

隅角部を有する浮体構造物まわりの渦形成と 作用波力の算定法

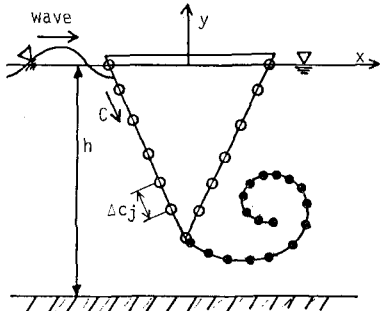
中村孝幸*・榎本太司**・石本浩司***・芝野真次****

1. ま え が き

波浪による浮体の動揺や浮防波堤を用いた波浪制御の問題等を検討するにあたり、浮体構造物まわりの渦形成を含む非ポテンシャル的な流体现象の解明は欠くことができないものと考えられる。しかしながら従来においては、波浪減勢を目的に鉛直板まわりの渦形成の実態について検討を加えた日野¹⁾らの実験的研究などがあるにすぎない。このため、本研究では大型海洋構造物まわりの渦を含む流況およびそれに基づく作用流体力の解明のための第一ステップとして、浮体が水面に固定された状態を想定して、二次元物体まわりの隅角部より発生する渦を含む流況の解析法ならびに作用波力の算定法について究明する。この際各種の断面物体について解析が行なえるようにするため自由度の大きいわき出し分布法に基づく解析法について明らかにする。また、各種の断面物体を用いて流況の可視化実験を行うとともに作用波力の測定を行い、物体まわりの渦形成ならびに渦力の実態について明らかにする。そして本解析法による算定結果と実験結果との比較の上でその妥当性を検討するものである。

2. 渦系の速度ポテンシャルおよび Green 関数

本研究では、二次元波動場中の物体まわりの渦形成に

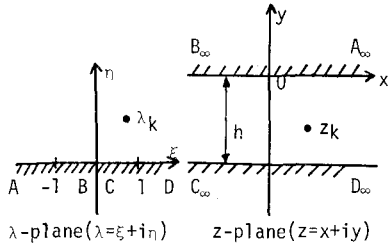


図一 流況モデル

関するシミュレーションを行うに当たり、図一1に示すように隅角部より発生する渦をポテンシャル渦系の集合としてモデル化する複数渦系モデルを用いている。そしてこのモデル化を行うためには、i) 物体のない場合の二次元波動場中に渦系が置かれた時の速度ポテンシャルの表示式 ϕ_k および ii) 波動場中に任意物体が置かれた場合にこの物体の境界条件を満足するように ϕ_k に付加すべき速度ポテンシャル ϕ_R の表示式を求めておく必要がある。そして本研究では任意物体を対象にすることから、 ϕ_R の算定にわき出し分布法を用いており、この際 i) で述べた流体場中でのわき出しの表示、すなわち Green 関数 G_V の表示が必要となる。

2.1 渦系の速度ポテンシャル ϕ_k

従来渦の存在により自由表面にどのような波が生ずるかは明確にされていないが、渦が一方へ向けた回転流れであることを考慮して、本研究では渦により発生する波が長周期の波と仮定する。そしてこの場合、 ϕ_k の満足すべき自由表面の境界条件は、微小振幅波理論に基づくならば、水表面位置で $\partial\phi/\partial y=0$ となり、自由表面を固定壁と仮定することになる。従ってこの場合の ϕ_k は図一2の z 平面に示すような幅 h の平行領域中の点 $z_k=x_k$



図二 変換座標

$+iy_k$ に置かれた渦系のもつ速度ポテンシャルとなる。そしてこのような z -平面上の渦系のポテンシャルは、i) 図一2の λ 平面における渦系のポテンシャル $\phi_{k\lambda}$ を求めておき、ii) この $\phi_{k\lambda}$ を λ -平面より z -平面に写像変換することで求められる。ここで λ -平面より z -平面への変換式は、Schwarz-Christoffel 変換を用いて式 (1) のように表せる。

$$\lambda = -\exp [\pi z/h] \dots\dots\dots (1)$$

* 正 会 員 工 博 愛媛大学助教授 工学部海洋工学科
** 正 会 員 工 修 日立造船 (株) 大阪工場設計部
*** 正 会 員 ニュークリア・データ (株)
**** 学 生 会 員 京都大学大学院 工学研究科

また ϕ_{k_i} は無限流体中の渦糸の平面鏡像を考えて与えられ、これを式(1)に代入することにより ϕ_k の表示式が式(2)のように導ける。

$$\phi_k = \text{Re} \left[\frac{\Gamma_k}{2\pi i} \{ \log(e^{C_0 z_k} - e^{C_0 \bar{z}_k}) - \log(e^{C_0 \bar{z}_k} - e^{C_0 z_k}) \} \right] \quad (2)$$

ここに、Re は実数部をとることを意味し、 Γ_k は渦糸の循環、 $i = \sqrt{-1}$ 、 $C_0 = \pi/h$ 、 $\bar{}$ は共役複素数を示す。

2.2 Green 関数 G_V

G_V の表示式は、図-2 の z -平面で単に z_k に置かれた渦糸のかわりに $Z = X + iY$ に置かれた強さ 1 のわき出しを考えることにより求められる。そして G_V は、式(2)の ϕ_k を参照して式(3)のように書き表せる。

$$G_V = \text{Re} \left[\frac{1}{2\pi} \{ \log(e^{C_0 Z} - e^{C_0 \bar{Z}}) - \log(e^{C_0 \bar{Z}} - e^{C_0 Z}) \} \right] \quad (3)$$

3. 物体まわりの流れのシミュレーション手法

3.1 物体まわりの流れの速度ポテンシャル

(1) 流況モデルおよび速度ポテンシャルの表示法: 流況モデルとしては、図-1 に示すように一様水深 h の波動場中に任意断面物体が固定されており、波に基づく流体運動により物体まわりに渦が形成された状態を想定する。そしてこの時の物体まわりの流れの速度ポテンシャル ϕ_T は、形成渦を複数渦糸モデルで近似すると式(4)のように表示できる。

$$\phi_T = \phi_I + \phi_D + \phi_V + \phi_R \quad (4)$$

ここに、 ϕ_I 、 ϕ_D はおのおの入射波、回折波の速度ポテンシャルであり、 ϕ_V は形成渦を K 個の渦糸で近似した時の自由表面および水底の境界条件を満足する渦糸群の速度ポテンシャルで式(2)の ϕ_k を用いて式(5)で与えられる。

$$\phi_V = \sum_{k=1}^K \phi_k \quad (5)$$

また ϕ_R は、 ϕ_V が物体表面上の境界条件を満足するように付加された速度ポテンシャルで、式(3)の G_V を用いて式(6)のように表示できる。

$$\phi_R(X, Y) = \int_c f(X, Y) G_V(x, y; X, Y) dc \quad (6)$$

ここに、 c は物体の断面曲線、 (X, Y) は c 上の座標、 f は C 上におけるわき出し強さの分布関数である。そして f は後述する物体表面上の境界条件により決定されるものである。

なお式(4)中の ϕ_D は、渦の形成のある場合とない場合とで異なるはずである。しかし渦の形成が ϕ_D に及ぼす影響は、渦の減衰を含めて未解明な問題であり、本研究では ϕ_V 、 ϕ_R の項が ϕ_I 、 ϕ_D に比して小さなものであると仮定し、 ϕ_D として渦の形成のない場合のもので

代用できるものとしている。そして渦の形成のない場合の ϕ_D は、既に著者らの中の一人が明らかにしているわき出し分布法に基づく解析法²⁾により算定でき、以下これを用いている。

(2) f の算定法: 式(6)に含まれる f は、物体表面上の法線方向における流速が 0 となる条件を用いて決定され、その決定方程式は、法線微分が $\partial/\partial n = \partial/\partial x \cdot n_x + \partial/\partial y \cdot n_y$ (n_x , n_y は法線ベクトルの成分) で表されることに注意すると式(7)のように導ける。

$$\int_C f \left(\frac{\partial G}{\partial x} n_x + \frac{\partial G}{\partial y} n_y \right) dC = -(u_V n_x + v_V n_y) \quad (C \text{ 上}) \quad (7)$$

ここに u_V , v_V は、おのおの ϕ_V により C 上に生ずる流速の x , y 成分であり、式(5)より式(8), (9)のように導ける。

$$u_V(x, y) = - \sum_{k=1}^K \frac{\Gamma_k C_0}{4\pi} \left\{ \frac{SN(y, y_k)}{I(x, y; x_k, y_k)} - \frac{SN(y, -y_k)}{I(x, y; x_k, -y_k)} \right\} \quad (8)$$

$$v_V(x, y) = \sum_{k=1}^K \frac{\Gamma_k C_0}{4\pi} \left\{ \frac{SH(x, x_k)}{I(x, y; x_k, y_k)} - \frac{SH(x, x_k)}{I(x, y; x_k, -y_k)} \right\} \quad (9)$$

ここで、 SN , SH , I は以下の式で定義される関数形である。

$$SN(a, b) = \sin \{ C_0(a - b) \}$$

$$SH(a, b) = \sinh \{ C_0(a - b) \}$$

$$I(a, b; c, d) = \cosh \{ C_0(a - c) \} - \cos \{ C_0(b - d) \}$$

また式(7)の $\partial G_V/\partial x$, $\partial G_V/\partial y$ は、式(3)よりおのおの式(10), (11)のように導ける。

$$\frac{\partial G_V}{\partial x} = \frac{C_0}{4\pi} \left\{ \frac{SH(x, X)}{I(x, y; X, Y)} + \frac{SH(x, X)}{I(x, y; X, -Y)} + 2 \right\} \quad (10)$$

$$\frac{\partial G_V}{\partial y} = \frac{C_0}{4\pi} \left\{ \frac{SN(y, Y)}{I(x, y; X, Y)} + \frac{SN(y, -Y)}{I(x, y; X, -Y)} \right\} \quad (11)$$

本研究では、任意断面物体を対象にすることから、図-1 に示すように物体の断面曲線 C を N 個の線素分 dC_j ($j=1 \sim N$) に分割し、 dC_j にわたるわき出し強さが一定であると仮定する中央点近似法を用いて式(7)の数値化を行ない、 f を求めている。なお式(10), (11)には逆数型の特異関数が含まれており、 $(x, y) = (X, Y)$ の特異点ではこれら関数の特別な取扱いが必要となるが、その詳細については割愛したい。

3.2 渦糸の運動方程式

隅角部より発生した K 個の渦糸群の中で任意の m 番目の渦糸に着目し、その移動速度を求めてみる。この移動速度は、渦糸の運動が他の渦糸からしか影響を受けな

いことに注意すると、式(4)を参照して式(12)、(13)のように表せる。

$$\frac{dx_m}{dt} = \left[\frac{\partial \phi_I}{\partial x} + \frac{\partial \phi_D}{\partial x} + \frac{\partial \phi_V}{\partial x} + \frac{\partial \phi_R}{\partial x} - \operatorname{Re} \left[\frac{\Gamma_m}{2\pi i} \frac{1}{z - z_m} \right] \right]_{y=y_m}^{x=x_m} \quad (12)$$

$$\frac{dy_m}{dt} = \left[\frac{\partial \phi_I}{\partial y} + \frac{\partial \phi_D}{\partial y} + \frac{\partial \phi_V}{\partial y} + \frac{\partial \phi_R}{\partial y} - \operatorname{Im} \left[\frac{\Gamma_m}{2\pi i} \frac{1}{z_m - z} \right] \right]_{y=y_m}^{x=x_m} \quad (13)$$

ここに (x_m, y_m) は渦糸の位置座標、 $z_m = x_m + iy_m$ 、 Im は虚数部をとることを示す。そして $\partial \phi_D / \partial x$ 、 $\partial \phi_D / \partial y$ は著者らの中の一人が明らかにしている解析法²⁾に基づき求めることができる。また $\partial \phi_V / \partial x$ 、 $\partial \phi_V / \partial y$ は上記のおおの式(8)、(9)により与えられる。一方 $\partial \phi_R / \partial x$ 、 $\partial \phi_R / \partial y$ は 3.1 (2) で求められた f と式(10)、(11)を用いて算定され得る。

式(12)、(13)は渦糸が K 個あるとき、 $2K$ 元の連立微分方程式に導かれ、本研究ではこれらを二次の Runge-Kutta 法を用いて数值的に解いている。また発生渦糸の循環の算定は、従来円柱後流渦に関する数値シミュレーション³⁾に用いられている式(14)を採用した。

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = 0.5 U_B^2 \quad (14)$$

ここに U_B は境界層外縁の流速である。そして本研究では、 U_B として ϕ_T により発生渦糸の初期設定位置に誘起される流速を用い、この初期設定位置として隅角部の頂点より主流側へ 2δ (δ : 振動流境界層の厚さ) 離れた地点を採用している。また渦糸の強さは、発生後時間的に変化しないものと仮定している。

4. 波力の算定法

物体表面上の圧力 P_T は圧力方程式により算定でき、式(4)の ϕ_T を用いると式(15)のように表せる。

$$P_T = -\rho \frac{\partial \phi_T}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho \left\{ \left(\frac{\partial \phi_T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_T}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad (C上) \quad (15)$$

この P_T の中で ϕ_I 、 ϕ_D に関連する項は、著者らの中の一人が既に明らかにしている解析法²⁾を用いて算定でき、式(15)の右辺第2項中の $\partial \phi_V / \partial x$ 、 $\partial \phi_R / \partial x$ などの項は上記 3. の結果を参照して求められる。そして式(15)の右辺第1項に含まれる $\partial \phi_V / \partial t$ 、 $\partial \phi_R / \partial t$ は各々式(5)、(6)より式(16)、(17)のように与えられる。

$$\frac{\partial \phi_V}{\partial t} = \sum_{k=1}^K \frac{C_0 \Gamma_k}{4\pi} \times \left[\left\{ \frac{SN(y, y_k)}{I(x, y; x_k, y_k)} - \frac{SN(y, -y_k)}{I(x, y; x_k, -y_k)} \right\} \right]$$

$$\times \frac{dx_k}{dt} + \left\{ \frac{SH(x, x_k)}{I(x, y; x_k, y_k)} + \frac{SH(x, x_k)}{I(x, y; x_k, -y_k)} + 2 \right\} \frac{dy_k}{dt} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \phi_R}{\partial t} = \int_C \frac{\partial f}{\partial t} G dC \quad (17)$$

ここに dx_k/dt 、 dy_k/dt はおのおの k 番目の渦糸の移動速度の x 、 y 成分で、式(12)、(13)を解いて与えられる。また $\partial f / \partial t$ は、わき出し強さの時間変化を表す未知関数である。そしてこの $\partial f / \partial t$ は、物体表面上の境界条件を示す式(7)の時間微分を考えた式に基づき、 f の決定法と類似した手法により算定される。

また物体に作用する水平波力 F_H 、鉛直波力 F_V は、 P_T を用いておのおの式(18)、(19)で与えられる。

$$F_H = - \int_C P_T n_x dC \quad (18)$$

$$F_V = - \int_C P_T n_y dC \quad (19)$$

5. 渦現象の実態と算定結果

本実験で用いた堤体模型は、円形、矩形、三角形堤体の3種類であり、以下の比較に用いている円形、三角形堤体の断面寸法および設置水深について図-3に示す。作用せしめた波は、入射波高 $H=5, 10$ cm, 周期 $T=1.2 \sim 2.6$ sec である。また流況は、隅角頂部より

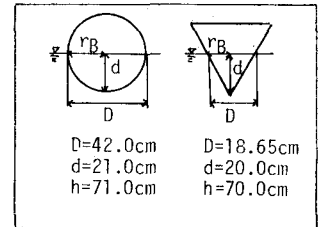


図-3 堤体模型

投入するインク液をトレーサーにして 16 mm シネカメラで撮影し、それを拡大映写して解析した。

5.1 堤体まわりの流況

円形堤体の場合上記の波条件下では渦の形成が認められなかったが、三角形堤体の場合全ての波条件について渦の形成が見られた。そしてこれら発生渦を渦の形状や発生個数に着目して分類して見ると、図-4に示すような3つのパターンにほぼ分類できた。図中において右側が順流時に堤体の透過波側にできる渦を、左側が逆流時に堤体の反射波側にできるそれを示す。そして図-4の

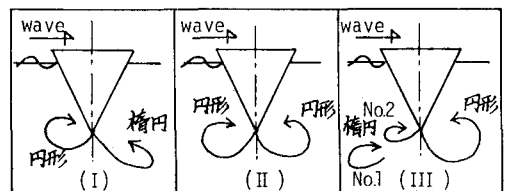


図-4 三角形断面を有する堤体まわりの流況の分類

(I) は反射率 C_R が 50% 以上となる短周期波の場合に生じ、順流時に形成される渦は楕円形の渦ですぐに堤体より離れてしまうのに対し、逆流時のそれはほぼ円形で堤体の近傍に留まるなどの特性がある。また図-4 (III) は C_R が 10% 程度でほとんど波が透過する長周期波に見られ、順流時には円形渦が形成されるのに対し、逆流時には 2 個の渦の発生が見られるなどの特性がある。そして図-4 (II) は上述の (I), (III) の中間的なものである。写真-1 は、 $C_R=10\%$ 程度である $T=2.6$ sec, $H=10$ cm の条件の時に測定された流況で、図-4 (III) に属するパターンの一例である。なお写真-1 の左側は逆流時のものを、右側は順流時のものを示す。

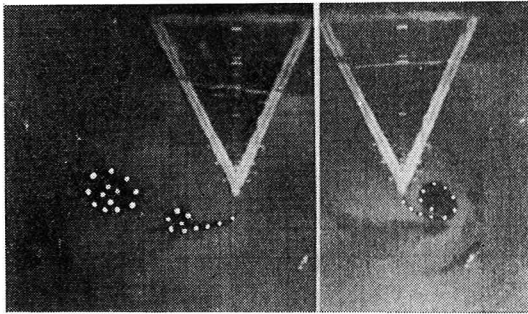


写真-1 三角形断面を有する堤体まわりの流況

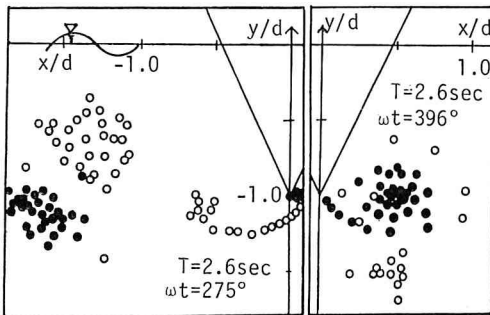


図-5 シミュレーション結果

図-5 は、本解析法により計算した渦糸の分布図の一例を示すものである。図中黒丸、白丸がそれぞれ正負の循環をもつ渦糸を表す。そしてこの図は、写真-1 に対応する波条件を用いて計算した結果で、写真と同様左側が逆流時、右側が順流時のものである。図-5 より、計算された渦糸分布図は、逆流時に渦が 2 個形成されることや順流時に堤体の近傍で円形渦の形成があることなど、実測された渦パターン(図-4 (III), 写真-1)の特性をよく再現していることがわかる。そして上記のような比較から本解析法により波動場中の隅角部まわりの流況のマクロ的な予測がほぼ可能であると言えよう。

5.2 堤体に作用する波力

図-6, 図-7 は、入射波高 $H=10$ cm の場合に測定

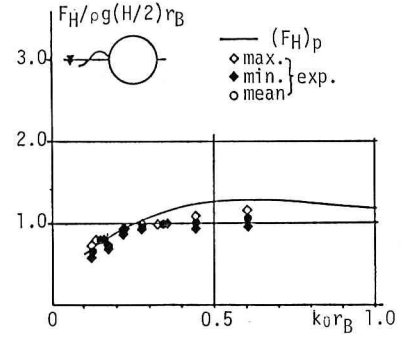


図-6 水平波力のピーク値(円形)

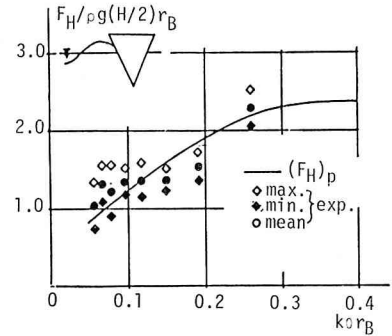


図-7 水平波力のピーク値(三角形)

されたそれぞれ円形、三角形堤体に作用する水平波力 F_H の $k_0 r_B$ (k_0 : 沖波波数, $r_B=D/2$) による変化を示す。そして F_H の正側、負側のピーク値ならびにそれらの平均値が区別してある。また図中には、渦の発生を考慮しない解析法²⁾に基づく算定結果 $(F_H)_P$ も付記してある。これらの図より、円形堤体の場合 F_H の実測値は $k_0 r_B$ にかかわらず $(F_H)_P$ によりほぼ説明されることがわかる。一方三角形堤体の場合、 F_H の実測値は $k_0 r_B$ が小さく長周期波側になるほど $(F_H)_P$ を上回るようになり、 $(F_H)_P$ による予測では危険側となることなどが認められる。そしてこれら実測された F_H と $(F_H)_P$ との相違の原因としては、i) 堤体まわりの遡上現象に関する波の有限振幅性の効果、ii) 堤体まわりに形成される渦による効果の 2 つが考えられる。本研究では i) の効果を検討するため、波力積分領域を変動水面の位置まで拡張する方法を用いて波力の算定を試みたが、 $k_0 r_B$ の小さな長周期波側では両堤体共に F_H への寄与は小さいことが確認された。そして円形堤体の場合渦の形成がないことや三角形堤体の場合図-4 に示すように長周期波になる程渦の発達が見られることから考えて、三角形堤体における F_H の実測値と $(F_H)_P$ との差は上記の ii) によるものと判断される。図-8 は、この差の大きい写真-1 に対応する波条件下で測定された波力時間波形を入射波のそれと共に示すものである。図中には上記の $(F_H)_P$ および図-5 に示す流況のシミュレーション結果

等に基づき本解析法により算定した水平波力 $(F_H)_V$ も比較のため示してある。

そして実測波力の波形は $(F_H)_P$ のそれに比し、ピークの出現位相が遅れるなど円柱波力における抗力卓越波形に類似していることが認められる。また本解析法による $(F_H)_V$ の波形は、 $(F_H)_P$ に比してピークの出現位相

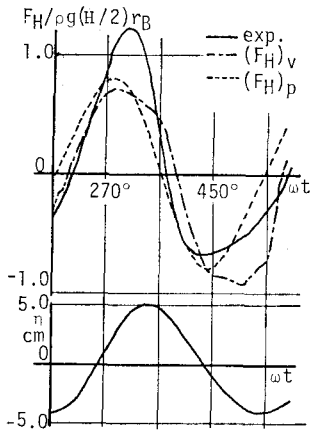


図-8 三角形断面を有する堤体の作用波力の時間波形

が遅れることや多成分波形となることなど実測波形の特性をよく表していることがわかる。なお実測波力波形のピーク出現位相が $(F_H)_P$ に比し遅れる理由としては、流れの反転時に十分発達した状態の渦が物体近傍に留まっていることによるものであることが実験的にも解析的にも確認されている。また本解析法による $(F_H)_V$ のピーク値と実測波力のそれとの比較についても行ってみたが、一例として図-8に見られるように両者の対応は十分なものではなかった。この理由としては、本解析法で

発生渦糸の減衰を考慮していないなどが挙げられるが、今後に続く検討課題としたい。

6. 結 語

i) 三角形断面を有する物体まわりの渦パターンは、ほぼ3つに大別された。そして本解析法による流況の算定結果は、長周期波になる程発生渦の増大することなど実測された流況特性をほぼ説明することができた。

ii) 実測波力は、物体の隅角部が鋭くなり渦の規模が増大するほど従来のポテンシャル理論による予測値を上回るように出現し、従来の算定値では危険側となる。本解析法による波力の算定結果は、波力波形が多成分波形となることやそのピークの出現位相がポテンシャル理論による結果に比較して遅れることなど実測された波力波形の特性をほぼ説明することができた。

参 考 文 献

- 1) 日野幹雄・山崎丈夫：波による鉛直板よりの渦形成とエネルギー損失，第18回海岸工学講演会論文集，pp. 61~65，1971。
- 2) 中村孝幸・高橋和男・中山和典：わき出し分布法を用いた2次元物体まわりの波変形と流体力の解析法，第29回海岸工学講演会論文集，pp. 462~466，1982。
- 3) Sarpkaya, T.: An analytical study of separated flow about circular cylinders, J. Basic Eng. TRANS. ASME, Series D, Vol. 90, pp. 511~518, 1968。