

波による質量輸送を考慮した非定常海浜流の数値解

山口正隆*・田辺秀雄**・西岡洋***

1. 緒 言

沿岸流や離岸流を含めた、いわゆる海浜流は碎波帯を含む海岸近くにおける物質輸送に重要な役割を果たすものであり、Bowen や Longuet-Higgins の研究以降種々の方法により活発に研究が進められてきた。これらの研究のうち、もちろん解析の方法は基本現象の認識に有用な手段であるが、方程式や境界条件の複雑さから実用上有用性を発揮するのは数値計算モデルであろう。海浜流の数値計算モデルはこれまで欧米では、Noda^{1),2)}、Birkemeier ら、Allender らおよび Ebersole らにより、一方わが国では、宇多、佐々木、佐藤ら、山口ら^{3),4)}、渡辺⁵⁾、田中ら、桧山らおよび西村らにより研究開発されてきた。しかし、これらのモデルは定常方程式に基づくものであれ、非定常方程式に基づくものであれ、主として定常解を求めるものである。過渡状態における非定常海浜流の計算法は確立されていないと考えられる。また海浜流計算に用いる基礎方程式を見ると、海浜流は波によって誘起された流れと波の質量輸送による波浪流との和として表わされるにもかかわらず、後者のオーダーは小さいとして無視されているため、水量の連続関係に波による質量輸送項が含まれないという一見奇妙な結果を生じる。そしてこうした波による質量輸送項をあらわに考慮して離岸流の理論展開を行ったのはわずかに土屋・安田ら⁶⁾だけである。

そこで、本研究では、質量輸送項を導入した非定常海浜流の数値モデルを作成し、平行等深線地形およびNodaによる3種類のモデル地形に対する計算結果の考察から、海浜流に及ぼす質量輸送項の影響や地形性循環流の特性、さらに過渡状態での海浜流の特性を検討しようとするものである。

2. 基礎方程式および数値計算法

(1) 波浪変形の基礎方程式

いま、単一進行波を考えれば、波数の非回転条件およ

び波数の保存則はそれぞれ次式で与えられる。

$$\frac{\partial k_x}{\partial y} = \frac{\partial k_y}{\partial x} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial k_x}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial k_y}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 k_x および k_y は波数ベクトルの x および y 方向成分であり、波数 k および波向 θ との関係は、

$$k_x = k \cos \theta, \quad k_y = k \sin \theta \dots\dots\dots(3)$$

で表わされる。また σ は固定座標系から見た角振動数であり、波数成分 (k_x, k_y) をもつ波が流れ (U, V) に乗って伝播している場合には次式で与えられる。

$$\sigma = \sigma_m + k_x U + k_y V \dots\dots\dots(4)$$

そして、流れとともに動く座標系から見た波の角振動数 σ_m は微小振幅波理論を仮定すれば、

$$\sigma_m^2 = gk \tanh kD \dots\dots\dots(5)$$

で表わされる。ここに、 g : 重力の加速度、 $D = h + \eta$: wave set-up を考慮した実水深、 η : 平均水面変動量 (set-up) および h : 静水深、である。

さて、 $\sigma_m = \sigma_m(k_x, k_y, D)$ という関数関係を考慮して式 (1), (2) および (4) を用いれば、波数成分 k_x および k_y に対する方程式が次式のように導かれる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial k_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{ (c_g \cos \theta + U) k_x \} + \frac{\partial}{\partial y} \{ (c_g \sin \theta + V) k_x \} &= k_x \left\{ \frac{\partial c_g \cos \theta}{\partial x} + \frac{\partial c_g \sin \theta}{\partial y} \right\} \\ &+ k_x \frac{\partial V}{\partial y} - k_y \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial \sigma_m}{\partial D} \frac{\partial D}{\partial x} \\ \frac{\partial k_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{ (c_g \cos \theta + U) k_y \} + \frac{\partial}{\partial y} \{ (c_g \sin \theta + V) k_y \} &= k_y \left\{ \frac{\partial c_g \cos \theta}{\partial x} + \frac{\partial c_g \sin \theta}{\partial y} \right\} \\ &+ k_y \frac{\partial U}{\partial x} - k_x \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial \sigma_m}{\partial D} \frac{\partial D}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 c_g : 流れとともに移動する座標系からみた群速度、である。式 (6) は弱い形であるが、それぞれ k_y および k_x に依存する coupled system を構成しており、 k_x および k_y が計算されれば、式 (3) から波数および波向が得られる。この方法を本論文では非定常解析法と

* 正会員 工博 愛媛大学教授 工学部海洋工学科
 ** 前田建設工業(株)
 *** 正会員 工修 大阪府土木部

呼ぶことにする。一方、定常状態を仮定すると、波数を算出する方程式は σ として流れのない場所での角振動数 $\sigma_0 = 2\pi/T$ (T : 入射波の周期) を選んだ式 (4) であり、また波向の算出式は波数の非回転条件、式 (1) を変形した次式になる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial \theta}{\partial y} \sin \theta = \frac{1}{k} \left(\cos \theta \frac{\partial k}{\partial y} - \sin \theta \frac{\partial k}{\partial x} \right) \quad \dots\dots\dots (7)$$

本論文では本来定常状態に対して適用されるべきこの方法を非定常状態での波数および波向の算出に用いるが、これを定常解析法と呼ぶことにする。つぎに、波と流れの共存場における波に関するエネルギー平衡方程式はエネルギー逸散および質量輸送の影響を無視すれば、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{ (c_g \cos \theta + U) E \} + \frac{\partial}{\partial y} \{ (c_g \sin \theta \\ & + V) E \} + S_{xx} \frac{\partial U}{\partial x} + S_{xy} \frac{\partial V}{\partial x} + S_{yx} \frac{\partial U}{\partial y} \\ & + S_{yy} \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ここに, $E (=1/8\rho gH^2)$: 波の平均エネルギー, ρ : 流体の密度, H : 波高, S_{xx} , S_{xy} , S_{yx} および S_{yy} : 波による質量輸送項を考慮しない radiation stress, である。つまり, 波浪変形は波向も含めて波による質量輸送の影響を受けないと仮定したことになる。式 (8) は波と流れの干渉項を陽に含む複雑な形をしているが, 波高変化はより簡単な表示式である wave action の保存則によっても計算することができる。すなわち,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{E}{\sigma_m} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (c_g \cos \theta + U) \frac{E}{\sigma_m} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (c_g \sin \theta + V) \frac{E}{\sigma_m} \right\} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

さて、エネルギー平衡方程式あるいは wave action の保存則を解くことにより水深変化および流れに伴う波高変化が得られるが、波高が砕波限界に達すればそれ以後で存在しうる波高は砕波限界によって規定されるものと仮定する。用いた砕波条件式は合田⁷⁾によるものである。一般に既往の砕波条件式が、複雑な海底地形上に斜め入射波が作用し、かつ流れが存在する現在の問題に対して適用性をもつかどうか明らかでないが、ここではこれが適用可能とした。

(2) 海浜流の基礎方程式

海浜流および set-up を計算するために用いた方程式は鉛直方向に積分した連続方程式および非線形移流項を含む運動量方程式であり、波による質量輸送を考慮した海浜流 ($\tilde{U}, \tilde{V}$) が波により誘起された流れ (U, V) と全断面について平均した波による質量輸送速度の和として、

$$\left. \begin{aligned} \tilde{U} &= U + \frac{M_x}{\rho D}, & \tilde{V} &= V + \frac{M_y}{\rho D}, \\ M_x &= \frac{E \cos \theta}{c}, & M_y &= \frac{E \sin \theta}{c} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

で与えられるとすれば，次式のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \tilde{M}_x + \frac{\partial}{\partial y} \tilde{M}_y &= 0 \\ \frac{\partial \tilde{M}_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\tilde{U} \tilde{M}_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\tilde{V} \tilde{M}_y) &= -gD \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa l_x \sqrt{gD} D \frac{\partial \tilde{U}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\kappa l_x \sqrt{gD} D \frac{\partial \tilde{V}}{\partial y} \right) \\ &- \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial S'_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S'_{xy}}{\partial y} + \bar{\tau}_{bx} \right) \\ \frac{\partial \tilde{M}_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\tilde{V} \tilde{M}_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\tilde{V} \tilde{M}_y) &= -gD \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa l_x \sqrt{gD} D \frac{\partial \tilde{V}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\kappa l_y \sqrt{gD} D \frac{\partial \tilde{V}}{\partial y} \right) \\ &- \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial S'_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial S'_{yy}}{\partial y} + \bar{\tau}_{by} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

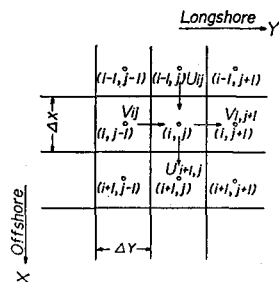
ここに, c : 流れとともに移動する座標系から見た伝播速度, $\tilde{M}_x = D\tilde{U}$, $\tilde{M}_y = D\tilde{V}$, S'_{xx} , S'_{xy} , S'_{yx} および S'_{yy} : 質量輸送項を含む radiation stress, l_x : 岸からの距離, κ : 定数 (0.01), $\bar{\tau}_{bx}$, $\bar{\tau}_{by}$: x 方向および y 方向の底面摩擦力, である. 式 (11) において, 水平混合係数として Longuet-Higgins によるものを採用している. また, 底面摩擦力表示式は一般的定義式の数値積分によるかわりに, 渡辺⁵⁾ による矩形近似式を用いることにする. 渡辺の式は微小振幅波理論の使用を前提とするかぎり, 底面摩擦力の一般的定義式を精度よく近似するので, 計算精度を損うことなく計算時間を節約することができる. 数値計算では底面摩擦係数として 0.01 を用いた.

(3) 数值計算法

さて、非定常解析法、定常解析法を問わず波浪変形を計算するため、時間および x 方向に前進差分、 y 方向に中央差分によって式 (6), (7), (8) および (9) を差分化する。しかし、この差分法によれば、定常解析法に用いられる式 (7) の差分式は陰形式になるので、Noda²⁾ による row by row 法を適用するとともに、波数の計算は σ として入射波の角振動数 σ_0 を選んだ式 (4) を Newton の繰返し法で解くことにより行われる。一方、海浜流計算においては、図-1 の変数配置のもとに流速と setup の計算時点を $\Delta t/2$ ずらすとともに、時間に関

して前進差分、空間に関

図-1 変数の配置



図一1 変数の配置

して中央差分を用いた。ただし、図-1の格子点中央で水深特性および set-up が定義されるものとする。また計算領域の分割法、沖側、岸側および側方での境界条件さらに初期条件は参考文献3)および4)とほぼ同様であるが、側方境界条件として沿岸方向に関する周期的条件が用いられた。

実際の計算手順として、Snellの法則および平行等深線地形の場合の波高変化式から計算した波数、波向および波高を初期値に与えて微小な波高から漸次波高を増大させながら、波浪変形および海浜流の基礎方程式を交互に800秒~1200秒程度繰り返し計算して収束解を得た。数値計算では、原則として平行等深線の場合、格子間隔 $\Delta x = \Delta y = 12.5\text{m}$ で、一方Nodaにより提案された地形の場合、 $\Delta x = \Delta y = 5\text{m}$ で領域を23×19に分割した。

また、計算時間間隔はCFL条件を満足するよう平行等深線の場合 $h_{\text{max}} = 4.2\text{m}$ に対し $\Delta t = 1.0\text{s}$ 、Noda地形の場合 $h_{\text{max}} = 3.26\text{m}$ および $h_{\text{max}} = 4.80\text{m}$ に対しそれぞれ $\Delta t = 0.5\text{s}$ および $\Delta t = 0.4\text{s}$ とされた。

表-1は平行等深線地形およびNodaにより提案され

表-1 数値計算における諸条件

地形	Case	解析法	質量輸送項(1)	質量輸送項(2)*	波と流れの干渉項	非線形移流項	解の種類
平行等深線地形	1	非定常	有	無	有	有	定常解
	2	非定常	有	無	有	有	定常解
	3	非定常	無	無	有	有	定常解
	4	非定常	無	無	有	有	過渡解
非対称凹地形	5	非定常	無	無	有	有	定常解
	6	非定常	無	無	有	有	定常解
	7	非定常	無	無	有	無	定常解
対称凹地形	8	定常	無	無	有	有	定常解
	9	定常	無	無	無	有	定常解
対称凸地形	10	非定常	無	無	有	有	定常解

注*: 質量輸送項(2)は波高計算式中の質量輸送項を意味する。

たモデル地形に対して条件を種々変えて行った計算結果のうち、本文で図として採録した計算ケースの一覧表を示したものである。ただし、エネルギー平衡方程式あるいは wave action の保存則のいずれによっても波高あるいは海浜流の計算結果はほぼ同一であったので、もっぱら後者による結果が述べられた。また、定常解析法および非定常解析法による結果の相違も見出されなかったもので、いずれか一方の結果が示されている。

3. 平行等深線地形に対する沿岸流の定常解

ここでは、海底勾配 $i=0.016$ の平行等深線地形に $T=3.5\text{s}$ 、 $H_M=1.0\text{m}$ 、 $\alpha_M=30^\circ$ (α :等深線に対する法線と波の入射方向とのなす角)の入射波が作用した場合の波浪変形および沿岸流の定常解を1200回の繰り返し計算で得た。図-2は、沿岸流に及ぼす質量輸送項の影響

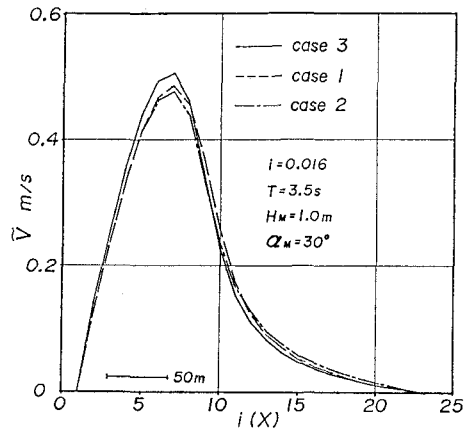


図-2 沿岸流分布に及ぼす質量輸送項の影響

響を検討したものであり、図中の実線および破線はそれぞれ質量輸送項無および有の場合である。ところで、現在の問題に対して、定常状態では $\tilde{U}=0$ になるから、質量輸送を補償する流れとして $U(=-M_x/\rho D)$ は有限値をとる。そして式(8)あるいは(9)には $\tilde{U}$ でなく U が含まれるので、岸沖方向の流れが波高変化に影響することになる。そこで、こうした影響を除くとともに、角振動数に及ぼす質量輸送項の影響を考慮するため、式(4)、(6)、(8)および(9)における U および V を $\tilde{U}$ および $\tilde{V}$ に変更する。図中の1点鎖線は wave action および波数の保存則においても質量輸送項を考慮した結果である。この図から、いずれの形にしる質量輸送項は沿岸流の沖方向分布をやや平滑化し、水平混合項と同様の役割を果たすが、現在の場合($i=0.016$)その大きさは最大値にして10%以下である。このほか、波と流れの干渉項は碎波帯の沿岸流をやや減少させることが見出された。

4. Nodaによるモデル地形に対する海浜流の定常解

E. Noda¹⁾は海底地形のモデルの1つとして沿岸方向に周期性を有する次式を提案した。

$$h(x, y) = ix \left[1 + A_0 \exp \left\{ -3 \left(\frac{x}{20} \right)^{1/3} \right\} \sin^{10} \left\{ \frac{\pi}{\lambda_0} (y - x \tan \epsilon) \right\} \right] \dots \dots \dots (12)$$

ここに、 λ_0 :沿岸方向の地形の波長、 A_0 :地形の最大振幅および ϵ :地形のひずみ、であり、これらのパラメータを変えることにより、沿岸方向および沖方向に変化を有し、深海域に近づくにつれ、沿岸方向の変化が減少する地形を作ることができる。ただし、式(12)からわかるように、汀線では直線である。そして、本論文では① $i=0.025$ 、 $\lambda_0=80\text{m}$ 、 $A_0=20\text{m}$ 、 $\epsilon=30^\circ$ 、 $h_{\text{max}}=3.26\text{m}$ (非対称凹地形)、② $i=0.025$ 、 $\lambda_0=80\text{m}$ 、 $A_0=20\text{m}$ 、 $\epsilon=0^\circ$ 、 $h_{\text{max}}=3.26\text{m}$ (対称凹地形)、③ $i=0.040$ 、 $\lambda_0=80\text{m}$ 、 A_0

$= -5\text{m}$, $\epsilon = 0^\circ$, $h_{\max} = 4.80\text{m}$ (対称凸地形) の3種の地形が使用された。図-3 は非対称凹地形に $T = 4.0\text{s}$, $H_M = 1.0\text{m}$, $\alpha_M = 30^\circ$ ($\theta_M = 150^\circ$) の入射波が作用した場合の海浜流の定常解 (ケース5) を示したものであり、この図から沿岸流の蛇行や沿岸流の卓越傾向のほか、凹部汀線近くでは反時計まわりのひずんだ形の地形性循環流が形成されていることがわかる。図-4 は質量輸送項を考慮したケース6に対する計算結果であるが、図-3 と比較してわずかに流速や流向の変化が見出される程度で、その相違は微小である。したがって、微小振幅波理論に基づく現在のモデルでは、質量輸送項は海浜流分布に有意な影響を与えないようである。つぎに、図-5 は非線型移流項を無視した場合 (ケース7) の計算結果である。

図-3 との比較から、非線型移流項を無視することによって、凹部付近の流向流速が大きく変化した結果、循環流の規模がかなり大きくなっていることが明らかである。このほか、水平混合項を小さくすると、若干循環流が形成されやすくなり、一方線型底面摩擦力式を用いると、沿岸流成分が大きくなって循環流の形が圧縮されることおよび波と流れの干渉効果が無視すると、凹部汀線近傍での流れが変化し、循環流の存在が明確になることなどがわかった。図-6 は対称凹地形に $T = 4.0\text{s}$, $H_M = 1.0\text{m}$, $\alpha_M = 0^\circ$ の波が入射した場合の海浜流分布 (ケース8) である。この図によると、地形の対称軸を中心としてそれぞれ反対の回転方向をもつ一組の循環流が形成されており、凹部では離岸流になる。また、岸側ごく近傍では

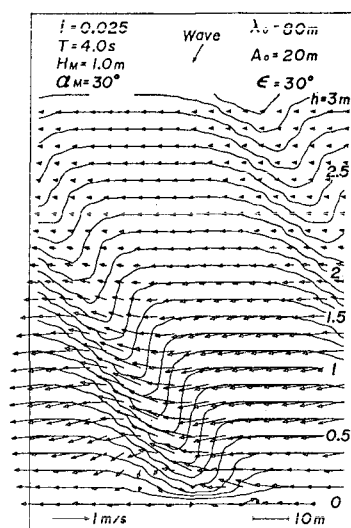


図-3 非対称凹地形上の海浜流

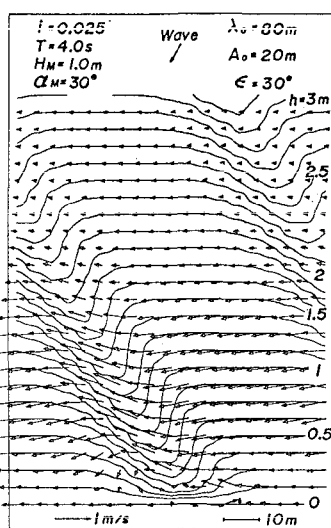


図-4 海浜流分布に及ぼす質量輸送項の影響

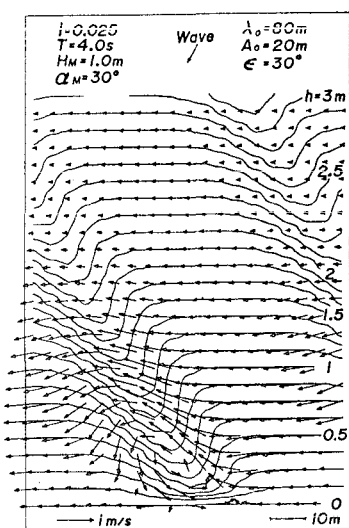


図-5 海浜流分布に及ぼす非線型移流項の影響

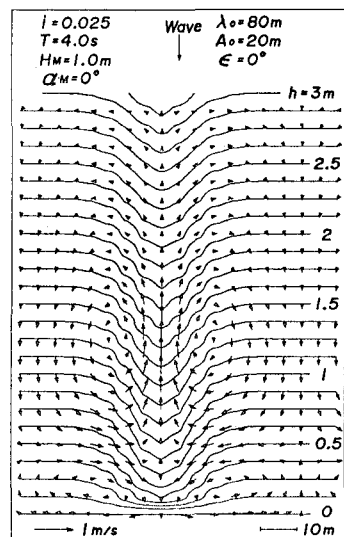


図-6 対称凹地形上の海浜流

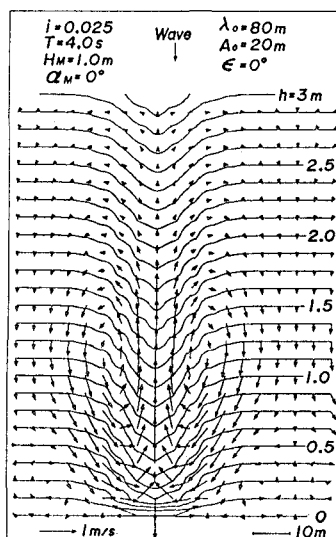


図-7 海浜流分布に及ぼす波と流れの干渉項の影響

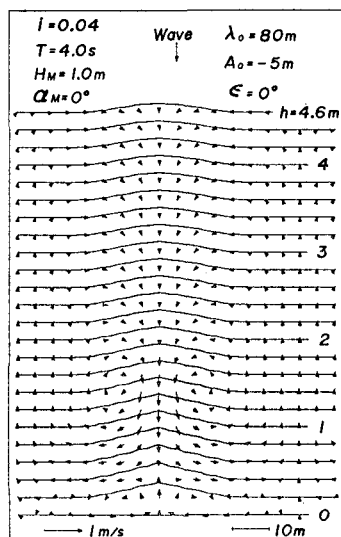


図-8 対称凸地形上の海浜流

凹部で小さな向岸流となる偏平で小さい一組の循環流が見出される。一方、波と流れの干渉項を無視した図-7によると、流速の絶対値が全体的にかなり増大する結果、大きな循環流の存在が明確になるとともに、岸側では流速のみならず流向が変化して、とくに凹部付近では複雑な流況になる。また、この場合非線型移流項を無視すると、岸近くでの流向流速が若干変化するし、質量輸送項は流況にほとんど影響しない。図-8 は対称凸地形に $T=4.0$ s, $H_M=1.0$ m, $\alpha_M=0^\circ$ の波が入射した場合の海浜流の定常解を示したものである。図-6 と比較すると、地形の起伏が小さいため、流速そのものも小さいが、流況は丁度逆になっている。

5. 過渡状態における海浜流

本研究の数値モデルは元来非定常状態における波浪変形および海浜流の計算を行うために開発されたものであり、したがって一定の波特性を沖側境界で与えた場合の波浪および海浜流の定常状態への収束状況を調べることができる。図-9 および 図-10 はそれぞれ $i=0.016$ の平行等深線地形に対してまず $H_M=2$ cm, $T=3.5$ s, $\alpha_M=30^\circ$ という実用上ほとんど問題にならない程度の波高をもつ波を与えて 400 回の繰り返し計算で定常解を得たのち、急に $H_M=1$ m とした場合の過渡状態における岸沖方向流速および沿岸方向流速の経時変化を示したもの

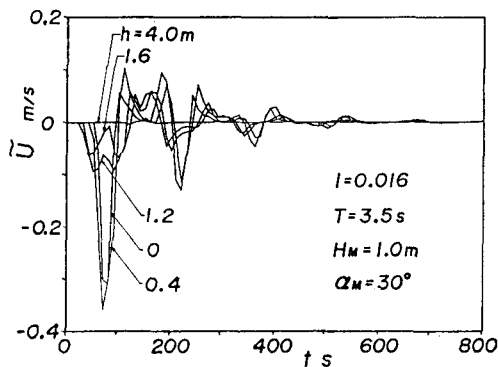


図-9 過渡状態における岸沖方向流速

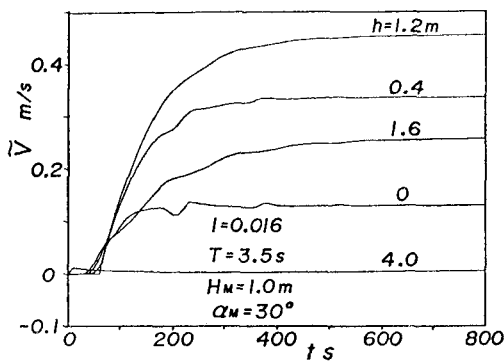


図-10 過渡状態における沿岸方向流速

である。この図によると、波特性がその急激な変化を汀線まで伝播させたのち緩やかな減衰振動を示すのに伴って、沿岸方向流速は滑らかに増大する一方、岸沖方向流速はまず場所によっては岸向きにかなり大きな値を取ったのち、やはり減衰振動を繰り返しながら定常値 0 に収束する。これは波浪の伝播に伴い、計算領域の水塊が岸沖方向に移動を繰り返しながら静まってゆく現象を示している。そして、質量輸送項を考慮した場合や定常解析法を用いた場合にも同様の結果が得られる。また、Noda による非対称凹地形に対して過渡状態の計算を行った結果、地形性循環流の形成は比較的初期に行われることが観察された。

6. 結 語

以上、本研究では質量輸送項を考慮した任意海底地形上の非定常海浜流の数値モデルを提案した。そして平行等深線地形および Noda によるモデル地形に対する数値計算結果の考察から、微小振幅波理論に基づく現在のモデルでは質量輸送項の海浜流に及ぼす影響は小さいこと、地形性循環流の形成は地形特性に応じて非線型移流項あるいは波と流れの干渉項に大きく依存すること、さらに、過渡状態における沿岸流成分は単調増大後一定値に収束するのに対し、岸沖方向流速は大きく振動しながら平衡状態に近づくことなどが明らかになった。なお、本モデルに基づき実施した 3 次元海底地形変動の数値シミュレーション結果は別の機会に述べたい。

最後に、図の作成に助力願った愛媛大学工学部海洋工学科大福学技官に謝意を表明するとともに、本研究は文部省科学研究費による研究成果の一部であることを付記する。本研究の計算は九州大学大型計算機センターの Facom M-200 および愛媛大学情報処理センターの Facom M-180 II AD によった。

参 考 文 献

- 1) Noda, E. K.: Wave-induced nearshore circulation, Jour. Geophys. Res., Vol. 79, No. 27, pp. 4097~4106, 1974.
- 2) Noda, E. K.: Nearshore circulations under sea breeze conditions and wave-current interactions in the surf zone, Tetra. Tech. Rep., TC-149-4, pp. 41~140, 1974.
- 3) 山口正隆・大津正司・西岡洋一: 非定常波浪による 2 次元海浜変形の数値計算, 第 28 回海岸工学講演会論文集, pp. 290~294, 1981.
- 4) 山口正隆・西岡洋一・大津正司: 海岸構造物設置に伴う海底地形変動の数値計算, 愛媛大学工学部紀要, 10 巻 2 号, pp. 275~283, 1983.
- 5) 渡辺 晃: 海浜流と海浜変形の数値シミュレーション, 第 28 回海岸工学講演会論文集, pp. 255~289, 1981.
- 6) 土屋義人・安田孝志・徳田邦博: 離岸流の理論 (I)——直角入射の場合——, 第 26 回海岸工学講演会論文集, pp. 495~499, 1979.
- 7) 合田良実: 浅海における波浪の碎波変形, 港湾技術研究所報告, 第 14 号, pp. 57~106, 1975.