

円柱海洋構造物の地震応答解析

田 中 良 弘*

1. はじめに

近年、石油生産プラットホーム、海洋貯油タンクなど海洋構造物の大型化に伴い、地震時の応答解析の際に、周囲の流体力を十分な精度で算定し、さらに構造物の動的特性への影響を把握することが重要になってきている。水中に立てられた剛体円柱に作用する動水圧については、水の付加質量に基づいた、理論的、実験的研究が数多く行なわれている^{1),2)}。また、構造物の弾性変形および水の圧縮性を考慮した研究も行なわれている^{3),4),5)}。しかしながら、周囲の流体力を付加質量と減衰の項にそれぞれ分離して、構造物の応答特性への影響や、水の圧縮性の影響についての系統的な研究がなされていない。

本研究は、水の圧縮性を考慮した水の運動についての基礎方程式から出発し、一方、円柱構造物に片持振りの振動たわみに関する微分方程式を適用し、速度ポテンシャルに関する境界値問題として厳密に取り扱ったものである。その際、流体反力である水の付加質量と減衰の項をそれぞれ独立に調べるために複素変数を用いず、あえて実変数を用い、固有函数展開法により解析解の誘導を試みた。また、理論解による数値計算結果は、剛体および弾性体の円柱模型振動実験により検証した。

2. 基礎方程式・境界条件および一般解

一定水深 h の水域に、高さ h 、一様な曲げ剛性 EI で単位長さ当たり m_s なる質量分布した円柱構造物が、図-1 に示すように、角振動数が ω で、 $\bar{U} = U_0 \cos \omega t$ なる調和振動を基盤からうける場合を考える。円柱周囲の流体の運動は、図-1 の円筒座標により次の基礎方程式および境界条件で表示される。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{C^2} \phi = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad ; \quad z=0 \quad ; \quad r \geq r_0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} - (\omega^2/g) \phi = 0 \quad ; \quad z=h \quad ; \quad r \geq r_0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = (\partial U / \partial t) \cos \theta \quad ; \quad r=r_0 \quad ; \quad 0 \leq z \leq h \quad (4)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \phi = 0 \quad (5)$$

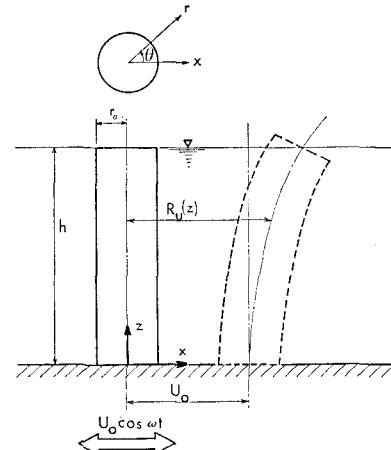


図-1 座標系の定義

ここに、 ϕ : 速度ポテンシャル、 C : 水中の音速 ($C = 1430 \text{ m/sec}$)、 g : 重力加速度、 U : 円柱の水平変位耐震設計上対象となる振動数は比較的高周波領域となり、表面重力波の影響を無視できるものと考え^{4),5)}、式(3)の自由表面の境界条件を次のように表示する。

$$\phi = 0 \quad ; \quad z = h \quad ; \quad r \geq r_0 \quad (6)$$

一方、円柱の水平変位が次のような調和振動を考えると、

$$U(z, t) = u_c(z) \cos \omega t + u_s(z) \sin \omega t \\ = R_u(z) \cos(\omega t - \varepsilon) \quad (7)$$

ここに、 $R_u = \sqrt{u_c^2 + u_s^2}$ 、 $\varepsilon = \tan^{-1}(u_s/u_c)$
円柱に流体力が作用した場合の、運動方程式および構造の境界条件は次のように表示される。

$$EI \frac{\partial^4 U}{\partial z^4} + m_s \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \rho \int_0^{2\pi} r_0 \cos \theta d\theta \quad ; \quad r = r_0 \\ \quad (8)$$

$$R_u(z) = U_0 \quad ; \quad z = 0 \quad (9)$$

$$\partial U / \partial z = 0 \quad ; \quad z = 0 \quad (10)$$

$$\partial^2 U / \partial z^2 = 0 \quad ; \quad z = h \quad (11)$$

$$\partial^3 U / \partial z^3 = 0 \quad ; \quad z = h \quad (12)$$

ここに、 ρ : 流体の密度

基礎方程式と境界条件(5)(6)を満足する解は、次式のように書き表わせる。

$$\Phi(r, \theta, z, t)$$

$$a_5 = 2 \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1}}{\mu_n} M_{JY_n} \quad \dots \dots \dots \quad (20h)$$

$$a_7 = 2h^3 a_5 - 12h^3 \sum_{n=1}^N \mu_n^{-4} M_{JY_n} \quad \dots \dots \dots \quad (20j)$$

$$a_8 = 12h^3 \left\{ \sum_{n=1}^N \mu_n^{-4} P_{JY_n} + \sum_{n=N+1}^{\infty} \mu_n^{-4} \frac{Q_{K_n}}{S_{K_n}} \right\} \\ - 4h^3 \left\{ \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1}}{\mu_n} P_{JY_n} \right. \\ \left. + \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\mu_n} \frac{Q_{K_n}}{S_{K_n}} \right\} \dots \dots \dots (20k)$$

以上、すべての未定係数で求められたので、流体運動および円柱の応答が解析的に決定された。

4. 付加質量および逸散減衰

任意点の流体圧力は、ベルヌーイの式より求められ、
深さ z における円柱に働く単位長さ当たりの流体反力
 $f(z, t)$ は、次式のように示される。

$$f(z,t) = \rho \int_0^{2\pi} \frac{\partial \Phi}{\partial t} r_0 \cos \theta \, d\theta \quad ; \quad r = r_0 \quad \dots \dots \quad (21)$$

一方、流体力学は、構造物の加速度に比例する付加質量と速度に比例する逸散減衰 (Hydrodynamic Radiation Damping) とに分離される。

$$f(z,t) = -m_a \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \beta \frac{\partial U}{\partial t} \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

ここに, m_a : 付加質量, β : 逸散減衰

式(21)と式(22)の \sin 項および \cos 項を比べることにより、 m_a および β は次式のように求められる。

$$m_a = [(S_f + S_{f'}) \sin \varepsilon + (C_f + C_{f'}) \cos \varepsilon] / R_u \omega^2 \dots (23)$$

$$\beta = [(S_f + S_{f'}) \cos \varepsilon - (C_f + C_{f'}) \sin \varepsilon] / R_u \omega \dots\dots(24)$$

卷之三

$$C_f = -\omega^2 \rho r_0 \pi \sum_{n=1}^N \frac{EI}{\sigma J_{Y_n}} \left(\frac{\mu n}{h} \right)^4 [(\bar{A}_c \gamma_{n0} + \bar{D}_c \Gamma_n) \{ S_{J_n}(J_1)_0 + S_{Y_n}(Y_1)_0 \} - (\bar{A}_s \gamma_{n0} + \bar{D}_s \Gamma_n) \{ S_{Y_n}(J_1)_0 - S_{J_n}(Y_1)_0 \}] \cos \left(\mu n \frac{z}{h} \right) \dots \quad (25a)$$

$$C_{F'} = -\omega^2 \rho r_0 \pi \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{E_I(K_1)_0}{S_{K_n}} \left(\frac{\mu_n}{h} \right)^4 [\bar{A}_o \gamma_{no} + \bar{D}_o \Gamma_n] \cos \left(\frac{\mu_n z}{h} \right) \dots \quad (25b)$$

$$S_f = \omega^2 \rho r_0 \pi \sum_{n=1}^N \frac{EI}{\sigma_{JY_n}} \left(\frac{\mu_n}{h} \right)^4 [\bar{A}_c \gamma_{n0} + \bar{D}_c \Gamma_n] \{ S_{Y_n}(J_1)_0 - S_{J_n}(Y_1)_0 \} - [\bar{A}_s \gamma_{n0} + \bar{D}_s \Gamma_n] \{ S_{J_n}(J_1)_0 + S_{Y_n}(Y_1)_0 \} \cos \left(\mu_n \frac{z}{h} \right)$$

$$S_{J'} = -\omega^3 \rho r_0 \pi \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{EI(K_1)_0}{S_{K_n}} \left(\frac{\mu_n}{h} \right)^4 [\bar{A}_{sJ'n} n_0$$

水の圧縮性を考慮することにより、式(13)の速度ポテンシャルは、 Propagating Mode [$(\omega/c)^2 - \{(n-1/2)\pi/h\}^2 > 0$] および Evanescent Mode [$(\omega/c)^2 - \{(n-1/2)\pi/h\}^2 < 0$] を持つ。今、次式で示される無次元角振動数 Ω を考え、

上記の 2 つのモードの境界を与える.

つまり, First cut-off frequency, ω_{c1} よりも小さい角振動数の領域では, Propagating Mode および逸散減衰が消失して, 流体力としては付加質量のみが残る. 換言すれば, 無次元角振動数 Ω が大きくなる程, つまり, 高周波領域, あるいは大水深になる程, 水の圧縮性の影響が生ずる.

5. 模型実験による検証

(1) 実験の概要

模型モデルとして、直径 50 cm、高さ 50 cm の剛体円筒モデル、および直径 17 cm、高さ 120 cm の弾性体円筒モデルを使用した。実験水槽は、 $L \times B \times D = 19\text{m} \times 7\text{m} \times 1.2\text{m}$ で、水槽底部に電気駆動の起振機を有し、水平および鉛直方向に調和振動を与えられる。剛体円筒の実験では、模型側壁に埋め込んだ小型圧力変換器による圧力測定のほかに、4 個のロードセルを内部にセットして、直接全流体反力を測定した。また、弾性円筒の実験では、圧力測定のほかに、円筒内部に加速度変換器をセットして、円筒の応答加速度を測定した。

(2) 数値計算との比較

固有函数展開法により誘導された厳密解は、解にいたるまでの式の展開はかなり複雑で、無限級数の形で求められている。しかし、収束は速く展開項数を10項とすれば計算値の精度は99%以上期待でき、計算時間も短い。また、ここで得られた解は、円柱の曲げ剛性 EI を単位長当たりの質量 m_s に比べて大きくとることにより、剛性円柱の流体力計算にも適用できる。図-2は、 $r_0/h = 0.5$ の場合の実験値と数値計算の結果で、縦軸は円柱に働く全水平流体力の無次元値と、また横軸は模型実験で5~50 Hzに対応した無次元振動数を示している。図-3は、同じく $r_0/h = 0.5$ の条件で、円柱表面に生じた圧力分布の無次元値と計算値を示す。実験値は、振動数5~50 Hzにおける各実験値の平均である。図-2, 3より、剛体の場合、振動数5~50 Hzの範囲では、付加質量は振動数に依存しないことがわかる。図-4および図-5は、それぞれ弾性円柱 ($r_0/h = 0.094$) の、応答加速度および流体力圧力の実験値と計算値を示す。空気中における

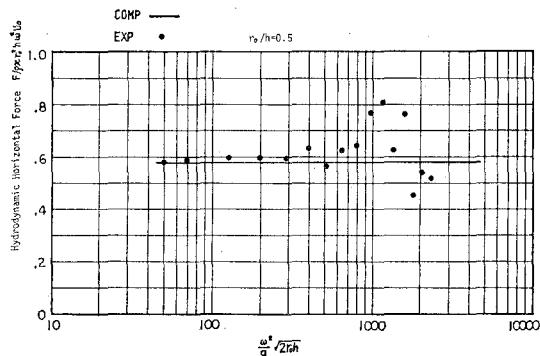


図-2 剛体円柱の流体水平力

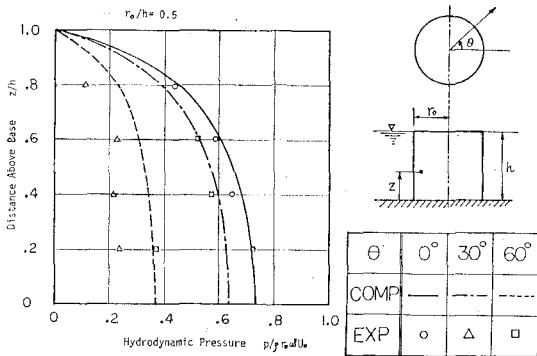


図-3 剛体円柱の水圧分布

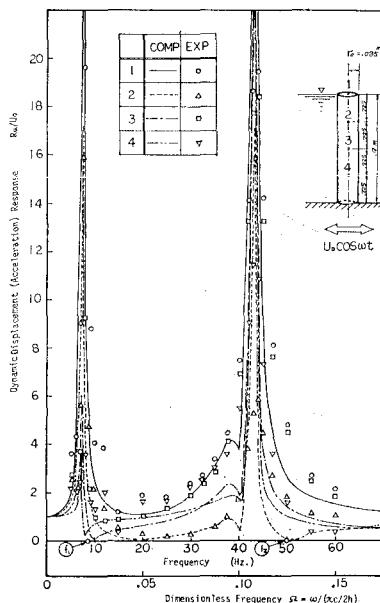


図-4 弾性円柱の応答加速度

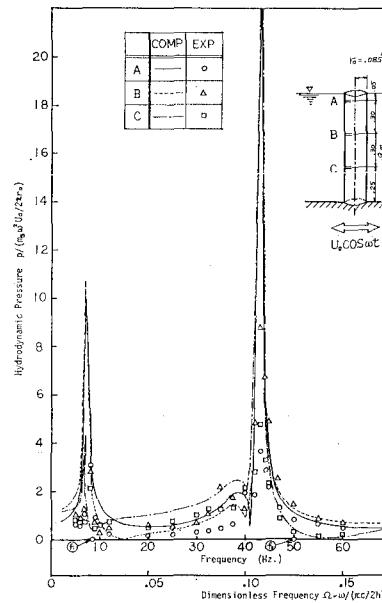


図-5 弾性円柱の水圧分布

る自由振動実験より、円柱の1次および2次の固有振動数はそれぞれ、 $f_1=8.4\text{ Hz}$, $f_2=50.6\text{ Hz}$ であった。模型実験の振動数範囲では、First cut-off frequencyよりも小さいため、逸散減衰は生じなく、水の圧縮性を考慮した解の検証にはならなかった。しかし、図-4, 5より、付加質量の影響で空中での1次および2次の固有振動数が、それほど低下している様子（2次の低下が著しい）や、おののの測点での加速度応答値や圧力値が理論値と良い一致を示していることがわかる。

6. 水の圧縮性の影響

地震時に剛体円柱に働く流体力が、水の圧縮性考慮の有無により、どのような影響を受けるか、 r_0/h をパラメータとして調べた。図-6は、水の圧縮性を無視した場合、円柱に作用する流体力の無次元値は振動数に依存しないが、圧縮性を考慮すると、無次元振動数 Ω が1付近で増大し、 r_0/h が大きい程、つまりずんぐりした形

程度、増大率が大きいことを示している。これより、剛体円柱のずんぐり形状の場合、水の圧縮性を無視すれば、設計的に危険となることが考えられる。

弾性円柱の場合の圧縮性の影響を調べるために、San Bernardino intake tower⁶⁾ の諸元を用いたモデル ($r_0/h=0.094$) および EI/m_s を一定として $r_0/h=0.25$ のモデルにより比較計算した。図-7より、細長い円柱では圧縮性の影響が少ないが、ずんぐり円柱 ($r_0/h=0.25$) では、その影響が2次固有振動数付近で顕著に現われている。図-8は、2次モードにおける変形モード、付加質量係数および逸散減衰係数の分布を示して

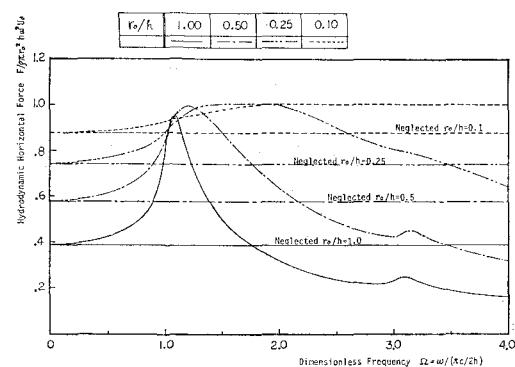


図-6 剛体円柱の圧縮性の影響

いる。

7. 結語

固有函数展開法により、弾性円柱の水中振動時における、構造物と流体の相互作用による応答の厳密解を導い

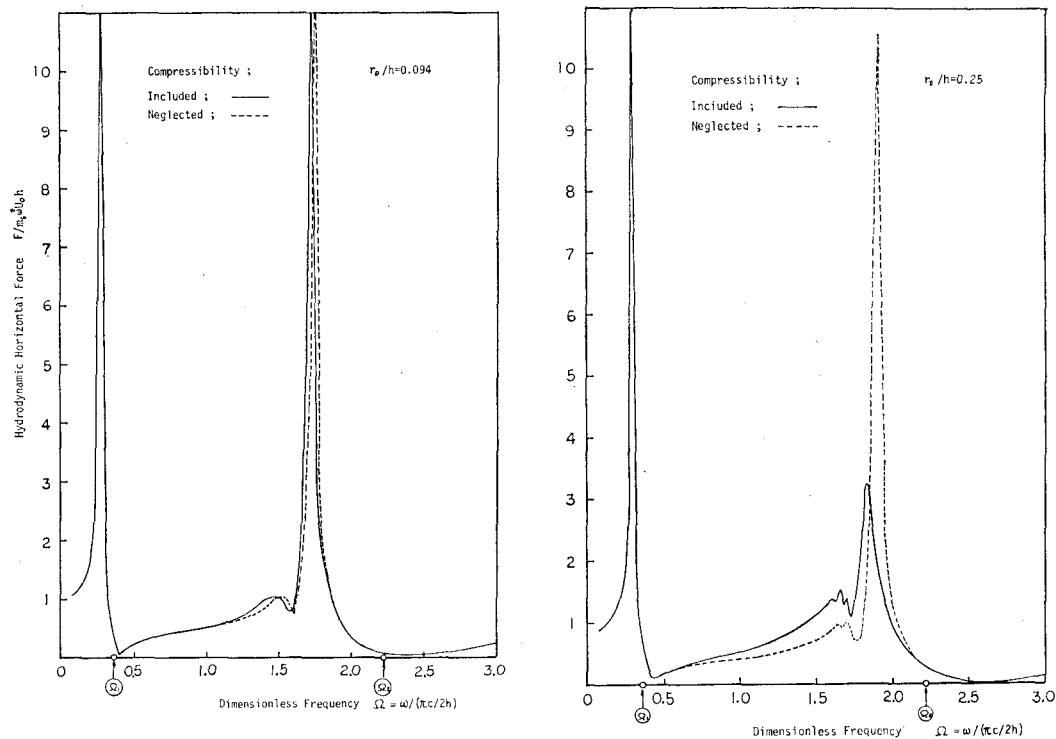


図-7 弾性円柱の圧縮性の影響

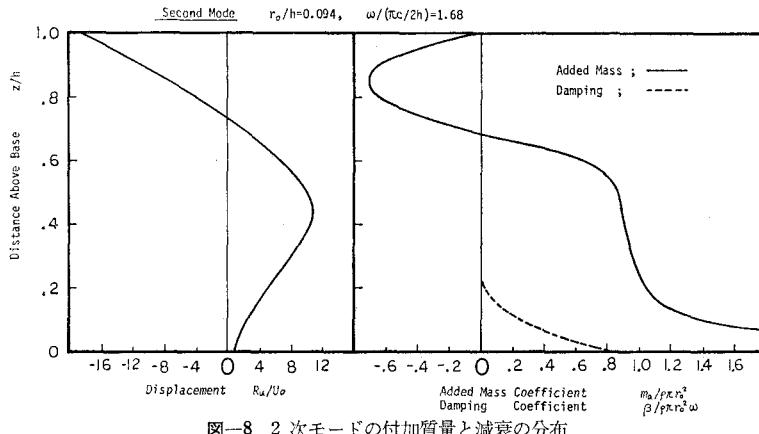


図-8 2次モードの付加質量と減衰の分布

た。流体力については、付加質量と減衰を分離した形で解析解を求め、水の圧縮性の影響を明確にした。これらの理論解は、剛体円柱にも適用でき、模型実験により、理論の妥当性を検証した。

最後に、本研究は、著者が Oregon State University で、R. T. Hudspeth 教授のご指導のもとに行なったものであり、J. H. Nath 教授、R. B. Guenther 教授から貴重な助言をいただいた。また、実験は日大理工学部の水槽で行ない、弾性円柱の実験は、大成建設技術開発部、

藤井俊二氏の協力によった。関係各位に厚く感謝の意を表する次第である。

参考文献

- Byrd, R. C.: A laboratory study of the fluid-structure interaction of submerged tanks and caissons in earthquakes, UCB/EERC-78/08, 1978.
- Nirat, F.: Hydrodynamic pressure and added mass for axisymmetric bodies, UCB/EERC-80/12, 1980.
- 後藤尚男・土岐憲三: 水中橋脚の振動と耐震設計に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第100号, pp. 1~8, 1963.
- Liaw, C. Y. and A. K. Chopra: Earthquake response of axisymmetric tower structure surrounded by water, UCB/EERC-73/25, 1973.
- Mei, C. C., M. A. Foda and P. Tong: Exact and hybrid-element solutions for the vibration of a thin elastic structure seated on the sea floor, Applied ocean research, pp. 79~88, 1979.
- Dixon, R., C. Y. Liaw and A. K. Chopra: Dynamic properties of San Bernardino intake tower, UCB/EERC-75/07, 1975.