

構造物に作用する木材衝撃力の理論的解析

高 隆 二*

1. 概 要

低成長下で、木材需要の低迷、生産国の原木輸出禁止等港湾・海岸構造物に作用する木材（丸太）の荷重は荷役時から波・流れにより漂流する荒天時に重点を移しつつあるとは言え、その衝撃力の把握は重要である。荷役時または波・流れによる木材の運動と衝撃力は現地調査ならびに模型実験結果を集積しつつあり、設計基準もやがて確立されるであろう。従来、木材の加速度・歪、構造物の歪を計測し、木材の慣性力・弾性波力、構造物の弾性力の各力積を等しいとおき、計算上は半無限体弾性波理論¹⁾、実験的には加速度指数型時間曲線を仮定し、定数 n 、最大加速度と衝突速度の比 $K = \alpha_{\max}/v_0$ を算出して来た²⁾。本論文では、通常経験的推論にとどまり物理的に解明されていない若干の基本的事実を対象に、理論値との照合を行ない、かなりの部分は理論的に説明される見通しを得たので報告する。

2. 理 論

港湾・海岸構造物は、木材衝撃力を問題とする限り、コンクリート塊を除き³⁾、バネ定数 k 、衝突点に集中したと見なす等価質量 M の梁で置き換えられる。長さ l 、密度 σ 、径 d 、断面積 $A = \pi d^2/4$ 、質量 $m = \sigma A l$ 、速度 v_0 の木材が衝突し、構造物に水平変位 x 、速度 v を生じる。

$$(1) \quad 0 \leq t < \tau (=2l/C)$$

木材の弾性波力 $P = \sigma C A (v_0 - v)$ (C : 木材の縦波波速) を用い構造物の運動方程式

$$M\ddot{x} = P - kx \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\therefore \ddot{x} + 2\beta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = 2\beta\omega_nv_0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

を初期条件

$$x(0) = \dot{x}(0) = 0 \quad \dots\dots\dots(3)$$

で解き

$$x = x_0 \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} e^{-\beta\omega_nt} \cos(\omega_nt - \varepsilon) \right\} \quad \dots\dots\dots(4)$$

を得る ($\omega_n = \sqrt{k/M}$, $\beta = \sigma C A / 2\sqrt{kM}$, $\omega = \omega_n \sqrt{1-\beta^2}$, $\varepsilon = \tan^{-1}(\beta/\sqrt{1-\beta^2})$, 静的変位 $x_0 = P_0/k$, $P_0 = \sigma C A v_0$).

$$(2) \quad t \geq \tau$$

$$\ddot{x} + \omega_n^2x = 0 \quad \dots\dots\dots(5)$$

の解は、初期条件

$$\left. \begin{aligned} x(\tau) &= x_0 \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} e^{-\beta\omega_n\tau} \cos(\omega\tau - \varepsilon) \right\} \\ \dot{x}(\tau) &= v(\tau) = x_0 \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\beta^2}} e^{-\beta\omega_n\tau} \sin\omega\tau \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(6)$$

を満たし

$$\left. \begin{aligned} x &= \gamma x_0 \cos\{\omega_n(t-\tau) - \varepsilon'\} \\ \gamma &= \sqrt{1 - \frac{2}{\sqrt{1-\beta^2}} e^{-\beta\omega_n\tau} \cos(\omega\tau - \varepsilon)} \\ &\quad + \frac{1}{1-\beta^2} e^{-2\beta\omega_n\tau} \{1 + \beta \sin(2\omega\tau - \varepsilon)\} \\ \varepsilon' &= \tan^{-1} \frac{\sin\omega\tau}{\sqrt{1-\beta^2} e^{\beta\omega_n\tau} - \cos(\omega\tau - \varepsilon)} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(7)$$

となる。

式 (4), (7) で算定した構造物の変位は $\beta=0$ で最大、 β の増加とともに低下する ($v = \tau/T_n$, 図-1). $\beta \neq 0$ であるから式 (7) で変形の戻る時間 $\tau_1 = \tau + (\pi/2 + \varepsilon')/\omega_n$ は荷重作用時間 τ より長い。最大変位

$$x_{\max} = \begin{cases} (1 + e^{-\varepsilon \tan \varepsilon}) x_0 & (\tau \geq T/2) \\ \gamma x_0 & (\tau < T/2) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(8)$$

は $\beta \rightarrow 0$ でそれぞれ $2x_0$, $2x_0 \sin \frac{\omega\tau}{2}$ となる ($T = 2\pi/\omega$, 図-2).

$$v = 2v_0 \tan \varepsilon e^{-\beta\omega_n t} \sin \omega t \quad \dots\dots\dots(9)$$

から弾性波力

$$P = P_0 (1 - 2 \tan \varepsilon e^{-\beta\omega_n t} \sin \omega t) \quad \dots\dots\dots(10)$$

は $v \geq v_m = \left(\frac{3}{4} - \frac{\varepsilon}{2\pi} \right) \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ の時 $t_m = v_m T_n$ で最大

$$P_{\max} = P_0 \{ 1 + 2\beta e^{-(3/2)\pi - \varepsilon} \tan \varepsilon \} \quad \dots\dots\dots(11)$$

に達し、 $v < v_m$ では $P_0 \leq P < P_{\max}$ である (表-1, 図-1).

1). 弾性波力力積

$$\begin{aligned} I_p &= \int_0^{\tau} P dt = 2mv_0 \left[1 - \frac{2\beta}{\omega_n\tau} \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} e^{-\beta\omega_n\tau} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \cos(\omega\tau - \varepsilon) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

は木材の運動量変化 I_v に等しい。反発速度

* 正会員 工修 (株)日本港湾コンサルタント調査役

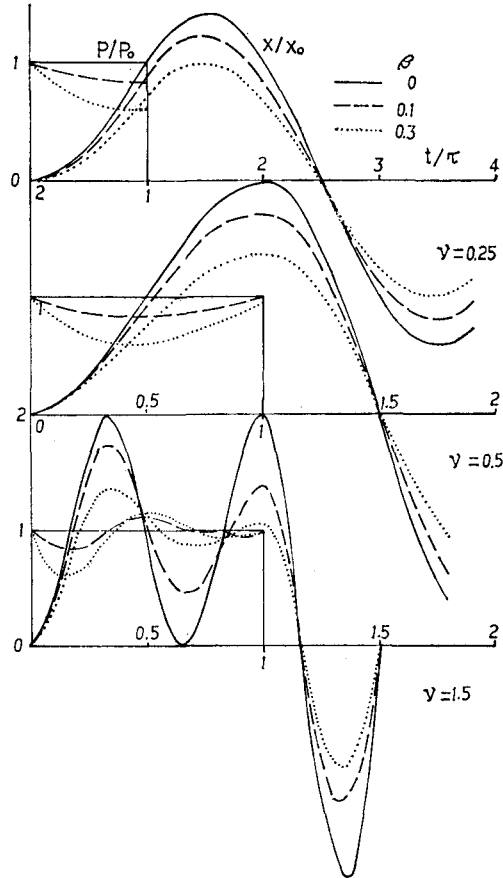


図-1 構造物の変位と弾性波力

$$v_0' = v_0 - \frac{2}{\tau} \int_0^\tau v dt \dots\dots\dots (13)$$

により反発係数

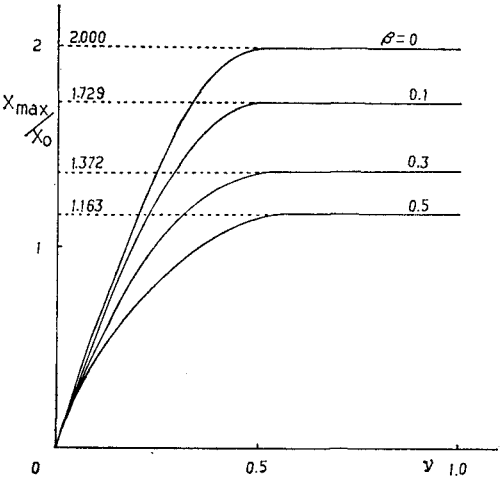


図-2 最大変位

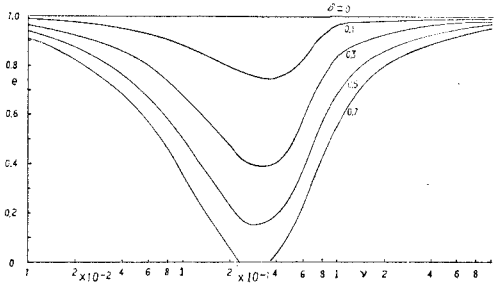


図-3 反発係数

$$e = \frac{v_0'}{v_0} = 1 - \frac{4\beta}{\omega n \tau} \times \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} e^{-\beta \omega n \tau} \cos(\omega \tau - \epsilon) \right\} \dots\dots\dots (14)$$

は弾性体でも1以下となる(表-2, 図-3).

表-1 最大弾性波力

β	0	0.1	0.2	0.217	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
ν_m	0.750	0.738	0.733	0.7327	0.735	0.747	0.770	0.810	0.877	1.004	1.312	∞
P_{max}/P_0	1.000	1.126	1.159	1.1600	1.150	1.122	1.089	1.057	1.030	1.010	1.001	1.000

表-2 反発係数

$\beta \backslash \nu$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.01	1.000	0.987	0.974	0.963	0.951	0.939	0.927	0.915	0.903	0.888	—
0.1	"	0.883	0.776	0.677	0.585	0.501	0.423	0.351	0.284	0.222	—
0.2	"	0.797	0.624	0.475	0.347	0.237	0.141	0.057	—	—	—
0.3	"	0.752	0.553	0.393	0.261	0.152	0.060	—	—	—	—
0.4	"	0.749	0.557	0.405	0.283	0.183	0.099	0.027	—	—	—
0.5	"	0.780	0.612	0.478	0.367	0.274	0.193	0.123	0.061	0.005	—
0.6	"	0.830	0.692	0.585	0.474	0.384	0.304	0.232	0.167	0.109	—
0.7	"	0.884	0.774	0.671	0.576	0.488	0.407	0.334	0.267	0.207	0.102
0.8	"	0.930	0.842	0.749	0.659	0.573	0.494	0.421	0.354	0.292	0.209
0.9	"	0.959	0.886	0.803	0.719	0.638	0.562	0.492	0.426	0.365	0.295
1.0	"	0.970	0.908	0.834	0.738	0.685	0.625	0.548	0.485	0.427	0.365
10.0	"	1.000	0.987	0.981	0.975	0.968	0.962	0.955	0.949	0.943	0.936
最小	ν		0.36	0.34	0.33	0.32	0.32	0.31	—	—	—
	e	"	0.746	0.547	0.388	0.258	0.150	0.060	—	—	—

弾性力の力積

$$I_x = \int_0^{\tau_1} kx dt = 2mv_0 \left[1 - \frac{2\beta}{\omega n \tau} \left\{ 1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} e^{-\beta \omega n \tau} \cos(\omega \tau - \varepsilon) \right\} \right] \dots\dots\dots(15)$$

は常に I_p を上廻る. 加速度

$$\alpha = \frac{\omega n^2 x_0}{\sqrt{1-\beta^2}} e^{-\beta \omega n t} \cos(\omega t + \varepsilon) \dots\dots\dots(16)$$

の進行方向力積

$$I_{\alpha'} = M \int_0^{\tau_0'} \alpha dt = 2Mv_0 \beta e^{-(\pi/2 - \varepsilon) \tan \varepsilon} \dots\dots\dots(17)$$

は通常測定記録には明瞭に現われず, 既往の知見とも合致する逆方向で

$$I_{\alpha} = M \int_{\tau_0}^{\tau_0'} \alpha dt \\ = -4Mv_0 \beta e^{-(\pi - \varepsilon) \tan \varepsilon} \cosh\left(\frac{\pi}{2} \tan \varepsilon\right) \dots\dots\dots(18)$$

となる ($\tau_0 = (\frac{\pi}{2} - \varepsilon)/\omega$, $\tau_0' = (\frac{3\pi}{2} - \varepsilon)/\omega$).

慣例に従いがい, 最大加速度

$$\alpha_{\max} = -\omega n^2 x_0 e^{-(\pi - 2\varepsilon)} = -\frac{P_0}{M} e^{-(\pi - 2\varepsilon) \tan \varepsilon} \dots\dots\dots(19)$$

を使用した加速度指数型時間曲線

$$\alpha = \alpha_{\max} \left(\frac{t}{\tau'} \right)^{n-1} \dots\dots\dots(20)$$

を積分し

$$\int_0^{\tau'} \alpha dt = \frac{\tau' \alpha_{\max}}{n} \dots\dots\dots(21)$$

と表わす ($\tau' = \tau_0' - \tau_0 = \frac{T}{2} \approx \tau$). 指数 n は本来 I_{α} に代入し

$$n_{\alpha} = \frac{\pi e^{\varepsilon \tan \varepsilon}}{2 \cos \varepsilon \cosh\left(\frac{\pi}{2} \tan \varepsilon\right)} \dots\dots\dots(22)$$

と定まるはずであるが, 加速度記録から短かい τ 内で曲線形の正確な読取は困難である (表-3, 図-4).

実用上 I_{α} を I_v と等置し

$$n_v = 1/2\nu \sqrt{1-\beta^2} e^{(\pi - 2\varepsilon) \tan \varepsilon} \left[1 - \frac{2\beta}{\omega n \tau} \right]$$

表-3 指数 n_{α}

β	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
n_{α}	1.571	1.575	1.588	1.612	1.648	1.704	1.789	1.929	2.187	2.836	∞

表-4 指数 n_v

β	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
ν											
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
0.1	5.000	3.971	3.286	2.819	2.510	2.296	2.186	2.180	2.334	2.916	∞
0.2	2.500	2.080	1.797	1.602	1.480	1.394	1.364	1.393	1.523	1.939	∞
0.3	1.667	1.423	1.252	1.131	1.052	—	—	—	1.090	1.384	∞
0.4	1.250	1.068	—	—	—	—	—	—	—	—	∞
0.5	1.000	—	—	—	—	—	—	—	—	—	∞

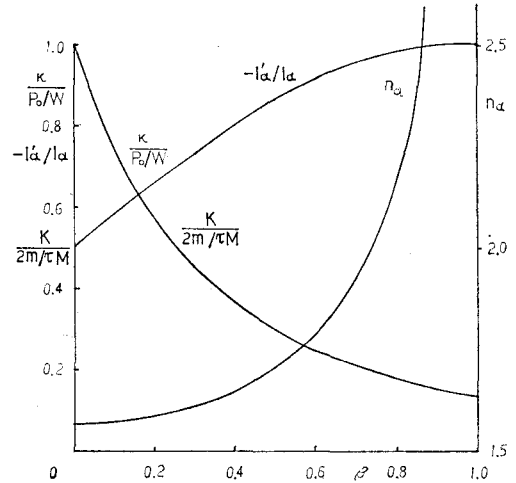


図-4 各種定数

$$\times \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} e^{-\beta \omega n \tau} \cos(\omega \tau - \varepsilon) \right\} \dots\dots\dots(23)$$

として利用されているが, 式 (1) を参照すれば

$$I_v = I_p = \int_0^{\tau} P dt = mv_0(1+e) \dots\dots\dots(24)$$

は作用時間の異なる

$$\left. \begin{aligned} I_{\alpha} &= \int_{\tau_0}^{\tau_0'} M \alpha dt \\ I_x &= \int_0^{\tau_1} kx dt \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

の和とは一致せず, $I_{\alpha} = I_v$ となるのは $k=0$ で $I_{\alpha'}$ $= \int_0^{\tau} M \alpha dt$ を用いた時に限られる. 便宜上算定した n_v が時には1以下となり定まらないのも当然である (表-4,

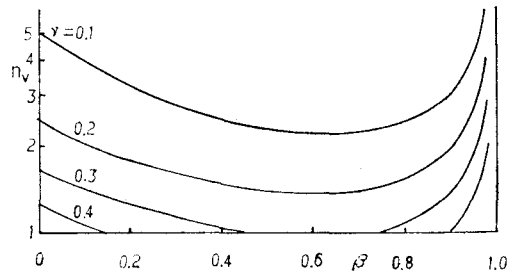


図-5 指数 n_v

表-8 木材吸収エネルギー

β	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.1	1.000	0.940	0.885	0.835	0.787	0.745	0.704	0.668	0.633	0.601	0.572
0.5	1.000	0.785	0.625	0.483	0.433	0.370	0.320	0.281	0.249	0.223	0.201
0.6	1.000	0.770	0.611	0.469	0.414	0.353	0.305	0.268	0.237	0.213	0.193
0.7	1.000	0.764	0.605	0.468	0.412	0.353	0.286	0.258	0.241	0.217	0.197
0.8	1.000	0.767	0.612	0.486	0.425	0.367	0.306	0.285	0.256	0.231	0.211
0.9	1.000	0.778	0.630	0.527	0.450	0.393	0.337	0.311	0.280	0.254	0.231
1.0	1.000	0.795	0.657	0.557	0.485	0.428	0.381	0.343	0.309	0.281	0.257
10.0	1.000	0.988	0.975	0.962	0.949	0.936	0.924	0.911	0.898	0.889	0.905
∞	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

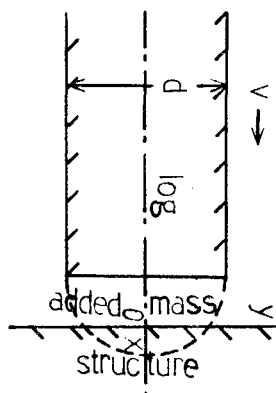


図-7 接触前水圧

に接触前水圧を与える。

木材と同径で前端に接する半球水塊を付加質量とし、その運動量変化を接触前水圧の根源と見なす。図-7のように構造物表面上に y 軸をとると、時間 dt 内に速度 v を失う接触水塊 $\rho\pi y^2 v dt$ の運動量変化から

$$F = m \frac{d^2 x}{dt^2} = - \frac{\rho\pi x(d-x)v dt(v-0)}{dt} \quad \dots\dots(34)$$

$$\therefore \frac{d^2 x}{dt^2} = v \frac{dv}{dx} = - \frac{\rho\pi x(d-x)v^2}{\sigma \frac{\pi}{4} d^2 l}$$

を初期条件 $x=0$ で $v=v_0$ により積分し、接触前速度

$$v = v_0 \exp \left\{ - \frac{\rho}{\sigma} \frac{2}{3d^2 l} (3dx^2 - 2x^3) \right\} \quad \dots\dots(35)$$

接触時速度

$$v_1 = v \left(\frac{d}{2} \right) = v_0 \exp \left(- \frac{\rho}{\sigma} \frac{d}{3l} \right) \quad \dots\dots(36)$$

となる。 $\rho/\sigma=3/2$, $d/l=1/10$ とすれば $v_1=v_0 e^{-1/20}=0.951v_0$ となり数%減速する。

3. 結 論

以上、今迄解析の不十分であった木材衝撃力に弾性理論を適用し二、三の結果を得た。木材は非線型応力-歪曲線を描き、載荷と除荷で hysteresis をもつ粘弾性を示すが、載荷範囲を限定すれば弾性係数 E 、さらに $C=\sqrt{E/\sigma}$ はほぼ定値と見てよい。反発係数は載荷時と除荷時になす仕事 $W_+=\frac{1}{2}mv_0^2$, $W_-=\frac{1}{2}mv_0'^2$ から $e=\sqrt{W_-/W_+}$ と粘弾性的にも関連づけられるが、載除荷速度も含め検討を要する。一般に木材は、構造物に対し僅かでも斜めに衝突し木材中を伝達する横波・縦波は周囲水域に木材半径方向の縦波を伝え、木材中の弾性波力は相当低下する。木材軸方向より格段に大きい断面方向の抗力・質量力を受け運動量も急減するが、衝突時速度を正確に計測すれば弾性理論に従うと思われる。衝突面の局部的塑性変形や破壊も個々に解析すべき問題である。

参 考 文 献

- 1) Kamel, A. M.: Shock pressure on coastal structures, Proc. ASCE WW, Vol. 96, No. 3, pp. 689~699, 1970.
- 2) 曾我部隆久・布施谷寛・福家敬泰・四宮征一・麻植政行: 海岸構造物への木材衝撃力について, 第28回海岸工学講演会論文集, pp. 584~588, 1981.
- 3) 高 隆二: 分離堤に作用する木材の荷重, 第26回海岸工学講演会論文集, pp. 442~445, 1979.
- 4) 土木学会編: 構造力学公式集, 技報堂, 478 p., 1974.