

砂漣上の振動流境界層に関する研究

佐藤 慎司*・三村 信男**・渡辺 晃**

1. 緒 言

波運動に伴う底質の移動機構を解明する上で、砂漣上の振動流境界層の特性を明らかにすることは重要な課題の一つである。砂漣上の振動流境界層に関する実験的研究は従来数多く行われており、著者らもこれまでに砂漣形状および主流部流速波形が非対称な場合にまで条件を拡張して実験を行い、乱れ強度と渦の発達過程との関係や定常流の存在などの興味深い知見を報告してきた^{1),2)}。また、理論的研究も最近、Sleath³⁾、沢本⁴⁾らによるものや、Longuet-Higgins⁵⁾による渦糸群モデルなどが発表されている。しかし、これらの理論的取扱いに共通の罅路は、砂漣背後に形成される渦の存在であり、剝離渦が存在する条件下での流速場・応力場を定量的に評価し得るには至っていない。

本研究では、従来から報告されている実験結果を再現することを目的として数値計算を行い、砂漣上の層流流速場を求めた。さらに、その結果を用いて底質移動に関わりの深い底面せん断応力や水粒子の軌跡などを評価した。境界層が乱流に遷移した場合、砂漣上の流速場を計算によって求めるのは極めて難しい。そのため、乱流流速場に対しては実験によって詳細な測定を行い、乱れ強度やレイノルズ応力の時空間分布を明らかにした。さらに、実測された流速データをもとに砂漣上の応力場を評価し、検討を加えた。

2. 層流流速場の数値計算

(1) 数値計算の方法

数値計算は、砂漣上の空間を直交曲線座標で表わし、その座標系における渦度方程式を数値積分するという手法によった。(X, Z)を砂漣面を Z=0 とする直交曲線座標系とすると、基礎方程式は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{J} \frac{\partial \zeta}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial X} \frac{\partial \zeta}{\partial Z} + \frac{\partial \phi}{\partial Z} \frac{\partial \zeta}{\partial X} &= \nu F^2 \zeta \\ J F^2 \phi &= \zeta \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

ここに、 ϕ, ζ はそれぞれ流れ関数と渦度、演算子 F^2 は

$F^2 = \partial^2 / \partial X^2 + \partial^2 / \partial Z^2$ であり、J はヤコビアンである。(X, Z) とデカルト座標系 (x, z) との関係を表す写像関数⁶⁾としては、豊浦砂を用いた予備実験を行い、現実の砂漣を最も良く近似する次式を選んだ。

$$y = Y - i \frac{\eta}{2} e^{i k Y} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $y = x + iz$, $Y = X + iZ$ で、 η は砂漣の波高、 k ($=2\pi/\lambda$) は砂漣の波数 (λ は波長) である。

砂漣面および上方境界での境界条件は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} Z=0 \text{ で } \quad \frac{\partial \phi}{\partial Z} &= \phi = 0 \\ Z=\delta \text{ で } \quad \phi &= \hat{U} \delta \cos \omega t, \quad \zeta = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (3)$$

ここに、 δ は計算領域の高さであり、 ω ($=2\pi/T$) は振動流の角周波数 (T は周期)、 $\hat{U}$ は主流部流速振幅である。

砂漣の波高と波長は、主流の条件を $T=4$ s, $\hat{U}=28.3$ cm/s とした予備実験で観測された典型的な値を用い、 $\eta=1.2$ cm, $\lambda=12$ cm とした。計算領域は隣接する砂漣頂間一波長の区間とし、側方境界上では現象が X 方向に周期的になるという条件を課した。計算格子は、X 方向には 12 等分し、Z 方向には底面に近づく程密になる様に配置した。すなわち底面 ($Z=0$) に一番近い点を $Z=0.1$ cm とし、以後格子間隔が公比 1.2 の等比数列となる様に選び、21 番目の点で境界条件を与えた。従って $\delta=18.7$ cm としたことになる。

差分スキームとして、まず式 (1) の時間項を前進差分で近似する方法や、 d_0/λ (d_0 は主流部水粒子軌道全振幅) をパラメーターとして摂動展開して解く方法を試みたが、いずれも $d_0/\lambda \geq 1$ の条件では安定な解を得ることはできなかった。そこで最終的に、時間的にも中央差分をとるスキームを採用することにした。

適当な初期状態から出発して、以後 Δt ごとに加速緩和法を用いて ϕ, ζ を計算し、解が周期的となるまで計算を続けた。今回の計算例では、計算開始から 4 周期後には解がほぼ周期的となることがわかった。時間刻み Δt は計算の安定と時間の節約を考慮して $\Delta t=T/80$ とした。

* 学生会員 工修 東京大学大学院工学系研究科

** 正 会 員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科

(2) 数値計算の結果

$\bar{U}=10.0$ cm/s, $T=4$ s ($d_0/\lambda=1.1$) なる条件での計算結果を図-1, 図-2に示す。図-1は, 砂漣頂上 0.16

cm の位置における水平流速成分の計算値を後述する実験で求めた実測値と比べたものである。両者の一致は良く, この条件のもとでは本計算法により流速場を精度良く

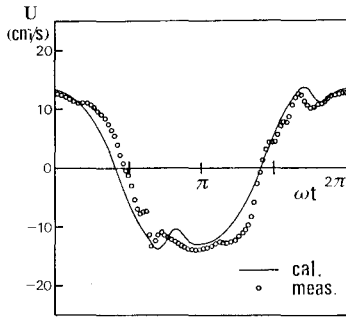


図-1 流速の計算値と実測値

計算できることがわかる。図-2は, 流速ベクトルの位相変化を表わしたものである。 $\omega t=2\pi/10$ で砂漣背後で流線の剝離が認められ, 以後渦の発達とともに剝離点は徐々に砂漣頂へ向けて移動してゆき, $\omega t=6\pi/10$ では渦が左方へ掃き出されてゆく様子が再現されている。

さらに本計算法は, 写像関数を適当に選ぶことにより, 砂漣形状および主流部流速波形が非対称な場合にも適用することができる。ここでは, 非対称な砂漣形状を表わす写像関数として次のものを考え, 次式中の η_1, η_2, s を適当に選び, $\lambda=12$ cm, $\eta=1.7$ cm で砂漣頂の右側斜面

が急勾配となる形状を与えた。

$$y=Y-i\frac{\eta_1}{2}e^{ikY}-i\frac{\eta_2}{2}e^{2ik(Y-s)} \quad \dots\dots\dots(4)$$

主流部の流速も非対称なものとし, 周期 $T=4$ s, 波形は次式で与えられるものを用いた。

$$U=8.5(0.8 \cos \omega t + 0.2 \cos 2\omega t) \quad (\text{cm/s}) \quad \dots\dots\dots(5)$$

この条件のもとでの計算結果を図-3に示す。後流域に渦が形成される位相において, 急斜面側には大きな渦が形成される(上図)のに対し, 緩斜面側には小さな渦しかみられない(下図)。

以上の様に求められた流速場の計算結果をもとにして底面せん断応力, 水粒子の軌跡等, 砂の移動に関係の深い物理量を評価する。

底面せん断応力 τ_{wall} は次式で計算される。

$$\tau_{\text{wall}} = \mu \left\{ \partial \left(J \frac{\partial \psi}{\partial Z} \right) / \partial Z - \partial \left(J \frac{\partial \psi}{\partial X} \right) / \partial X \right\}_{\text{wall}} = \mu \zeta_{\text{wall}} \quad \dots\dots\dots(6)$$

ただし, μ は粘性係数で, 添字 wall は壁面での値を表わす。対称な条件に対する砂漣上の各点における底面せん断応力の位相変化を図-4に示す。斜面上においては, 一周期平均すると負値となり, 砂漣頂に向かう定常せん断応力が働いていることがわかる。また砂漣頂および谷における底面せん断応力の振幅を, 同一条件のもと

での平板上の振動流境界層に対する振幅(二点鎖線)と比較すると, 砂漣頂では約1.6倍, 谷では約0.7倍となっており, 砂漣上の流れに特有の流速の加速・減速効果が, 底面せん断応力の値にも大きな影響をおよぼしていることがわかる。

次に, $t=0$ に計算上の格子点を出発した水粒子に注目して, 一周期間の軌跡を計算した。図-5は, 非対称な条件において, 急斜面上の格子点を出発した水粒子の一周期間の軌跡を追跡したものであり, 図-6

は, 全格子点に配置した水粒子の一周後の位置を示したものである。急斜面上に形成された渦にとり込まれた水粒子は, 渦の放出とともに左上方へと輸送されるのに対し, 緩斜面上では渦へのとり込みは見られず, その結果底面近傍の水粒子は net として左方へ輸送

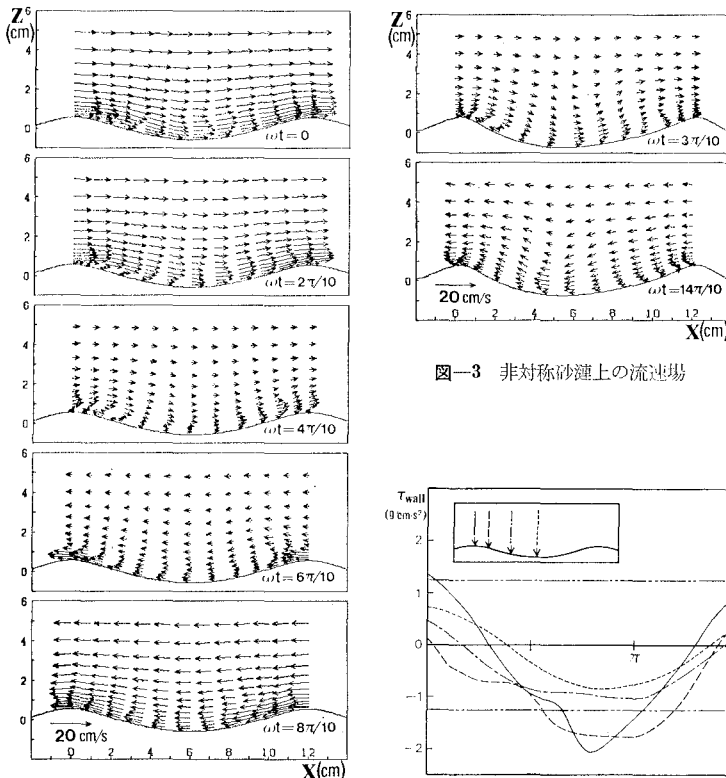


図-3 非対称砂漣上の流速場

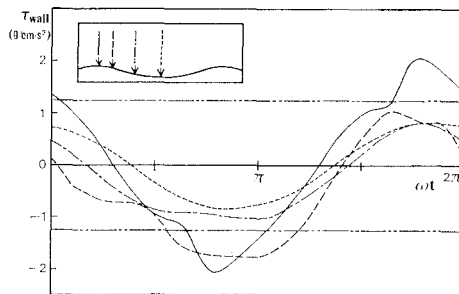


図-4 底面剪断応力分布

図-2 対称砂漣上の流速場

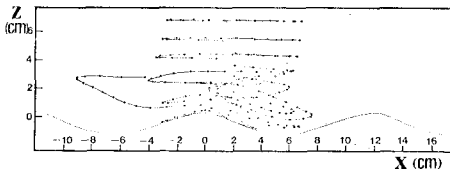


図-5 水粒子の軌跡

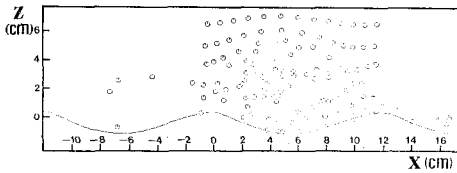


図-6 一周後の水粒子の位置

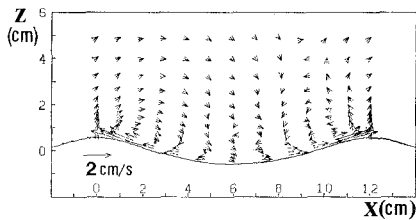


図-7 対称砂漣上の定常流速場

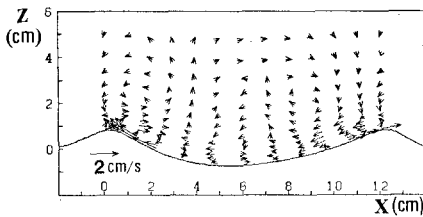


図-8 非対称砂漣上の定常流速場

されることになる。

最後に、各点における流速値を一周期平均して得られるオイラー的な定常流速を図-7, 8に示す。対称な条件では、砂漣上に波高規模の定常渦対が見られるのに対し、非対称な条件では、左方へ向かう流れが卓越している。これらは過去の実験による報告と一致しており、水粒子の軌跡に見られるラグランジュ的な質量輸送とあいまって、砂漣上での砂の輸送に影響を与えるものと考えられる。

以上、計算の方法と結果について述べてきたが、本計算法は本質的には Navier-Stokes 方程式を直接数値積分するという方法をとっているため、計算条件には自ずと限界がある。Sleath³⁾ が与えた遷移指標や後述する実験結果などから考察すると、本計算法の限界は、境界層が粗面乱流となり流体粒子相互の混合が活発となり始める点に相当している。従って本計算法は、層流域から遷移域にかけて適用すべきものである。

3. 実験

境界層が乱流に遷移した場合の特性を解明するために前報²⁾で報告した振動流装置を用いて実験を行った。砂漣模型としては層流解の数値計算において対象としたものと同じ、すなわち $\eta=1.2$ cm, $\lambda=12$ cm で式(2)で表わされる砂漣形状をモルタルでつくり、表面に粒径 0.2 mm の豊浦砂を均等にはり

表-1 実験条件

ケース	$\hat{U}$ (cm/s)	d_0/λ
I	10.0	1.1
II	12.6	1.3
III	16.2	1.7
IV	19.2	2.0

つけた。主流は周期 4 s の正弦振動流とし、表-1 に示すように遷移域から乱流域にかけての 4 ケースとした。流速の測定には、境界層用スプリット型熱膜流速計を用いた。測定点は、水平方向には 1 cm 間隔、鉛直方向には 0.08~2.0 cm 間隔で配置し、各測点で 33 周期間連続計測した。流速計の出力は、デジタルデータレコーダにより 0.005 s のサンプリング間隔で磁気テープに記録し、以後の処理に用いた。今回用いた境界層用スプリット型熱膜流速計では、鉛直・水平 2 成分の流速が計測されるが、水平流速はその絶対値しか求まらない。そこで、計算された水平流速成分の絶対値が最小となる点を半周期ごとに検出し、その前後で符号を反転させた。そして、流速記録の 5 Hz 以上の高周波成分で乱れ成分 u' , w' を定義し、同位相 30 周期分の平均をとることにより、 $\overline{u'^2}$, $\overline{w'^2}$, $\overline{u'w'}$ を計算した。

今回はさらに、境界層内の圧力・応力場を評価した。デカルト座標系における二次元乱流場の運動量方程式は次式で表わされる。

$$\rho \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial(U^2)}{\partial x} + \frac{\partial(UW)}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\rho \left(\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial(UW)}{\partial x} + \frac{\partial(W^2)}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、

$$\sigma_{xx} = 2\mu \frac{\partial U}{\partial x} - \rho \overline{u'^2}$$

$$\sigma_{zz} = 2\mu \frac{\partial W}{\partial z} - \rho \overline{w'^2}$$

$$\tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z} \right) - \rho \overline{u'w'}$$

である。

境界層内の平均圧力 P は、主流部における値をポテンシャル理論による値で与え、式(8)を z に関して積分することにより評価できる。この計算には流速勾配が必要となるので、精度良く算定するために水平および鉛直平均流速成分の空間分布をスムージングした。スムー

ジングは鉛直方向には前報と同じく Laguerre 多項式を用いた直交関数²⁾、水平方向には Fourier 級数を用いて行った。以後の計算結果は、必要となる流速勾配にすべてスムージングした値を用いたものである。

次に底面せん断応力の評価について述べる。従来、実験的に底面せん断応力を評価するには、測定された流速分布に対数則をあてはめる方法や境界層の運動量方程式を積分する方法などが用いられている。しかし、今回対象とするように、コヒーレントな剥離渦が存在する場には従来の方法は適用できず、底面せん断応力の評価は極めて困難である。そこで、底面に一番近い測点 ($z'=z_1$ とする。但し、 z' は砂漣表面からの高さ) におけるせん断応力の実測値から底面における値を推定することにした。すなわち、式(7)を z' に関して 0 から z_1 まで積分して、

$$\tau_{xz}|_{z'=0} = \tau_{xz}|_{z'=z_1} - \int_0^{z_1} \left\{ \rho \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial(U^2)}{\partial x} + \frac{\partial(UW)}{\partial z} \right) + \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \right\} dz' \dots\dots(9)$$

により評価した。積分の評価に際しては、 $\partial U/\partial t$, $\partial(U^2)/\partial x$, $\partial(UW)/\partial z$, $\partial \sigma_{xx}/\partial x$ の底面における値は 0 とし、

$0 \leq z' \leq z_1$ では直線分布を仮定した。また $\partial P/\partial x$ は $0 \leq z' \leq z_1$ で一定とした。

4. 実験結果および考察

紙数の制約上ここでは主として実際の砂漣の形成条件に近いケース IV について述べることにする。図-9 は、

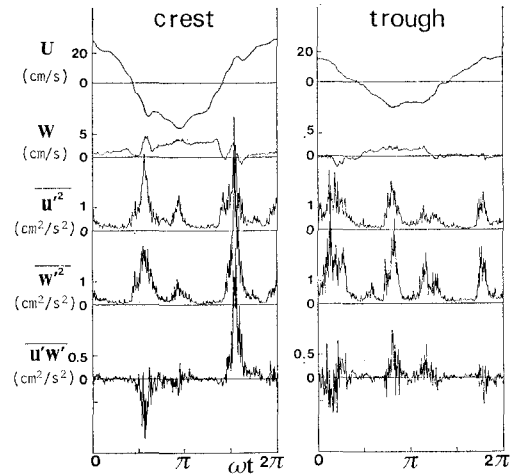


図-9 流速記録の例

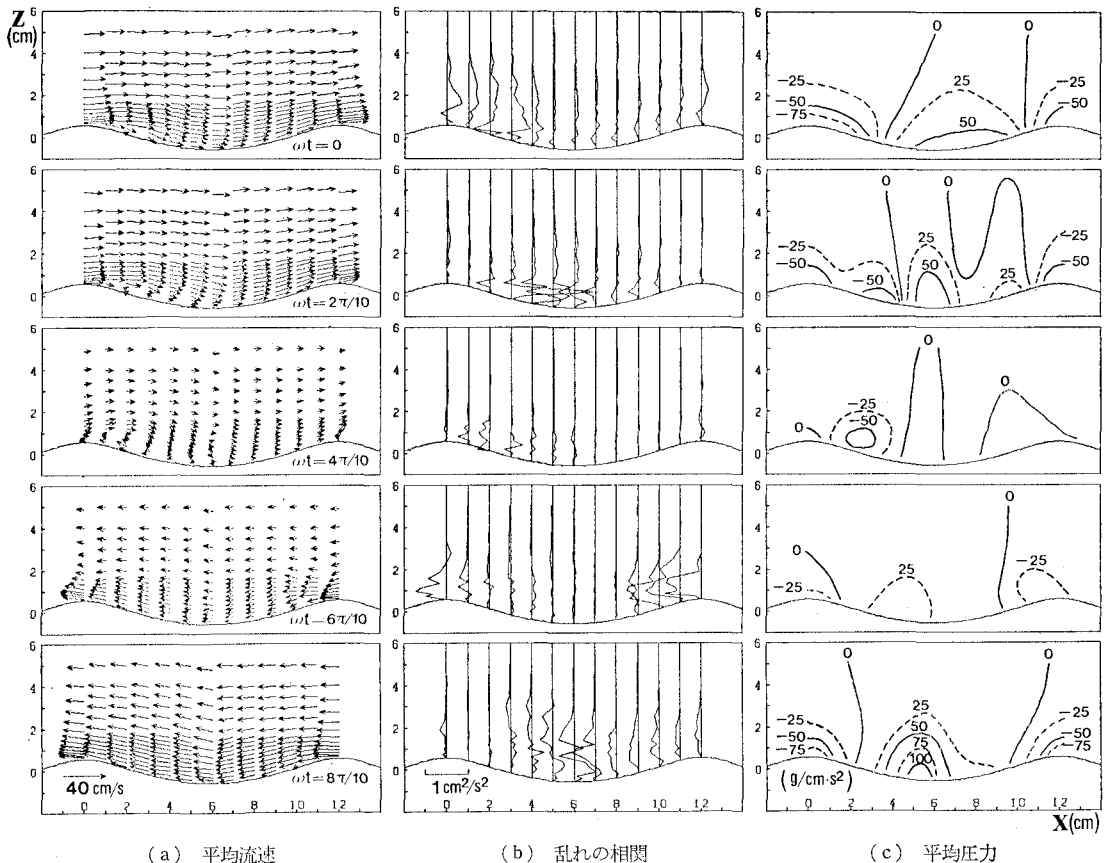


図-10 流速・乱れの相関・圧力の空間分布(ケース IV)

砂漣頂および谷上 0.3 cm の測点における平均流速, 乱れの強さ, 乱れの相関の位相変化を示したものである。\$\overline{u'^2}\$, \$\overline{w'^2}\$ は, 半周期間に 2 度のピークを示すが, これはケース IV では半周期間に隣りの砂漣で発生した渦も含めて 2 度の渦の通過が認められることに対応している。一方, \$\overline{u'w'}\$ は砂漣頂部では放出直後の渦の通過時にはそれに対応して正負のピークを示すのに対し, 隣りの砂漣から移動してきた渦の通過時には振幅の大きな変動を示すだけでピークは顕著でない。これは, コヒーレントな渦の減衰に伴って乱れも消散してゆくことに対応しているものと思われる。

測定時間が 33 周期間と短いために, \$\overline{u'^2}\$, \$\overline{w'^2}\$, \$\overline{u'w'}\$ の値は変動が激しい。そこで, これらには 0.1 s 間の移動平均を施して以後の解析に用いるものとする。

図-10 は, 位相平均流速ベクトルと乱れの相関 \$\overline{u'w'}\$ および平均圧力の位相変化を示したものである。図-10 (b) には, \$\overline{u'w'}\$ が渦の発達・移動とともに盛衰してゆく様子が明瞭に捉えられている。特に渦が掃き出される位相 (\$\omega t = 6\pi/10\$) においては, \$\overline{u'w'}\$ は砂漣面から約 2 cm の高さまでかなり大きな値を示している。同じ位相の (a) 図をみると \$\overline{u'w'}\$ が大きな値を示す領域においては平均流のシアも強く, 渦の掃き出しが乱れエネルギーの生成に重要な役割を果たしているものと考えられる。

次に平均圧力場について述べる。粘性を無視したポテンシャル理論によると, 主流部における圧力勾配をさし引いた境界層内の圧力分布は, 流速の大きい砂漣頂部で低く, 谷では高いという分布を示す。図-10 (c) で示される平均圧力場を, ポテンシャル理論による圧力分布と比較すると, コヒーレントな渦が存在する領域では周囲より圧力が低下し, 砂漣の上流側斜面では圧力が高くなる傾向が認められる。

ケース I と IV について, 計算された圧力分布を用いて式 (9) により砂漣頂における底面せん断応力を評価した結果を図-11 に示す。ケース I に対する図には, 先述の数値計算による結果もあわせて示した。これらによると, 底面せん断応力は, 底面近傍の測点における実測値 (破線) よりさらに位相が進み, 振幅も大きくなっている。しかし, ちらばりが大きく, 渦が放出される位相において特に変動が激しいことなど, 用いた仮定や圧力の評価精度に問題が残されているものと思われる。

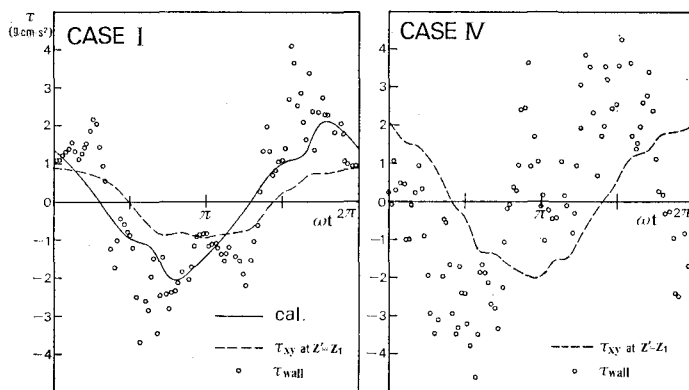


図-11 砂漣頂における底面せん断応力

5. 結 言

本論文では, 層流域から遷移域にかけての砂漣上の振動流境界層を精度良く数値計算する手法を示した。そして計算を非対称な条件にも適用して, 従来の実験や観察による結果を計算によって表現できることを確めた。また, 乱流場の特性は, 境界層用スプリット型熱膜流速計を用いた実験を行い, 平均圧力・応力場とコヒーレントな渦との関係などを明らかにした。

しかし, 今回評価した圧力・応力場は, 熱膜流速計の出力をもととするものであり, その精度には若干の問題が残されている。圧力場や底面せん断応力の実測を検討するとともに, これまでに得られた流速場・応力場をもとに底質の移動機構の解釈を試みるのが今後の課題であらう。

最後に, 本研究を進めるにあたり, 終始ご指導いただいた東京大学堀川清司教授に感謝の意を表す。

参 考 文 献

- 1) 楠山 勉・三村信男・渡辺 晃: 砂漣上の振動流境界層に関する実験的研究, 第 28 回海岸工学講演会論文集, pp. 237~241, 1981.
- 2) 浜本健一・三村信男・渡辺 晃: 砂漣上の振動流境界層に関する実験的研究 (2), 第 29 回海岸工学講演会論文集, pp. 254~258, 1982.
- 3) Sleath, J. F. A.: Stability of laminar flow at seabed, Proc. ASCE, Vol. 100, No. WW2, pp. 105~122, 1974.
- 4) 沢本正樹: 砂漣上の粘性振動流の Oseen 近似, 土木学会論文報告集, 第 331 号, pp. 95~101, 1983.
- 5) Longuet-Higgins, M. S.: Oscillating flow over steep sand ripples, J. Fluid Mech., Vol. 107, pp. 1~35, 1981.
- 6) 沢本正樹: 波形底面上の半無限領域の写像関数, 土木学会論文報告集, 第 269 号, pp. 147~150, 1978.