

波動場での砂粒子の移動確率と掃流砂量に関する研究

山下俊彦*・沢本正樹**・秋山義信***・山崎泰助****

1. はじめに

波による岸沖方向の net の漂砂量とその方向を把握することは、海岸工学上重要な課題であり数多くの研究がなされてきた。現象が非定常で複雑なため、従来は一般に波の場を準定常と仮定し、漂砂量と平均的な諸量（例えばシールズ数）との関係を検討することにより種々の漂砂量公式が提案されているが、漂砂の物理的機構まで立入った議論はあまりなされていない。準定常の仮定は、砂粒子の1ステップの移動に要する時間が波の周期に比較してある程度長くなる（少なくとも実験室規模では移動を開始した砂はほぼ半周期間動き続ける）と成立しなくなる。Sleath (1978)²⁾、香取・渡辺・堀川(1980)³⁾は掃流砂量の時間的変化を測定している。このような非定常な場での漂砂のメカニズムを調べるためには、漂砂現象の素過程である個々の砂粒子の運動に着目した実験解析が有効である。また、波による岸沖漂砂の状態には大別すると、① 移動限界近くの掃流砂運動、② 底面に砂漣が形成される場合、③ 砂移動の激しいシートフロー状態がある。これら3つの状態の漂砂のメカニズムはかなり異なったものであり、漂砂量公式を導く際にも別々に取り扱うべきであろう。

著者らは、非定常な場での掃流砂現象の解明を目的として、個々の砂粒子の運動の把握が容易である上に述べた①の沖浜帯で砂移動の少ない状態を対象として研究を行ってきた。掃流砂現象を特徴づける諸量は、① 移動確率（単位時間当りに移動を開始する砂の割合）と② 砂粒子の移動速度である。この2つの量がわかれば掃流砂量を見積ることができる。波による砂粒子の移動速度については、前報¹⁾で波のもつ場所的位相差を考慮した解析の方法を報告した。そこで本研究では、まず、砂粒子の移動開始機構を純転動モデルを用いて表現し、砂粒子の底面に置かれた状態（確率的）によりその砂粒子に働く外力、抵抗力が異なることを考慮して、理論的に移動確率を求めた。次に、理論的に求めた砂粒子の移

動確率、移動速度と実験結果とを比較検討し、理論の検証を行った。さらに、これらの2つの諸量を用いて、個々の砂粒子の運動を基にした半周期平均掃流砂量公式および瞬間的な掃流砂量公式を導き、従来の掃流砂量公式と比較検討した。

2. 純転動モデルによる移動確率

掃流砂現象を規定する諸量である移動確率および移動速度あるいはその速度を積分した半周期移動距離を求める際のフローチャートを図-1に示す。移動開始後の砂粒子に働く外力は、砂粒子が底面境界層より上を運動すると考え、境界層外縁流速より抗力、付加質量力等から見積った⁴⁾が、砂粒子が底面にある場合の砂粒子に働く外力は、底面付近の流速分布が明らかでないので断面で平均化された底面せん断力より見積った。表面にある砂粒子のうち他の粒子より飛び出した粒子は大きな外力を受けるので、移動確率を求める際には、せん断力を砂粒子の底面に置かれた状態により重みをつけて個々の砂粒子に働く外力に分配した（2.1 参照）。

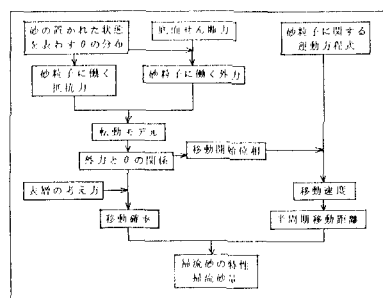


図-1 フローチャート

砂粒子の移動開始位相に及ぼす要因には、① せん断力の周期的変化、② 流速の乱れ、③ 砂粒子の底面に置かれた状態、④ 底質の特性（平均粒径、粒度分布、粒子の形状）がある。本研究では、①、③と④の平均粒径を考慮する。①は決定論的なもので、③は本研究において移動確率を求める際の確率的要素である。乱れの効果は、一方向流のものに比較して波動境界層内では小さく特性も明確でないので無視する。底質の砂粒子は

* 正会員 工修 東京工業大学助手 工学部土木工学科

** 正会員 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科

*** 学生会員 東京工業大学院

**** 島根県

均一径の球と考える。

2.1 移動開始モデル

砂粒子の置れた状態は図-2に示した θ で表わし、その θ の分布関数 $G(\theta)$ は実験より求める(3.1参照)。

表面の砂を厳密に定義することはできないが、実験で求めた θ の分布より表面の砂(図中実線で書いた粒子)の配置を図-2のように、外力を受けた時に動きやすい粒子(添字 I)と動きにくい粒子(添字 II)が交互に並んでいると仮定する。

θ の分布実験では、添字 II を付けた粒子は移動しないので1つの θ の値でとなり合う表面の2個の砂粒子(例えば θ_2 で、C、Dの粒子)の底面に置れた状態を規定する。

図-2より単位面積当りの表面の砂の個数 N は

$$\left. \begin{aligned} N &= k_2 \left(\frac{1}{d} \cdot \frac{k_1}{d} \right) \\ k_1 &= \int_0^{90^\circ} \frac{1}{d \cdot \sin \theta \cdot g(\theta) d\theta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

となる。ここに、 d : 砂粒子の粒径、 $g(\theta)$: θ の確率密度関数、 k_1 , k_2 : 砂粒子の特性による補正係数である。

移動開始モデルとしては純転動モデルを考える(図-3)。

すなわち、砂粒子間の接点でのすべりを無視し、接点 A 回りのモーメントの釣り合いを考える。この際、他の粒子より飛び出した粒子ほど外力が大きく抵抗力が小さいことを次のように計算の中に取り入れる。

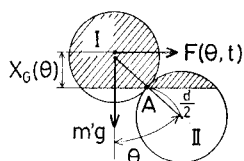


図-3 純転動モデル

せん断力を砂粒子レベルで考えると、表面摩擦力、抗力、付加質量力、圧力勾配による力であるが、そのせん断力が作用する面積は図-2, 3の斜線部だと考える。

図-3の砂粒子 I に働く外力 $F(\theta, t)$ は

$$\left. \begin{aligned} F(\theta, t) &= \frac{\tau(t)}{s'} \cdot s_1(\theta) \\ s' &= \left(\frac{d}{2} \right)^2 \cdot \pi \cdot \frac{N}{2} \\ s_1(\theta) &= \left(\frac{d}{2} \right)^2 \left(\pi - \theta + \frac{1}{2} \cdot \sin 2\theta \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

となる。ここに、 $\tau(t) = 1/2 \cdot \rho_w f_w \{u_m \sin \omega t\}^2$ で f_w は Jonsson (1966)⁵⁾ の摩擦抵抗係数、 u_m : 底面流速振幅、 s' : 単位面積当りのせん断力を受ける面積、 $s_1(\theta)$: 底面に θ の角度で置かれている砂粒子がせん断力を受ける面

積である。外力 $F(\theta, t)$ の働く作用点は斜線部の図心であるとする、外力のモーメント $M_f(\theta, t)$ は

$$\left. \begin{aligned} M_f(\theta, t) &= F(\theta, t) \cdot X_G(\theta) \\ X_G(\theta) &= \frac{d[1/3 \cdot \cos \theta \{ \sin(\cos \theta) + \pi/2 \} + 1/8 \cdot \sin \theta - 1/24 \cdot \sin^3 \theta]}{1/4(\pi - \theta + 1/2 \cdot \sin 2\theta)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

となる。

一方、重力による抵抗力のモーメント M_g は

$$M_g = m'g \cdot \frac{d}{2} \cdot \sin \theta \dots\dots\dots (4)$$

であり、モーメントの釣り合いを考えることにより、あるせん断力 $\tau(t)$ が作用した時に動きうる砂粒子の状態 $\theta(t)$ が決定される。

2.2 移動確率

実験によると、加速時、減速時で砂粒子に働く外力はほぼ同じであるのに、減速時に移動を開始する砂は殆んど存在しない(図-8参照)。これは、砂の移動量が少ないので、砂が移動してもその後移動しやすい粒子がすぐには作られないためだと考えられる。そこで本研究では、最も単純に考えて砂の移動量が少ない場合には表面を構成する粒子は半周期の間は変わらないと仮定する。すなわち、砂粒子が移動を開始すると表面の砂の個数は移動した個数だけ減ると考える。砂粒子が外力を受けた時移動するかどうかは、その力積により決定される。しかしここでは、加速時にしか砂は移動を開始しないと考えており、ある時刻に2.1で述べた外力のモーメント M_f と抵抗モーメント M_g が等しくなると、次の瞬間からは $M_f > M_g$ となるので、移動確率を求める際には力積ではなくモーメントの釣合で考える(砂粒子が底面を飛び出すのに要する時間は波の周期に比べて非常に短い(図-9参照))。

移動確率を求める際の模式図を図-4に示す。

本研究では、時刻 t において、表面の砂粒子のうち θ が $\theta(t)$ 以下の動きやすい粒子はすでに移動し

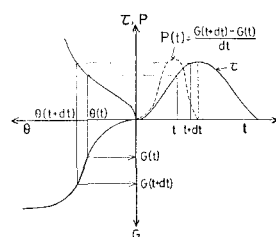


図-4 移動確率を求める際の模式図

ていると考えているので、次の dt 間に移動を開始する砂の割合は $G(t+dt) - G(t)$ となる。よって移動確率 $P(t)$ は

$$P(t) = \frac{G(t+dt) - G(t)}{dt} \dots\dots\dots (5)$$

となる。

2.3 掃流砂量公式

掃流砂現象は個々の砂粒子の運動に着目すると、移動確率および移動速度あるいは半周期移動距離で規定でき、これらの量を用いて掃流砂量を求めることができる。

(1) 半周期平均掃流砂量

半周期平均掃流砂量 $\bar{q}$ は、各移動開始時刻別の半周期移動距離 $l(t)$ を用いて式(6)のように書ける。考え方は前報⁷⁾と同様である。

$$\bar{q} = \frac{2}{T} k_3 \frac{\pi d^3}{6} \int_0^{T/2} \frac{N}{2} \cdot l(t) \cdot P(t) dt \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 T : 周期、 k_3 : 砂粒子の形状特性に関する定数である。

(2) 瞬間掃流砂量

瞬間掃流砂量 $q(t)$ は砂粒子移動速度 $U(t)$ より求めることができ、その際の模式図を図-5に示す。

時刻 t において、その後の dt 間に A-A 断面を通過する掃流砂量 $q(t) \cdot dt$ を考える。時刻 t より ξ だけ前に移動を開始した砂の移動確率は $P(t-\xi)$ であり、その後の $d\xi$ 間には

$$P(t-\xi) \cdot d\xi$$

の割合の砂が移動を開始する。 $d\xi$ 間に移動した砂で dt 間に A-A 断面を通過できる砂は、A-A 断面とそこから $U_{t-\xi}(t) \cdot dt$ だけ手前の B-B 断面の間にあるものであり、その流砂量は、

$$k_3 \frac{\pi d^3}{6} \cdot \frac{N}{2} \cdot U_{t-\xi}(t) \cdot P(t-\xi) d\xi dt$$

となる。上式を $d\xi$ で 0 から t まで積分し、両辺を dt で割って単位時間に直すと瞬間掃流砂量 $q(t)$ が求まる。

$$q(t) = k_3 \frac{\pi d^3}{6} \cdot \frac{N}{2} \int_0^t U_{t-\xi}(t) \cdot P(t-\xi) d\xi \quad \dots\dots\dots (7)$$

3. 実験および実験結果・考察

3.1 θ の分布

表面の砂粒子の中で他の粒子より飛び出しているものほど移動しやすいので、移動確率を求めるためには表面の砂の配置状況を知らなければならない。配置状況は図-2の θ で表わし、その θ の分布は図-6の装置を用いた実験より求める。移動床で実験を行うと砂の安息角しか求まらないので、なるべく移動床表面に近い固定床砂面

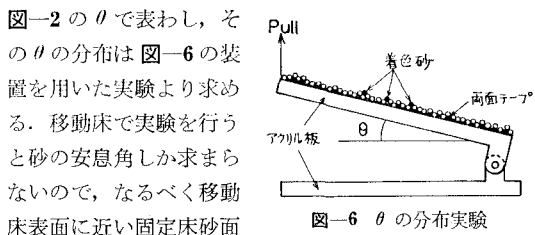


図-6 θ の分布実験

(アクリル板の上に両面テープを用いて砂を一層に敷きつめたもの) を作成し、その上に着色砂を数個置き、空中で砂面を徐々に傾けていき砂粒子が動き出す角度 θ を

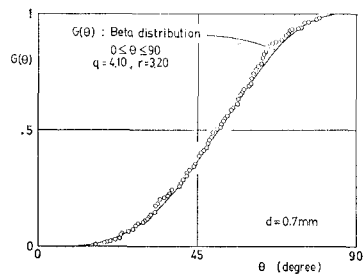


図-7 θ の累積分布

求めた。

図-7 は、本研究で用いた砂 ($d=0.7$ mm) の実験結果を θ の累積分布 $G(\theta)$ で表わしたものである(砂の総数は 261 個)。 $G(\theta)$ はベータ分布で近似できる。すなわち、

$$G(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{B(q, r)} \frac{(\theta-a)^{q-1} (b-\theta)^{r-1}}{(b-a)^{q+r-1}} & (0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ) \\ 0 & (\text{他の領域}) \end{cases}$$

$$B(q, r) = \int_0^1 \theta^{q-1} (1-\theta)^{r-1} d\theta \quad \dots\dots\dots (8)$$

であり、定数 $q=4.10$, $r=3.20$ である。この θ の分布より式(1)の中の k_1 を求めると $k_1=1.364$ となる。以下の計算では $k_2=k_3=1$ とした。

3.2 掃流砂の運動特性

(1) 実験方法

実験は 1/10 勾配斜面を設置した二次元造波水路を用いて行った。個々の砂粒子の運動特性は、斜面上に移動床あるいは固定床 (θ の分布実験と同じもの) を作り、その上に着色した砂を数個投入し、その移動状況をビデオカメラにより撮影し、それを解析することにより求めた。砂粒子の運動特性として、① 移動開始位相、② 停止位相、③ 移動速度、④ 半周期移動距離の 4 項目について調べた。

実験条件は、一様水深部の水深 $h_0=25$ cm、沖波は周期 $T=1.0$ 秒、波高 $H_0=6.55$ cm である。この条件では、底面の砂は少量掃流状態で移動し、底面に砂溜は形成されなかった。実験を斜面上で行った理由は、この実験条件では砂は砕波帯外ではほとんど岸向きにしか移動せず、地形変化から半周期平均掃流砂量が求められるからである。以下に報告する実験結果は、汀線からの距離を X とすると $X=1.1$ m (砕波点は $X=0.6$ m) で、主に固定床上のものである。

(2) 実験結果および考察

図-8 は、 $X=1.1$ m に投入した合計 150 個の着色砂が、岸方向に移動する場合にどの位相で移動を開始し停止するかを度数分布で示したものである。図中実線は底

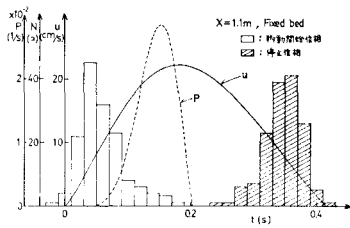


図-8 移動開始位相と停止位相

面流速を、点線は式(5)より求めた移動確率の理論値を示す。図より、① 砂粒子は流速反転時付近から動き始め、その後動き出し砂の個数はピークをとり、最大流速以後で移動を開始する砂は殆んどない。② 移動している砂は約半周期間移動し続け、流速反転時までに静止する(図-9 参照)ことがわかる。

移動確率の理論値を移動開始位相の度数分布を比較すると、ピークの出る位相は理論値の方が遅れるものの分布形はかなり似ていることがわかる。位相が実験値の方が進む理由は、実験の場合境界層外縁流速と底面せん断力との間には位相差(せん断力の方が位相が進んでいる)が存在するが、理論で無視しているためだと考えられる。 $X=1.1\text{ m}$ 以深で顕著な地形変化が起こらず精度よい掃流砂量を求めることができなかったため、ここでは移動確率の大きさについては議論せず、3.3 節で議論する。

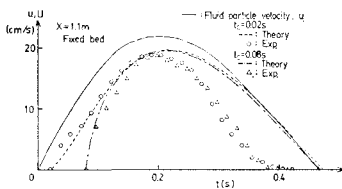


図-9 砂粒子の移動速度

図-9 は、代表的な2つの位相 $t_0=0.02\text{ s}$, 0.08 s で移動を開始した砂の移動速度について理論値と実験値を比較したものである。実験値は、移動開始時間 t_0 前後 $1/100$ 秒間に移動を開始した砂の速度を平均したものである。理論値は波のもつ位相差を考慮して求めた。そのため、底面流速が図-8の場合よりも引き延ばされている。最大流速時までは、理論値と実験値はよく一致しているが、減速時には実験値の方が小さくなっている。これは、実際には減速時に移動している砂が底面に衝突する頻度が増加することが考えられるが、理論では衝突の効果を考慮していないためである。また減速時においては、理論・実験とも移動速度は移動開始位相によらずおのおのほぼ同じになっている。これは、砂粒子の水粒子への追随性が良いため、移動開始位相によらず最大流速時付近では一定の砂粒子速度になるからである。

図-10 は、移動開始位相別の砂粒子半周期移動距離 l

について理論値と実験値を比較したものである。実験値の方が理論値より小さくなっているが、開始位相が早いものほど移動距離が長くなるという傾向はよく一致している。これは、実験では砂粒子が底面に衝突するた

めと、停止位相は移動開始位相によらず平均的に見れば変わらないので(図-9 参照)、移動開始位相が早いものほど移動時間が長いためである。

以上は固定床の実験結果について求めてきたが、ここで砂粒子の移動開始位相、停止位相を例にとって移動床上の結果と固定床上の結果を比較検討する(図-11)。総数が異なる(移動床 150 個、固定床 100 個)ので分布形を比較すると、移動開始位相は両者で少し異なるものの停止位相はよく一致している。また、ここでは示さなかったが砂粒子の移動速度、半周期移動距離もほぼ両者で一致しており、今回の実験のように砂移動量が少ない場合には、移動床上の掃流砂現象を固定床上で再現できることがわかる。

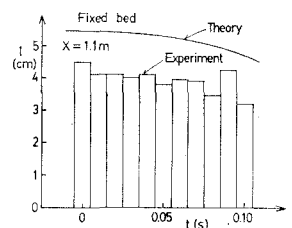


図-10 砂粒子の半周期移動距離

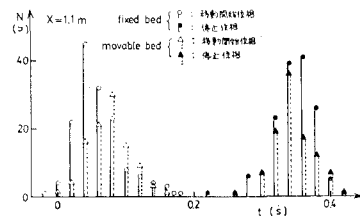


図-11 移動床と固定床の比較

3.3 掃流砂量公式

3.2 で述べたように、掃流砂現象を規定する移動確率と移動速度あるいは半周期移動距離が理論的に求められることが実験により確められた(移動確率の大きさについてはここで検討を行う)ので、理論的に求められたそれらの諸量を用いて式(6)、式(7)により掃流砂量を求め、従来のもとの比較検討する。

図-12 は、半周期平均掃流砂量について Madsen¹⁾らの掃流砂量公式と式(6)より得られる結果を比較したものであ

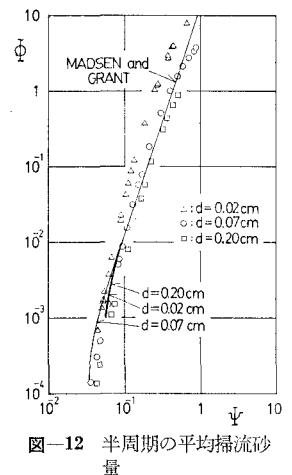


図-12 半周期の平均掃流砂量

る。横軸はシールズ数で $\Psi = \tau_{om}/(\rho_s - \rho_w)gd$ ，縦軸は無次元掃流砂量 $\Phi = \bar{q}/w_0 \cdot d$ (w_0 : 砂の沈降速度)である。式(6)の計算は、流れを振動流とし流速振幅 $U_m = 40 \sim 150$ cm/s, 周期 $T = 2 \sim 6$ 秒の範囲で行った。式(6)は掃流砂量が少ない場合に対して導かれたものであるが、かなり漂砂のメカニズムが異なっていると思われる流砂量のかかなり多い所まで Madsen らのものとよく一致している。Madsen らの公式で半周期平均掃流砂量については把握することが可能であり、掃流砂量が少ない場合には半周期平均移動距離が理論と実験でほぼ一致することが確かめられているので、理論で得られた移動確率の大きさも実験値とほぼ一致しているものと思われる。式(6)の掃流砂量公式の特徴は、波のもつ位相差の効果、斜面勾配、底質の特性、流速の非対称性を考慮できることである。

図-13 は、瞬間掃流砂量 $q(t)$ を式(7)により計算した結果である。Sleath ら²⁾はトレイを振動させた実験より式(9)のような $q(t)$ の実験式を求めている。

$$\left. \begin{aligned} q(t) &= \frac{8}{3} \bar{q} \sin^3(\omega t + \phi) |\sin(\omega t + \phi)| \\ \phi &= 0.15 + 0.000018 \frac{\bar{q}}{2\pi} \frac{T}{d^2} \left(\frac{d_0}{d} \right) \frac{u_b}{(\omega\nu)^{1/2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 d_0 : 水粒子振幅である。式(7)より得られる結果は、加速時の流砂量が少なく、最大掃流砂量 $q(t)_{\max}$ が最大流速時より後に発生している。これは、あるせん断力が働いてもすぐにはその外力にみあう平衡流砂量に達することができないためである。Sleath らのものは $q(t)_{\max}$ が最大流速時よりも ϕ だけ前に発生している。

位相差については、今後境界層内の位相の進みを考慮して検討する必要がある。

4. おわりに

掃流砂現象の解明を目的として、個々の砂粒子の運動に着目した実験・解析を行った結果次のような結論が得られた。

- ① 砂粒子の移動開始機構を純転動モデルで表現し、砂粒子に働く力と抵抗力をせん断力(周期変化)、砂の底面に置かれた状態(確率的)で見積ることにより、理論的に移動確率を求めることができた。また、この理論値が実験結果とほぼ一致することがわかった。
- ② 砂粒子の移動速度が著者の前報⁴⁾の理論で見積れることが確認された。
- ③ 掃流砂現象を規定する移動確率、移動速度あるいは半周期移動距離を用いて、個々の砂粒子の運動を基にした掃流砂量公式を導くことができた。

本研究に対し文部省科学研究費の補助を受けた。ここに記し謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 例えば, Madsen, O. S. and W. D. Grant: Sediment transport in the coastal environment, Rept. No. 209, Dept. Civil Eng., MIT, 1976.
- 2) Sleath, J. F. A.: Measurements of bed-load in oscillatory flow, ASCE, Vol. 104, WW4, pp. 291~307, 1978.
- 3) 香取完和・渡辺 晃・堀川清司: シート・フロー状態の底質移動に関する研究, 第 27 回海岸工学講演会論文集, pp. 202~206, 1980.
- 4) 日野韓雄・山下俊彦・米山 晋: 波による砂粒子の運動と掃流砂量に関する研究, 第 29 回海岸工学講演会論文集, pp. 213~217, 1982.
- 5) Jonsson, I. G.: Wave boundary layers and friction factors, Proc. 10th Conf. Coastal Eng., ASCE, Vol. 1, pp. 127~148, 1866.