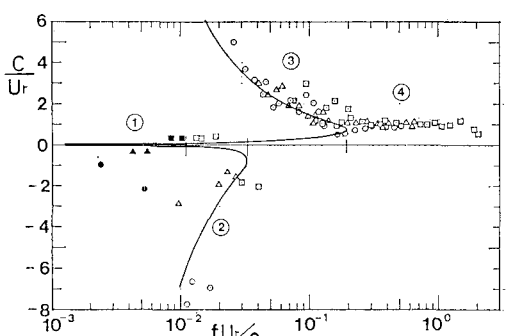
または $L=|C|T=|C|/f$ の関係を用いて，上式より

$$\frac{C}{U_r}=\frac{1}{8}\left[\left(4+\frac{1}{\pi}\frac{\varepsilon g}{fU_r}\right)\pm\sqrt{\left(4+\frac{1}{\pi}\frac{\varepsilon g}{fU_r}\right)^2-32}\right] \quad \cdots\cdots(13)$$

および　負の方向に進行する波に対しては次式

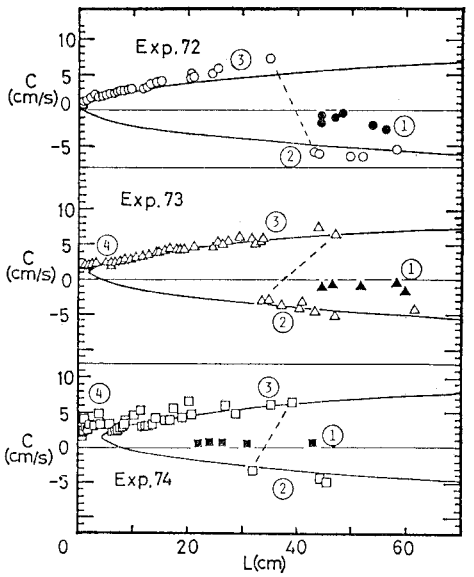
$$-\frac{C}{U_r}=\frac{1}{8}\left[\left(4-\frac{1}{\pi}\frac{\varepsilon g}{fU_r}\right)\pm\sqrt{\left(4-\frac{1}{\pi}\frac{\varepsilon g}{fU_r}\right)^2-32}\right] \quad \cdots\cdots(14)$$

を得る．これらを 図—6 に示したが，上の両式と 図—6 に示した波速の実験値から，同図の領域 ①（黒点）は，$\pm C\fallingdotseq 0$ の内部定常波，② は負の $K\cdot H$ 波，③ は正の $K\cdot H$ 波，④ は式 (13) の根号の中が負となる $fU_r/\varepsilon g>0.192$ の高周波からなることが明らかにされた．また ①，② の境界の，$fU_r/\varepsilon g\fallingdotseq 10^{-2}$，②，③ の境界 $fU_r/\varepsilon g\fallingdotseq 3\times10^{-2}$ 程度である．また 図—7 には C と L の関係を示して，前述の4種の波が混在していること，および実験結果が式 (12) によく適合していることがわかる．

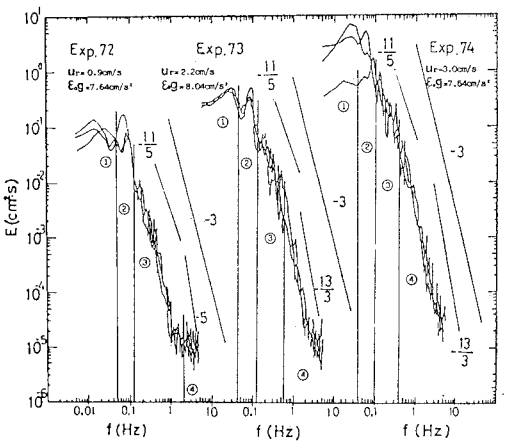


図—6　内部波の波速と周波数

図—8 に周波数スペクトルの例を示す．図の領域分割は 図—6 の境界を示す $fU_r/\varepsilon g$ に対応するもので定常波の領域 ① と負の $K\cdot H$ 波の領域 ② に顕著なピークが見られる．正の $K\cdot H$ 波の領域ではスペクトルは日野ら[7] が提案している $-11/5$ 乗則に，それより高周波帯の



図—7　内部波の波速と波長



図—8　界面変位のスペクトル

④では椿ら[8]の −13/3 乗則がほぼ適合するようである．なお ③ の領域では顕著な卓越周波数は見られないが $T=6$ 秒で移動平均し長周期成分を除去した波の時系列からは有義周期 $T_{s1/3}$ を求めることができ以下の考察に用いられる．

6.2　界面波の η' と短周期波の有義周期 $T_{s1/3}$ との関係

界面変位の $\sqrt{\overline{\eta^2}}=\eta'$ について，小松ら[9]は上層2層流と，塩水楔の実験結果から上層平均流速 U_1 と短周期成分波の卓越周波数 f_{ps} を用いて次式を得ている．

$$\varepsilon g\eta'/U_1^2=b(\varepsilon g/f_{ps}U_1)^{3/2},\quad b=6\times10^{-3} \cdots\cdots(15)$$

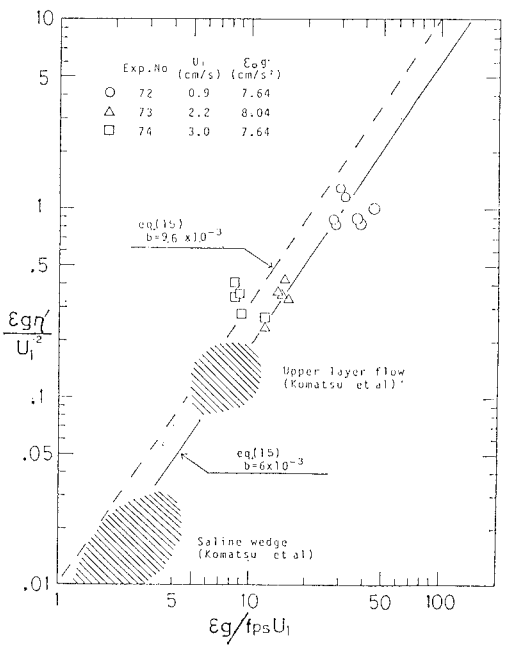
この関係を図—9 に実線で示した．本実験結果より U_1 に U_r を用い，f_{ps} として有義周期 $T_{s1/3}$ の逆数を用いて $\varepsilon g\eta'/U_r^2$ と $\varepsilon gT_{s1/3}/U_r$ の関係を同図に示した．ところで式 (15) と同様な関係は表面波についても得られ，光易[10]の関係式よりフエッチ F を消去して次式が得られる．

$$g\eta'/u_{*a}^2\fallingdotseq1.31\times10^{-2}(g/f_pu_{*a}^2)^{3/2} \cdots\cdots(16)$$

上式で g, u_{*a}, f_p のかわりに εg, u_{*f} $(=U_1/\varphi)$, f_{ps} を用いれば式 (15) の b として

$$b=1.31\times10^{-2}\cdot\varphi^{-1/2} \cdots\cdots(17)$$

となり，本実験の $\varphi=(U_r/u_{*f})=1.85$ を代入すれば，$b=9.6\times10^{-3}$ となる．この関係も図—9 に点線で示している．以上の結果，塩水楔，2層流および風の応力による流れなど各種の2層流界面に発生する内部波の $\varepsilon g\eta/U_r^2$ と $\varepsilon g/f_{ps}U_r$ との関係には $\varepsilon g/f_{ps}U_r$ の広い変域において，表面波と同様の関係が認められることが注目され，実際上にも有用な関係式である．



図—9　界面変位量と卓越周波数

7.　界面における連行速度

連行速度 u_e は従来流れの水深 h と平均流速 U および浮力差 εg の関数とみなされ，連行係数 $E=u_e/U$ はマクロな R_i 数 $R_{ih}=\varepsilon gh/U^2$ の関数として表現されてきた．しかしながらとくに本研究のように上層流速 U_r，下層流速0とみなされる2層流では下層流体の連行は主として内部波，とくに波の峰が尖り，谷が扁平な C_+ 波の砕波によることが実験によってわかった．従って内部波を規定する量として εg と流速 U_r がまずあげられる．しかし，風の応力による逆流域の流れの特徴として，乱れ強度 u_r' と流速 U_r との比が 0.4 となり普通の2層流の場合の u'/U がせいぜい 0.1 程度であるのに対してきわめて大きな値をもつ．従って内部波とともに界面

附近の乱れのスケール L_x と，乱れ強度 u_r' も連行現象に関与するものと考えられる．なお最近，加藤ら[11]は下層密度流の連行実験において，乱れを大きくする程 E の値が増加することを示している．これらのことから E を規定する無次元量として次の関係

$$E=f(\varepsilon g L_x/U_r^2, u_r'/U_r) \quad \cdots\cdots(18)$$

が期待される．$R_i=\varepsilon g L_x/U_r^2$ を外部パラメーターで表すと式 (11) より $U_r/u_{*f}\fallingdotseq 1.85$, $L_x/h_1=0.3$ であるから，R_i は $R_{i*h}=\varepsilon g h_1/u_{*f}^2$ に比例し上の関係は

$$E=f(R_{i*h}, u_r'/U_r) \quad \cdots\cdots(19)$$

と書くことができる．**図—10** に連行係数 u_e/u_{*f} と R_{i*h} の結果を示す．なお u_{*f} の測定結果が無いものは **図—4** (c) より推定した．その結果，連行速度は次式で表される．

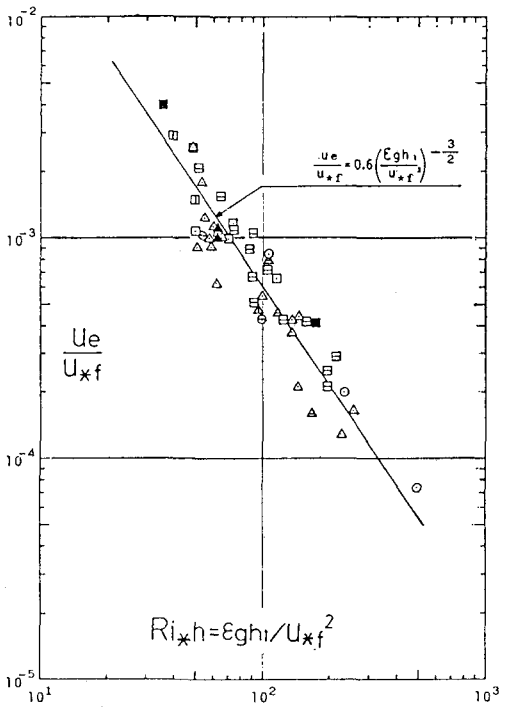
$$u_e/u_{*f}=6\times10^{-1}R_{i*h}^{-3/2} \quad \cdots\cdots(20)$$

上式を変形すると次式となる．

$$E=u_e/U_r=6\times10^{-1}(U_r/u_{*f})^{-4}(\varepsilon g h_1/U_r^2)^{-3/2}$$
$$=K(\varepsilon g h_1/U_r^2)^{-3/2}, \quad K=5\times10^{-2} \quad \cdots\cdots(21)$$

一方，須賀ら[12]は塩水楔や2層流について次式

$$E=u_e/U_1=2\times10^{-3}(\varepsilon g h_1/U_1^2)^{-3/2} \quad \cdots\cdots(22)$$



図—10　連行係数と R_i 数の関係

を提案している．U_1 は上層の平均流速 U_r に対応するから式 (21)，(22) はいずれも $R_{ih}=\varepsilon g h_1/U_r^2$ の $-3/2$ 乗に比例するが，本実験の係数 K の値 $K=5\times10^{-2}$ は2層流の係数の 25 倍にも達する．これは前述したように K は u'/U_r の関数であって，2層流の実験に比べて本実験の乱れ u'/U_r の値が著しく大きいことに起因するものと考えられる．なお，加藤ら[11]の下層流実験においても E の値は同一の R_{ih} において人工的に強い乱れを発生させた場合には乱れを発生させない場合に比べて8倍程度の値を生じている．

8. 結　　言

以上，風の吹送によって生じる流れと乱れおよびそれによって発生する二層界面の界面波の特性と，それらが連行現象に及ぼす役割について実験的な考察を加え，かなりの成果が得られた．しかしながら界面波と乱れが連行現象に及ぼす機構はきわめて複雑であり，なお多くの問題が残されている．

最後にご指導頂いた九州大学椿東一郎教授，実験と資料整理に協力頂いた本学卒業生松村武彦君ほか多くの方々に心から感謝致します．

参 考 文 献

1) Klebanoff, P. S.: Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient, NACA Tech. Rep. No. 1247, 1955.
2) 土木学会編：水理公式集，p. 616, 1974.
3) Phillips, O. M.: The Dynamics of the Upper Ocean, 2nd, ed., Cambridge Univ. Press, Cambridge, p. 336, 1977.
4) 本多忠夫・光易　恒：水面に及ぼす風の作用に関する実験的研究，第27回海岸工学講演会論文集，pp. 90～93, 1980.
5) 中川博次：乱流現象のスケール評価，水理観測における規模の評価に関する研究報告書，p. 122, 1981.
6) 椿東一郎：水理学Ⅱ，森北出版，p. 272, 1974.
7) 日野幹雄・谷　順一：二層密度流に関する一実験，第24回土木学会年講Ⅱ，pp. 183～184, 1969.
8) 椿東一郎・小松利光：成層密度噴流における乱れおよび密度変動のスペクトル特性，土木学会論文報告集，第268号，pp. 63～74, 1977.
9) 小松利光・今酒　誠・椿東一郎：二層流界面における内部波の統計的性質，九大工学集報 52 巻 1 号，pp. 25～32, 1979.
10) 光易　恒：風波のスペクトルの発達 (2)，第17回海岸工学講演会論文集，pp. 1～7, 1970.
11) 加藤　始・池田高則：下層2層流の実験 (1)，第28回海岸工学講演会論文集，pp. 520～524, 1981.
12) 須賀堯三・高橋　晃：淡水二層流の連行係数，土木学会第31回年次学術講演会概要集Ⅱ，pp. 383～384, 1976.