

# 修正 JONSWAP スペクトルの提案

広瀬 宗一\*・立花 祐二\*\*

## 1. はじめに

海洋波のスペクトルに関しては、古くから調査・研究がおこなわれており、特に風波のスペクトルには強い相似性のあることが知られている。風波のスペクトルの標準形としてはこれまでに種々の提案があるが、その代表的なものは Pierson と Moskowitz<sup>1)</sup>による P-M スペクトルと Hasselmann ら<sup>2)</sup>による JONSWAP スペクトルである。前者は風波の平衡状態でのスペクトルの標準形として、波浪推算モデルをはじめ、港湾・海岸諸計画において幅広く用いられている。一方、後者は発達過程にある風波のスペクトルの標準形として提案されたものであり、P-M スペクトルよりも汎用性を有している。このため、JONSWAP スペクトルに関しては、その適用性およびパラメーターの特性を中心とした調査・研究が精力的に行われており、最近ではそれらの成果を活用した応用例も多く見られる。しかしながら、JONSWAP スペクトルの5個のパラメーターの中には、その特性が未検討なため工学的な活用においては JONSWAP で与えられた平均値をそのまま用いているものもある。

本稿は、沿岸波浪の高波時の実測データをもとに、JONSWAP スペクトルのパラメーターおよびスペクトルの標準形について検討した結果を報告するものである。結果的に得られた提案スペクトル形についてはなお検討の余地が残されているが、沿岸波浪のスペクトルに対しては JONSWAP スペクトルと同等の適合度を有するほか、二、三興味ある知見が得られたので紹介する。本稿に示す結果が今後海洋波のスペクトルに関する調査・研究の参考になれば幸いである。

## 2. 観測データ

本稿で対象としたデータは、弾崎（佐渡）、浜田（島根県）および小川原（青森県）における沿岸波浪の実測値であり、昭和 54 年および 55 年の高波時のものである。これらの地点ではいずれも水深約 150 m で超音波式波高計により波浪観測がおこなわれている。スペクトルは、サンプリング間隔 0.5

秒、2000 dig./F.S. で取得されたデータをもとに FFT 法で計算されている。データ数は  $2^{11}$  個、周波数分解能は 0.0078125 Hz である。

表一には本稿で用いたデータ

表一 用いたデータの範囲

| 変数            | AVE    | STD    |
|---------------|--------|--------|
| $E$ (m)       | 1.3004 | 0.1583 |
| $f_m$ (Hz)    | 0.0994 | 0.0113 |
| $H/L$         | 0.0328 | 0.0057 |
| $\tilde{F}$   | 2926   | 3028   |
| $\tilde{f}_m$ | 0.2568 | 0.0880 |

の範囲を示す。表中の AVE, STD はそれぞれ各変数の平均値および標準偏差を意味する。変数欄に示す  $E$ ,  $f_m$ ,  $H/L$ ,  $\tilde{F}$ ,  $\tilde{f}_m$  は、それぞれ  $\sqrt{m_0}$  ( $m_0$  はスペクトルの 0 次モーメント), スペクトルのピーク周波数, 波形勾配 ( $H=4E$ ,  $L=g/(2\pi f_m^2)$ ), 無次元フェッチ  $\tilde{F}(=gF/U^2)$ ,  $F$  はフェッチ,  $U$  は平均海面上 10 m での風速,  $g$  は重力加速度), 無次元ピーク周波数  $\tilde{f}_m(=Uf_m/g)$  である。なお、無次元フェッチおよび無次元ピーク周波数に含まれる風速およびフェッチは、Mitsuyasu ら<sup>3)</sup>に

$$\tilde{E}^{1/2}=5.24 \times 10^{-4} \tilde{F}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\tilde{f}_m=2.92 \tilde{F}^{-1/3} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $\tilde{E}=g^2 E^2/U^4$  で示される無次元変数である。

表一は上述の地点のデータから選択した 14 個のスペクトルに基づく結果であり、この選択は以下に示す条件のもとに行なわれている。

- ① 単峰型のスペクトルであること、
- ②  $f_m > f_{PM} = 0.13g/U$ ,
- ③  $\gamma$  の影響を受けない範囲で  $\alpha$  が決められること、
- ④  $\gamma > 1$  であること。

これらの条件の内、③は後述する Hasselmann ら<sup>4)</sup>による  $\alpha$  の設定条件を保障するために、本稿で提案するスペクトル形のパラメーターを用いて与えたものである。これについては 5. において具体的に示す。なお、 $\gamma$  は JONSWAP スペクトルの peak enhancement parameter である。

図一には本稿で用いた弾崎の実測スペクトルを正規化した結果を示す。図一によると、各スペクトルが強い相似性を有していること、スペクトルの高周波側の勾配は  $f^{-5}$  よりもやや緩やかであり、ほぼ  $f > 1.3f/f_m$  で  $f^{-m}$  に比例する形状であること等がわかる。

\* 正会員 運輸省港湾技術研究所水工部主任研究官

\*\* 運輸省港湾技術研究所水工部海象観測研究室

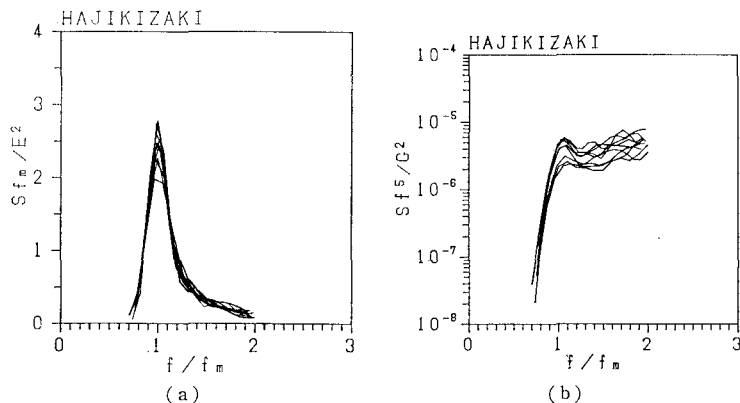


図-1 正規化スペクトル (弾崎)

### 3. 海洋波のスペクトルの標準形

波浪推算法等で必要となる風波の平衡状態でのスペクトル形としては、次式に示す P-M スペクトルがよく用いられる。

$$S_{PM}(f) = \alpha g^2 (2\pi)^{-4} f^{-5} \exp \left[ -\beta \left( \frac{g}{2\pi f U_{19.5}} \right)^4 \right] \quad (3)$$

ここに、 $\alpha$  は 0.0081,  $\beta$  は 0.74 なる定数,  $U_{19.5}$  は平均海面上 19.5 m での風速である。

このスペクトルは、 $dS(f)/df=0$  より得られるピーク周波数  $f_m$  を用いて以下のように書き直すことができる。

$$S_{PM}(f) = \alpha g^2 (2\pi)^{-4} f^{-5} \exp \left[ -1.25 \left( \frac{f_m}{f} \right)^4 \right] \quad (4)$$

しかしながら、わが国の沿岸においては、高波をもたらす低気圧の進行速度が速いこともあって P-M スペクトルのような十分に発達した風波のスペクトルが出現することはほとんどなく、これよりもさらにスペクトルのピーク付近の形状の尖鋭なものが一般的である。

Hasselmann ら<sup>2)</sup>は、このようなスペクトル形を表わすものとして、発達過程にある風波のスペクトル形を代表する JONSWAP スペクトルを提案した。このスペクトルは次式で与えられる。

$$S_J(f) = \alpha g^2 (2\pi)^{-4} f^{-5} \exp \left[ -1.25 \left( \frac{f_m}{f} \right)^4 \right] \times \gamma \exp \left[ -\left( \frac{f}{f_m} - 1 \right)^2 / 2\sigma^2 \right] \\ = S_{PM}(f) \gamma \exp \left[ -\left( \frac{f}{f_m} - 1 \right)^2 / 2\sigma^2 \right] \quad (5)$$

ここに、 $\gamma$  は peak enhancement factor,  $\sigma$  は  $f/f_m \leq 1$  に対しては  $\sigma_a$ ,  $f/f_m \geq 1$  に対しては  $\sigma_b$  で表わされるパラメーターである。

上式から明らかなように、JONSWAP スペクトルは P-M スペクトルのピーク付近を  $\gamma$  の項でつりあげた形を有しており、 $\gamma=1$  の時には P-M スペクトルに一致

する。Hasselmann らによると、 $\gamma$ ,  $\sigma_a$  および  $\sigma_b$  はかなりばらつくものの、平均的にはそれぞれ 3.3, 0.07 および 0.09 で与えられ、これらの値で設定される JONSWAP スペクトルは平均 JONSWAP スペクトルと呼称される。

この他代表的なスペクトルとしては、ミシガン湖における風波の観測データをもとに提案された Liu<sup>5)</sup> のスペクトル、および最近 Huang ら<sup>6)</sup> によって提案された Wallops スペクトル等があるが、本稿では JON-

SWAP タイプを主たる検討の対象とする。

### 4. JONSWAP スペクトルに関する検討

#### 4.1 パラメーターの推定法

JONSWAP スペクトルによる実測スペクトルの近似法は基本的には Hasselmann ら<sup>4)</sup>によるものと同じである。すなわち、 $f_m$  についてはスペクトルの卓越ピーク付近で放物線近似で求め、 $\alpha$  は次式から求める。

$$\alpha = \frac{1}{0.65 f_m} \int_{1.85 f_m}^{2.0 f_m} S(f) g^{-2} (2\pi)^4 f^5 \exp \left[ 1.25 \left( \frac{f_m}{f} \right)^4 \right] df \quad (6)$$

ここに、 $S(f)$  は実測スペクトルであり、積分範囲は  $\gamma$  の影響を受けない範囲で  $\alpha$  を求めるために設定されたものである。 $\gamma$  は  $f=f_m$  での実測スペクトルと P-M スペクトルの比から  $\gamma = S(f_m)/S_{PM}(f_m)$  のように得られる。

残りのパラメーター  $\sigma_a$  および  $\sigma_b$  については、本稿では  $0.7 f_m \leq f \leq 2.0 f_m$  の範囲で非線型最小自乗法の一つであるシンプレックス法により推定することとした。この際、 $\sigma_a$  および  $\sigma_b$  の初期値はそれぞれ 0.07 および 0.09 としている。 $\sigma_a$  および  $\sigma_b$  の近似範囲は、これ迄の沿岸波浪のスペクトルに関する調査結果によれば、 $f < 0.7 f_m$  ではスペクトルがはね上り、また  $f > 2.0 f_m$  では非線型性の影響と思われる 2 次ピークの出現することが多いことを考慮して設定したものである。

#### 4.2 近似結果

表-2 には、表-1 に示すデータを用いて得られた JONSWAP スペクトルのパラメーターの平均値および標準偏差を示す。これによると、用いたデータ数が少ないものの、JONSWAP による平均値に比べて  $\gamma$  はやや小さめ、 $\sigma_a$  および  $\sigma_b$  はやや大きめの結果とな

表-2 JONSWAP スペクトルのパラメータの平均値

| 変数         | AVE     | STD     |
|------------|---------|---------|
| $\alpha$   | 0.00868 | 0.00216 |
| $\gamma$   | 2.6540  | 0.6023  |
| $\sigma_a$ | 0.1076  | 0.0121  |
| $\sigma_b$ | 0.1092  | 0.0098  |

っている。図-2には実測スペクトルと近似スペクトルの比較例を示す。図中+印(破線)で示したものは実測スペクトルを、細い実線および太い実線はそれぞれ P-M スペクトル、JON-

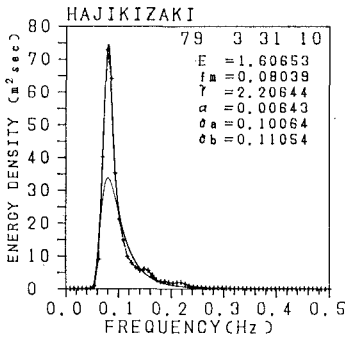


図-2 JONSWAP スペクトルへの近似結果

SWAP スペクトルを表わす。図-2に示すように、JONSWAP スペクトルは沿岸波浪のスペクトルに対して十分な適合度を有している。表-2に示す  $\alpha$  および  $\gamma$  を波形勾配  $H/L$  の関数として示すと以下のようなになる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 0.997(H/L)^{1.392} & (r=0.9497) \\ \gamma &= 89.12(H/L)^{1.032} & (r=0.7729) \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

上式中、 $r$  は相関係数である。

一方、Mitsuyasu ら<sup>3)</sup>による  $\alpha$  および  $\gamma$  の  $\tilde{F}$  および  $\tilde{f}_m$  の関数としての提案式を上式と同様に波形勾配  $H/L$  の関数として書き直すと、

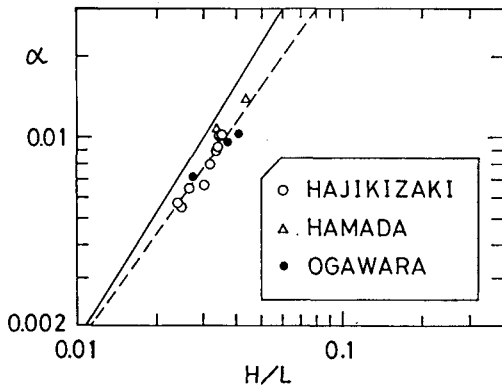


図-3  $\alpha$  と波形勾配の関係

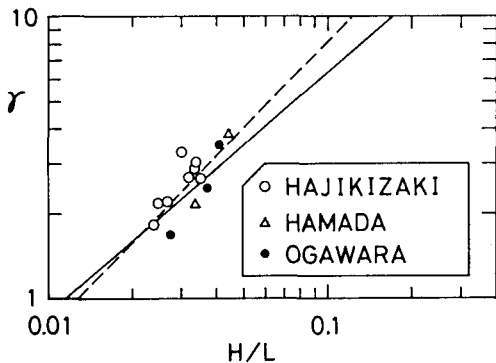


図-4  $\gamma$  と波形勾配の関係

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 3.47(H/L)^{1.715} \\ \gamma &= 45.6(H/L)^{0.857} \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

式(7)および(8)をデータとともに示すと、それぞれ図-3、4の破線および実線のようにになる。図-3および図-4から明らかなように、本稿における結果はMitsuyasu らの結果に比べて、 $\alpha$  についてはやや勾配が緩やか、逆に  $\gamma$  については急となっている。

図-5および図-6には  $\sigma_a$  および  $\sigma_b$  と  $H/L$  の関係を示す。図-5および図-6に示す結果はHasselmann ら<sup>2)</sup>およびLee<sup>7)</sup>により示された結果ほどばらついてはならず、 $\sigma_a$ 、 $\sigma_b$  も弱いながら波形勾配と正の相関を示している。

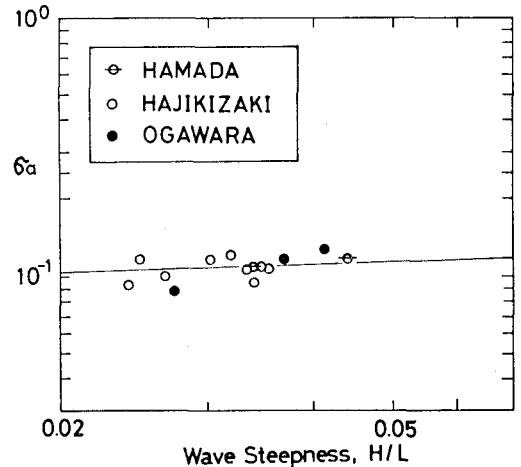


図-5  $\sigma_a$  と波形勾配の関係

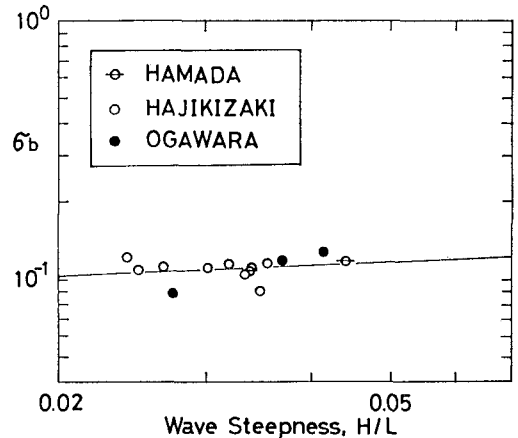


図-6  $\sigma_b$  と波形勾配の関係

## 5. 修正 JONSWAP スペクトルに関する検討

### 5.1 修正 JONSWAP スペクトル

4.に示したように、JONSWAP スペクトルのパラメータ  $\sigma_a$  および  $\sigma_b$  は  $H/L$  に対してかなり変動する。これは、JONSWAP スペクトルの P-M スペクトルに

対する増幅項が2重指数型を有していることが大きな原因と考えられる。

そこで、次に示すスペクトル形を提案する。

$$S(f) = \alpha g^2 (2\pi)^{-4} f^{-5} \exp \left[ -1.25 \left( \frac{f_m}{f} \right)^4 \right] \gamma G(f/f_m) \quad (9)$$

ここに、 $G(f/f_m)$  は  $f/f_m$  の関数であり、

$$\begin{aligned} G(f/f_m) &= \delta_a (f/f_m - 1) + 1, & f_a \leq f \leq f_m \\ &= \delta_b (1 - f/f_m) + 1, & f_m \leq f \leq f_b \\ &= 0, & \text{その他} \end{aligned}$$

$f_a$  および  $f_b$  は  $G(f/f_m) = 0$  から得られる解であり、それぞれ  $(\delta_a - 1)f_m/\delta_a$ ,  $(\delta_b + 1)f_m/\delta_b$  で与えられる。式(9)から明らかのように、 $f \leq f_a$  および  $f \geq f_b$  の領域では提案スペクトルは P-M スペクトルに一致する。

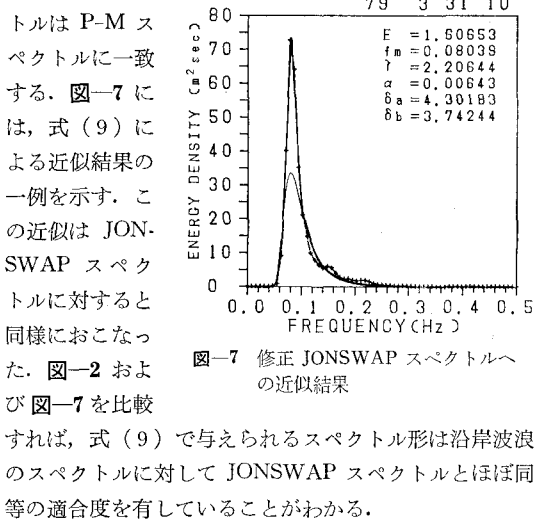


図-7 修正 JONSWAP スペクトルへの近似結果

すれば、式(9)で与えられるスペクトル形は沿岸波浪のスペクトルに対して JONSWAP スペクトルとほぼ同等の適合度を有していることがわかる。

なお、2. に示したデータの選択条件③は、式(9)の定義により  $f_b \leq 1.35f_m$ 、すなわち  $\delta_b \geq 2.857$  と表わすことができる。

本稿で用いたデータに対して式(9)で近似した結果

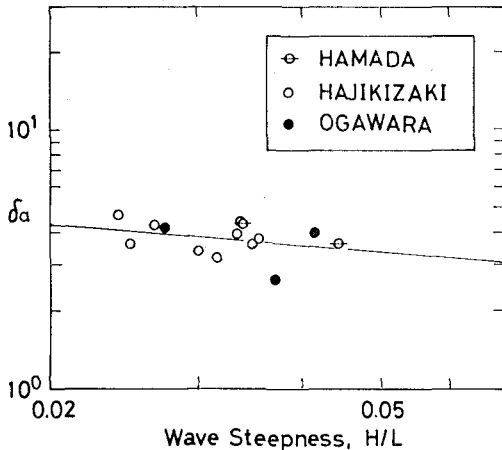


図-8  $\delta_a$  と波形勾配の関係

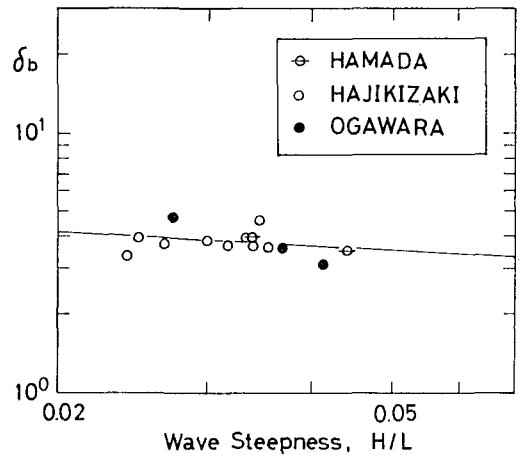


図-9  $\delta_b$  と波形勾配の関係

得られた  $\delta_a$  および  $\delta_b$  の値を  $H/L$  の関数として示すと、それぞれ図-8および図-9のようになる。 $\delta_a$  および  $\delta_b$  共  $\sigma_a$  および  $\sigma_b$  と異なり、 $H/L$  と負の相関を有する傾向がみられる。表-1に示す14ケースに対して得られた  $\delta_a$  および  $\delta_b$  の値を平均値と標準偏差により表わすと以下のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_a &= 3.86 \pm 0.54 \\ \delta_b &= 3.82 \pm 0.41 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

この平均値を用いて  $f_a$  および  $f_b$  を求めると、 $f_a = 0.741f_m$ ,  $f_b = 1.262f_m$  となる。

## 5.2 JONSWAP スペクトルとの比較

表-2および式(10)に示すパラメータの平均値を用いて提案スペクトルを JONSWAP スペクトルの形状と比較すると図-10のようになる。図-10は、両者で異なる  $\gamma$  の指数部の形状を示したものである。これによると、ピーク付近では JONSWAP スペクトルが上回り、 $f = 0.88f_m$ ,  $f = 1.12f_m$  を境にして逆に下回る結果となっている。図-11には、 $m_0$  に対する  $f_a \leq f \leq f_b$  のエネルギーの占める割合を  $\gamma$  の関数として示したものである。なお、 $f_a \leq f \leq f_b$  の提案スペクトルおよび JONSWAP スペクトルのエネルギーは数値積分により求め

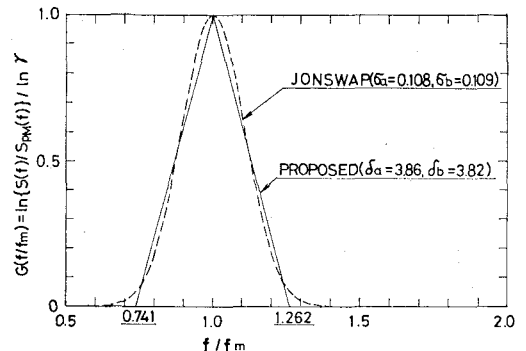


図-10 JONSWAP スペクトルと提案スペクトルの形状の比較

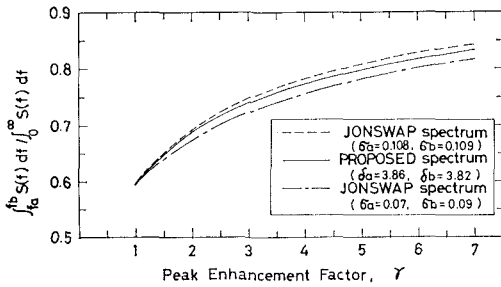


図-11  $f_a \leq f \leq f_b$  のエネルギーの  $m_0$  に占める割合の比較

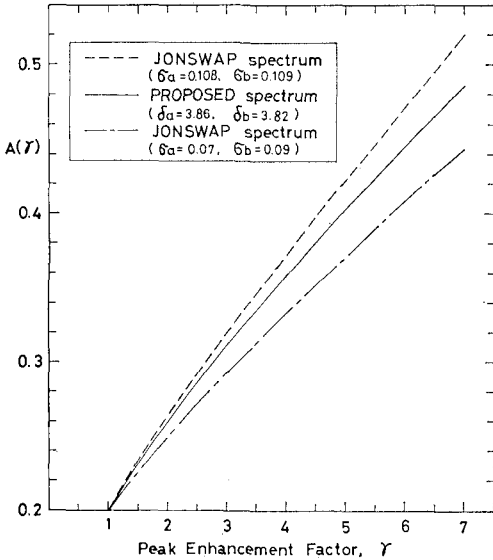


図-12  $m_0$  と  $\gamma$  の関係

ている。図-11によると、提案スペクトルは Hasselmann ら<sup>2)</sup>による平均 JONSWAP スペクトルよりもピーク付近でのエネルギーの集中度が高い。ただし、表-2の  $\sigma_a$ ,  $\sigma_b$  を用いた JONSWAP スペクトルよりはやや集中度が低くなっている。いずれにせよ、沿岸においてよく出現する  $\gamma=2.5 \sim 3.5$  の範囲では、 $f_a \leq f \leq f_b$  のエネルギーは全体のほぼ 75% 前後を占めることがわかる。

Mitsuyasu らにならって、JONSWAP スペクトルおよび提案スペクトルの  $m_0$  を  $m_0 = \alpha g^2 (2\pi)^{-4} f_m^{-4} A(\gamma)$  で表示し、 $A(\gamma)$  を図示すると図-12 のようになる。図から明らかなように、JONSWAP スペクトルに対する  $A(\gamma)$  は提案スペクトルに対するものに比べて  $\gamma$  と共にやや大きくなる傾向がみられるが、これを  $\gamma$  の

関数として求めると図中に示すようにいずれのスペクトルに対しても  $A(\gamma) = \frac{1}{5} \gamma^{4/9}$  の関係がほぼ成立する。ただし、これは  $1 \leq \gamma \leq 4$  に対して得られた結果である。

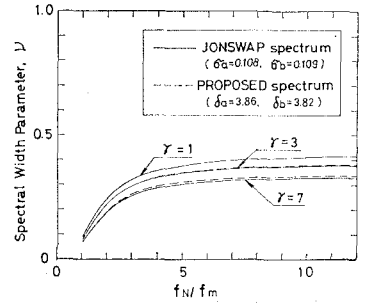


図-14 スペクトル幅パラメーター  $\nu$  ( $= (m_0 m_2 / m_1^2 - 1)^{1/2}$ ) の比較

図-13 および 図-14 には、それぞれ  $T_{02}$  および  $\nu$  のカットオフ周波数  $f_N$  に対する変化を比較しているが、この結果においても JONSWAP スペクトルと提案スペクトルの間にほとんど有意な差は認められない。

## 6. あとがき

本稿において得られた結果を要約すると以下のようになる。(1) 沿岸波浪のスペクトルでは、ほぼ  $\alpha = (H/L)^{1/4}$ ,  $\gamma = 90(H/L)$  が成立する、(2)  $\sigma_a$  および  $\sigma_b$  の沿岸波浪に対する平均的な値は JONSWAP で与えられた平均値よりもやや大きく、それぞれほぼ 0.108, 0.109 となり、 $H/L$  に対して弱い正の相関を有する、(3) 提案したスペクトルは JONSWAP スペクトルとほぼ同等の適合度を有し、 $\delta a$  および  $\delta b$  についてはそれぞれほぼ 3.86, 3.82 となり、 $H/L$  に対しては弱いながらも負の相関を有する、(4)  $m_0 = \alpha g^2 (2\pi)^{-4} f_m^{-4} A(\gamma)$  で表わすと、提案スペクトルに対しては  $A(\gamma) = 0.2 \gamma^{4/9}$  ( $1 \leq \gamma \leq 4$ ) が良い精度で成立する。

本稿で提案したスペクトルは、上述のほか  $\gamma$  の影響を受けない  $\alpha$  の設定範囲を明確に設定できること等工学的な活用面で JONSWAP スペクトルに優るいくつかの利点を有している。今後、これまでに蓄積されてきた沿岸波浪観測データを背景として、沿岸波浪のスペクトルの標準形に関する詳細な調査・研究を予定しており、工学的な見地から成果を得たいと考えている。

## 参考文献

- 1) Pierson, W. J. and L. Moskowitz: J. Geophys. Res., 69, pp. 5181~5190, 1964.
- 2) Hasselmann, K. et al.: Dtsch. Hydrogr. Z., A (8), 75 p., 1973.
- 3) Mitsuyasu, H. et al.: J. Geophys. Res., 10, pp. 286~296, 1980.
- 4) Hasselmann, K. et al.: J. Geophys. Res., 6, pp. 200~228, 1976.
- 5) Liu, P. C.: J. Phys. Oceanogr., 1, pp. 249~257, 1971.
- 6) Huang, N. E. et al.: J. Fluid Mech., 112, pp. 203~224, 1981.
- 7) Lee, K. E.: Coastal Engg., 4, pp. 151~156, 1980.

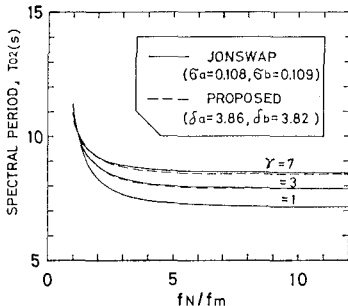


図-13  $T_{02}$  ( $= \sqrt{m_0/m_2}$ ) の比較