

離岸流の理論 (3)

土屋 義人*・安田 孝志**

1. 緒 言

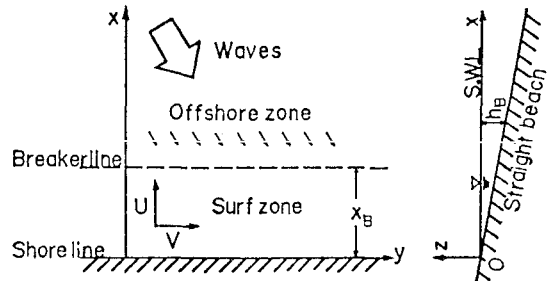
Bowen¹⁾ 以来、海浜循環流の発生機構に関する理論的研究が種々の観点からなされてきたが、砕波帯内の radiation 応力場の何らかの変動に原因を求めるという点では一貫している。汀線方向に何らかの変動を持つ radiation 応力を海浜循環流の強制外力項とする扱いにおいて、外因説（強制型）および内因説（自由型）の間に何ら相違はなく、一様な外力の作用下で生じる分岐現象としての海浜循環流の可能性については検討されて来なかったように思われる。著者ら^{2),3)}は、任意条件下での海浜流解も一様条件下での基本解によって構成されるという観点から、一様条件下での基本解の誘導を試み、近似的扱いながら、底面摩擦項に代わって入射波の質量輸送による慣性項を評価することによっても離岸流解が導かれることを示し、海浜流系を構成する因子に対する再検討の必要性を示唆した。

ここでは、海浜流を支配する因子間の大小関係を微小パラメータによって定式化し、汀線方向に一様な radiation 応力による set-up の‘座屈’に離岸流の発生原因を求める立場から、分岐現象としての海浜循環流の理論展開を最低次のオーダーで試み、直接的には radiation 応力分布によらない海浜循環流の存在の可能性を明らかにしたい。

2. 基礎方程式

本論文では、汀線方向に一様な条件下にある海浜流系の分岐解を導き、分岐現象としての海浜循環流の発生機構を明らかにするため、その力学的構造を歪めない範囲で極力簡略化を行う。この場合、その展開における定式化の妥当性が必須となるため、まず、ここで用いる定式化のための仮定を以下に列記する。

- i) 図一1 に示す一様傾斜海浜における海浜流を取り扱う。このときの海浜流は鉛直方向に一様であり、入射波と定常状態で共存し、鉛直方向に積分した質量および運動量方程式に支配される。



図一1 座標系および記号

- ii) 入射波は汀線方向に一様であり、その波高変化は、砕波帯外では Green の法則に従い、砕波帯内では波高・水深比一定則に従う。
- iii) 入射角 θ は小さく、 $\theta = \theta_B d^{*1/2}$ で表示され、 θ_B 以下の項は無視できる。
- ここに、 d ；静水位 h に平均水位の昇降 (set-up & set-down) η を加えた平均水深、 B ；砕波点での諸量であることを示す添字、および *； h_B を基準量とした無次元量であることを示す。

- iv) 入射波の質量流束 M および radiation 応力 S_{ij} は、クノイド波理論によって、前報²⁾ 同様、次のように表示される。

砕波帯内 ($x \leq x_B$)；

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{1}{2} \rho g^{1/2} \gamma^2 G_B d^{1/2}, \quad S_{22} = \frac{1}{2} \rho g \gamma^2 G_B d^2, \\ S_{22} &= \frac{1}{3} S_{11}, \\ G_B &= \frac{1}{k^4} \left[-\left(\frac{E}{K} \right) \left\{ 3 \left(\frac{E}{K} \right) + 2k^2 - 4 \right\} + k^2 - 1 \right] \Big|_B \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

砕波帯外 ($x \geq x_B$)；

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{1}{2} \rho g^{1/2} \gamma^2 G_B d_B^{3/2} d^{-1}, \\ S_{11} &= \frac{1}{2} \rho g \gamma^2 G_B d_B^{3/2} d^{-1/2}, \quad S_{22} = \frac{1}{3} S_{11} \end{aligned} \right\} \dots\dots (2)$$

ここに、 γ ；砕波波高・水深比 ($= (H/d)_B$)、 g ；重力の加速度、 K および E ；第1種および第2種完全楕円積分、および k ；楕円積分の母数である。

- v) 底面摩擦係数 R_x および R_y を考慮することとし、

* 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

** 正会員 工博 岐阜大学助教授 工学部土木工学科

次式のように表わす。

砕波帯内；

$$\left. \begin{aligned} R_x &= \rho g f q_B d \left(U^* - \frac{1}{2} \gamma^2 G_B + \theta_B V^* d^{1/2} \right), \\ R_y &= \rho g f q_B d (V^* + \theta_B U^* d^{1/2}), \\ q_B &= \frac{\gamma}{\sqrt{3} k^2} \left[- \left(\frac{E}{K} \right) \left\{ 3 \left(\frac{E}{K} \right) + 2k^2 - 4 \right\} \right. \\ &\quad \left. + k^2 - 1 \right]^{1/2} \Big|_B \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

砕波帯外；

$$\left. \begin{aligned} R_x &= \rho g f q_B d_B \left(U^* d^{*-3/4} - \frac{1}{2} \gamma^2 G_B d^{*-11/8} \right. \\ &\quad \left. + \theta_B V^* d^{*-1/4} \right), \\ R_y &= \rho g f q_B d_B (V^* d^{*-3/4} + \theta_B U^* d^{*-1/4}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 f ；摩擦係数、 U および V ； x および y 方向の海浜流流速、および q_B ；砕波点における底面水粒子の無次元水平速度の r.m.s. である。

vi) 入射波のオーダーを σ によって、入射波に起因する海浜流および平均水位の昇降オーダーを ε によってそれぞれ評価する。なお、 $\sigma = \gamma^2 G_B$ とし、 ε は解の誘導後決まるものとする。

vii) 取り扱う海浜流は線形解によって評価され、 ε^2 以上の高次項は無視できる。

上述の vi) および vii) の結果、 $\sigma = \varepsilon$ の場合には $O(\varepsilon)$ において、また $\sigma > \varepsilon$ の場合には $O(\varepsilon\sigma)$ においてそれぞれ基礎方程式が取扱われ、後者では入射波と海浜流の相互干渉が直接評価されることになる。ところで、本論文では、海浜循環流の発生原因を汀線方向に一樣に生じた set-up の‘座屈’に求める展開を試みるため、radiation 応力に汀線方向の変動を与える必要がなく、入射波と海浜流を相互に独立として評価することが可能となる。このため、次の仮定によって展開の簡略化を図る。

viii) 汀線方向に一樣な radiation 応力の作用下で海浜循環流が生じ、 $O(\varepsilon\sigma)$ において評価される入射波と海浜流の相互干渉の影響は無視できる。

この結果、基礎方程式はたかだか $O(\varepsilon)$ または $O(\sigma)$ で評価されることになるため、最後に次の仮定を行う。

ix) 入射波と海浜流のオーダーは平衡し、 $\sigma = \varepsilon$ とできる。

以上の仮定を基に、 $O(\varepsilon = \sigma)$ での砕波帯内外における海浜流の基礎方程式を導けば、それぞれ以下のようになる。なお、以下ではすべて無次元量によって式の展開および表示を行うため、無次元記号 * を省略する。

砕波帯内；

$$(U_0 d)_x + V_{0y} d - \frac{3}{4} d^{1/2} d_x = 0 \dots\dots\dots (5)$$

$$\begin{aligned} & d d_x - f q_B d + f q_B d^{1/2} (2U_0 + \theta_B d^{1/2} V_0) \\ & = -d\eta_{0x} \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\frac{5}{6} \theta_B d^{3/2} + f q_B (V_0 d^{1/2} + \theta_B U_0 d) = -d\eta_{0y} \\ & \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

砕波帯外；

$$(U_0 d)_x + V_{0y} d + \frac{1}{2} d^{-2} d_x = 0 \dots\dots\dots (8)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{4} d^{-3/2} d_x + f q_B (2U_0 d^{-3/4} + \theta_B V_0 d^{-1/4} - d^{-11/4}) \\ & = -d\eta_{0x} \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

$$f q_B (V_0 d^{-3/4} + \theta_B U_0 d^{-1/4}) = -d\eta_{0y} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 U_0 、 V_0 および η_0 は、元の海浜流流速 U および V および平均水位の昇降 η との間に σ を媒介とした次式の関係を持つ。

$$\begin{aligned} U &= \varepsilon U_0, \quad V = \varepsilon V_0, \quad \eta = \varepsilon \eta_0, \quad \varepsilon = \sigma = \gamma^2 G_B \\ &\dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

また、 $O(\varepsilon = \sigma)$ においては、 d_x に平均水位の昇降の影響は含まれず、 d_x は斜面勾配に一致する。

ここで、砕波帯の内外において連続式を満たす輸送流れ関数 ϕ をそれぞれ次式のように定義する。

砕波帯内；

$$\left. \begin{aligned} \phi_y &= U_0 d - \frac{1}{2} d^{3/2} \\ \phi_x &= -V_0 d - \frac{1}{2} \theta_B d^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

砕波帯外；

$$\left. \begin{aligned} \phi_y &= U_0 d - \frac{1}{2} d^{-1} \\ \phi_x &= -V_0 d - \frac{1}{2} \theta_B d^{-1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

これらを上述の基礎方程式に適用すれば、最終的に解くべき海浜循環流に関する基礎方程式が砕波帯の内外において、それぞれ次式のように導かれる。

$$\begin{aligned} & f q_B \left\{ \left(\frac{3}{2} d_x d^{-1} \phi_x - 2\phi_{yy} - \phi_{xx} \right) d^{1/2} \right. \\ & \quad \left. + \theta_B (2\phi_{xy} d - d_x \phi_y) \right\} = \frac{5}{12} \theta_B d_x^2 d^{3/2} \dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & f q_B \left\{ \left(\frac{11}{4} d_x d^{-1} \phi_x - \phi_{xx} - 2\phi_{yy} \right) d^{-3/4} \right. \\ & \quad \left. + \theta_B \left(-\frac{9}{4} d_x d^{-5/4} \phi_y + 2d^{-1/4} \phi_{xy} \right) \right\} = 0 \dots\dots (15) \end{aligned}$$

3. 海浜循環流の解

前報²⁾と同様に、入射角 θ_B を展開パラメータとする輸送流れ関数 ϕ に対するせつ動解

$$\phi(x, y) = \phi_1(x, y) + \theta_B \phi_2(x, y) + \dots\dots\dots (16)$$

を仮定し、これを前述の式 (14) および (15) に適用して解けば、砕波帯の内外における海浜循環流解 ϕ_s および ϕ_0 が容易に導かれる。

まず, d (または x) $\rightarrow 0$ において $\phi_s=0$ の境界条件を満足する循環流解 ϕ_s は, 次のように表される.

$$\phi_s = A_s \xi^{5/4} I_{5/4}(\xi) \sin \lambda y + \theta_B \left(\sum_{n=0}^{\infty} C_{2n} x^{2n+4} \cos \lambda y - \frac{5}{18} \frac{\sigma}{q_B} d_x^3 d^3 \right) \dots\dots\dots (17)$$

ここに, $I_{5/4}$; $5/4$ 階の第 1 種変形 Bessel 関数, $\xi = \sqrt{2} \lambda x$, λ ; 循環流間隔を与える固有値, A_s ; 循環流の強さを規定する未知定数, および C_n は次式で与えられる.

$$C_{2n} = \frac{2\lambda^2}{(n+2)(4n+3)} C_{2n-2} - \frac{d_x^{1/2} \lambda^{2n+5/2} A_s}{(n+2)2^{n+1} n! \Gamma(n+9/4)} \dots\dots\dots (18)$$

ここに, Γ ; ガンマ関数である.

ついで, d (または x) $\rightarrow 0$ において $\phi_0 \rightarrow \text{const}$ の境界条件を満足する循環流解 ϕ_0 は次式のように表される.

$$\phi_0 = A_0 \xi^{5/4} K_{15/8}(\xi) \sin \lambda y + \theta_B \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (F_n x^{n+3/2} + G_n x^{n+21/4}) \cos \lambda y + P_0 \right\} \dots\dots\dots (19)$$

ここに, $K_{15/8}$; $15/8$ 階の第 2 種変形 Bessel 関数, A_0 ; A_s と同様に循環流の強さを規定する未知定数, P_0 ; 砕波線上での接続条件を満足するための定数, F_n および G_n はそれぞれ次式で与えられる.

$$\begin{aligned} & (4n+5)(8n-5)F_{2n+1} + (4n+3)(8n-9)F_{2n} \\ & - 16\lambda^2(F_{2n-1} + F_{2n+2}) \\ & = \frac{A_0 \pi d_x^{-1/2} \lambda^{2n+1}}{\sin(15\pi/8)2^n n! \Gamma(n-7/8)} \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (4n+5)(8n-5)G_{2n+1} + (4n+3)(8n-9)G_{2n} \\ & - 16\lambda^2(G_{2n-1} + G_{2n+2}) \\ & = \frac{A_0 \pi d_x^{-1/2} \lambda^{2n+19/4}}{\sin(15\pi/8)2^{n+15/8} n! \Gamma(n+23/8)} \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

4. 汀線方向に一樣な radiation 応力下の離岸流の特性

(1) 離岸流の解

前述の海浜循環流解において $\theta_B=0$ とすれば, 直角入射波による循環流, すなわち離岸流の解が得られるので, これらを前述の基礎方程式に適用することにより, 直ちにこのときの海浜流速および set-up & down の表示を導くことができ, 汀線方向に一樣な radiation 応力の作用下で生じる離岸流の特性が明らかとなる.

まず, 砕波帯内の場合について示せば, 次式のようになる.

$$U = \sigma \lambda A_s d^{-1} \xi^{5/4} I_{5/4}(\xi) \cos \lambda y + \frac{\sigma}{2} d^{1/2} \dots\dots\dots (22)$$

$$V = -\sqrt{2} \sigma \lambda A_s d^{-1} \xi^{5/4} I_{1/4}(\xi) \sin \lambda y \dots\dots\dots (23)$$

$$\begin{aligned} \eta = & -2\sqrt{2} \sigma A_s q_B d^{-3/2} \xi^{5/4} I_{1/4}(\xi) \cos \lambda y \\ & + \sigma(d_B - d) \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

ここに, $I_{1/4}$; $1/4$ 階の第 1 種変形 Bessel 関数である.

式 (24) の右辺第 2 項は汀線方向に一樣な radiation 応力に直接依存する set-up を示し, 第 1 項はこれに誘因される '座屈' 成分を示す. そのオーダーは未知定数 A_s によって規定されており, その決定には何らかの付加条件が必要となる. この '座屈' に伴って生じる離岸流成分は式 (22) および (23) の右辺第 1 項によって表され, 一樣な set-up に対応したもどり流れは式 (22) の右辺第 2 項によって表される. 式 (22) および (24) から明らかのように, U と η とは位相が π だけずれているため, 汀線に沿って set-up が最大となる $\eta_{\max}$ の点において岸向きの流れが生じ, 逆に最小となる $\eta_{\min}$ の点において沖向きの流れ, すなわち離岸流が生じる. また, set-up の '座屈' によって生じた汀線方向の水面勾配に伴って, $\eta_{\max}$ の点から離岸流発生点である $\eta_{\min}$ の点に向かう海浜流が形成される. このように, ここで示した計算では, set-up の変動に直接支配される循環流が形成され, 水口⁴⁾の計算におけるような矛盾は生じていない. これは, 離岸流を set-up と直接結び付けて展開したことによる当然の結果であるが, radiation 応力に汀線方向の変動を与えなくても離岸流解が導かれるという事実は, 田中ら⁵⁾による実験事実と併せて, 海浜循環流の発生機構に関するこれまでの理解に対する再検討の必要性を示すものと言えよう. 特に, 基本解を基にして任意条件下での海浜流解を構成する場合, 相互干渉項を含まない最低次で導かれる海浜循環流解の存在は基本解として極めて重要であろう.

ついで, 砕波帯外についても同様に示せば, 次式のようになる.

$$U = \sigma \lambda A_0 d^{-1} \xi^{15/8} K_{15/8}(\xi) \cos \lambda y + \frac{\sigma}{2} d^{-2} \dots\dots\dots (25)$$

$$V = \sqrt{2} \sigma \lambda A_0 d^{-1} \xi^{15/8} K_{7/8}(\xi) \sin \lambda y \dots\dots\dots (26)$$

$$\begin{aligned} \eta = & 2\sqrt{2} \sigma A_0 q_B d^{-11/4} \xi^{15/8} K_{7/8}(\xi) \cos \lambda y \\ & - \frac{\sigma}{6} d^{-3/2} \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

ここに, $K_{7/8}$; $7/8$ 階の第 2 種変形 Bessel 関数であり, 砕波帯外での set-down の '座屈' およびこれに起因する循環流の絶対値は未知数 A_0 によって規定されている. これから, 岸沖成分 U に関しては砕波帯内のものと位相が一致しているが, 汀線方向成分 V および set-down η に関してはともに π だけずれていることがわかる. この結果, 砕波帯外では汀線方向に砕波帯内と逆の水面勾配が形成され, これに従って V の方向も砕波帯内と逆向きになり, 離岸流の終端から岸向き流れの開始点に向かい, 砕波帯内の海浜流と一体となって閉じた循環流が形成されることになる.

(2) 離岸流の間隔とその平面形状

離岸流間隔 S_R を与える固有値入は, 砕波線上での海

浜流解の接続条件によって決定されるが、砕波帯内外の radiation 応力が砕波線上で滑らかに接続せず、しかも、前述の仮定 v) に従って水平拡散項を評価していないため、汀線方向の速度成分に関しては接続条件を原理的に満足させることができない。このため、輸送流れ関数 ψ に関してのみ次式の接続条件を満足させる。

$$\psi_s|_{x=x_B} = \psi_0|_{x=x_B} \quad \dots\dots\dots(28)$$

上式に前述の $\theta_B=0$ とした式 (17) および (18) を代入すれば、固有値入が満足すべき方程式は次式となる。

$$A_s I_{5/4}(\sqrt{2}\lambda/d_x) - A_0(\sqrt{2}\lambda/d_x)^{5/8} K_{15/8}(\sqrt{2}\lambda/d_x) = 0 \quad \dots\dots\dots(29)$$

これから明らかなように、 λ は未知定数 A_s/A_0 に依存するため、 λ を A_s/A_0 の関数として評価する。図-2 は S_R/x_B と A_s/A_0 の関係を示し、 $A_s/A_0=1$ の場合 $S_R/x_B \approx 6.2$ となり、離岸流間隔は砕波帯の幅のみに依存する

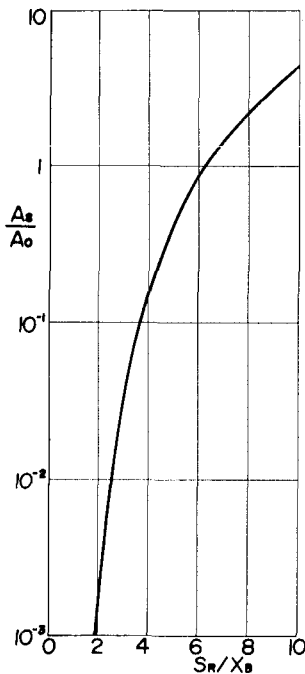


図-2 A_s/A_0 と離岸流間隔との関係

ことがわかる。この値は、佐々木⁶⁾によって観測結果を基に導かれた値の約2倍であり、また、日野⁷⁾の理論値の約1.5倍となっている。もちろん、 A_s/A_0 の値に任意性が残るため、この値をそのまま受け容れることはできないが、妥当な結果を与えているものと思われる。

図-3 は、 $A_s=A_0=1$ としたときの離岸流の平面形状を示す。なお、 $\psi=0$ の流線が示されていないが、汀線が $\psi=0$ に一致していることは言うまでもない。これから、流線の方から離岸流が $\lambda y=3\pi/2$ の点に発生していることがわかる。また、 $|\psi| \approx 0.1$ 程度では砕波線で ψ の値は滑らかに接続していると判断されるが、 $|\psi|$ の値

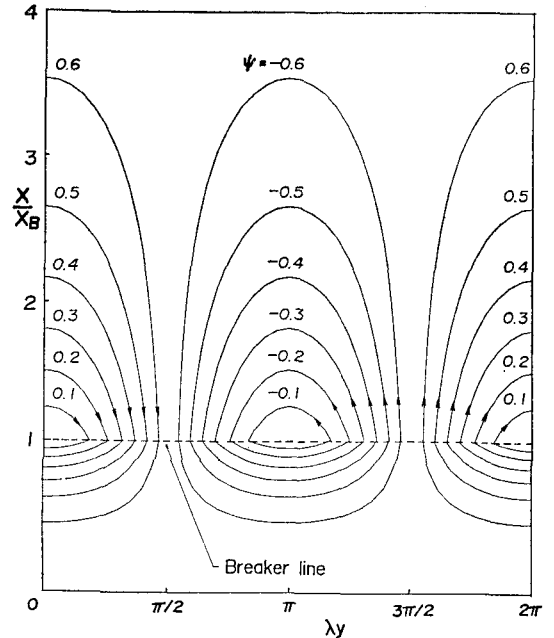


図-3 循環流の平面形状

の増大に伴って折れ曲がりが増著となり、水平拡散項の評価が解の平滑化のために必須となることがわかる。

5. 結 論

Radiation 応力の汀線方向の変動を前提とする従来の海浜循環流理論の展開に疑義を抱き、汀線方向に一樣な radiation 応力の作用下で生じる分岐解こそ任意条件下での海浜流系の解を構成する海浜循環流の基本解であるとの観点から、微小パラメーターによって海浜流系の支配因子間の大小関係を定式化し、入射波と海浜流が相互に独立として取扱われる最低次の海浜流解において set-up の‘座屈’に起因する分岐が生じることを明らかにした。そして、汀線方向に一樣な radiation 応力の下で生じる海浜循環流の特性を直角入射波の場合について検討し、砕波帯内では汀線上の set-up の最大点から最小点に向かう流れが生じ、この流れが set-up の最小点から沖へ向かうことによって離岸流を発生させ、砕波帯外における set-down の変動に伴う流れとともに水面勾配に一義的に支配される閉じた循環流を形成していることを示した。さらに、このときの離岸流間隔は、未知定数比 A_s/A_0 に依存するという任意性を残してはいるものの、砕波帯の幅のみにによって一義的に定まり、その約6倍程度になることを示した。

最後に、本研究に際し熱心に協力して頂いた学部4年生浜中実君（現在、セントラルコンサルタンツ（株）勤務）に深謝するとともに、本研究は文部省科学研究費による成果であることを付記する。

参 考 文 献

- 1) Bowen, A. J.: Rip currents, 1, Teoretical investigations, Jour. Geophys. Res., Vol. 74, pp. 5467~5478, 1969.
 - 2) 土屋義人・安田孝志・徳田邦博: 離岸流の理論 (1)——直角入射の場合——, 第 26 回海岸工学講演会論文集, pp. 495~499, 1979.
 - 3) 土屋義人・安田孝志・片山章仁: 離岸流の理論 (2)——斜め入射の場合——, 第 27 回海岸工学講演会論文集, pp. 158~162, 1980.
 - 4) 水口 優: 固有値問題としての離岸流の間隔について, 土木学会論文報告集, 第 248 号, pp. 83~88, 1976.
 - 5) 田中寛好・和田 明: 海浜流の発生機構に関する実験的研究, 第 27 回海岸工学講演会論文集, pp. 153~157, 1980.
 - 6) 佐々木民雄: 海浜流系の構造に関する野外的研究, 東京大学学位論文, p. 240, 1974.
 - 7) 日野幹雄: 海浜流系の発生理論 (3)——単純化された理論——, 第 21 回海岸工学講演会論文集, pp. 339~344, 1973.
-