

浅海域における長周期水位変動の伝播特性

木村 晃*, 朝倉一雅**, 瀬山 明***

1. はじめに

浅海域で見られる長周期の水位変動は Munk¹⁾, Tucker²⁾ らにより研究が始められ, 当初彼らは砕波等による質量の輸送をその原因と推定した. その後 Longuet-Higgins ら³⁾は Radiation Stress の変化が長周期の水位変動を引き起こすことを理論的に示したものの, 定常な不規則波の波動場において長周期の水位変動に対応する明確な Radiation Stress の変化を示すことができないまま現在に至っている. 以後この水位の長周期変動を重複波として捉えた Suhayda⁴⁾ 以下の研究あるいは Edge 波とした Stokes⁵⁾, Eckart⁶⁾ に始まる研究の系列が, 海岸付近に発達する定常波の存在を理論的に示してくれた. しかし不規則波の場において, それらを引き起こす外力に関する検討は必ずしも十分でなく, 外海から入射して来る長周期の free wave あるいは表面波の 2 次干渉に伴う拘束波をその原因とし, 入射波のスペクトルにおける低周波領域のエネルギーの存在をその根拠とするにとどまっている. このように不規則波場における定常波発生の詳細な機構もまだ十分明らかでなく, 長周期水位変動を上述した定常波とする考えもこの点において決め手を欠いたまま現在に至っている. この研究は新たに非定常スペクトルの手法を導入し, Longuet-Higgins らに続き再び Radiation Stress の概念を用いて不規則波の場における長周期水位変動の発生の説明を試み, その伝播特性等について若干の検討を行ったものである.

2. 長周期水位変動

本研究で解析に用いた不規則波は著者らの一人が京都大学で行った不規則波の伝播特性に関する研究⁷⁾と同じもので 図-1 に示すような実験装置を用いた. 表-1 に各波高計の設置水深, 表-2 に実験条件を示した. 不規則波のスペクトルはすべて Pierson-Moskowitz 型⁸⁾でピーク周波数 f_p を種々変えて発生させた.

図-2 は解析結果の一例を示したもので Case-3 の図

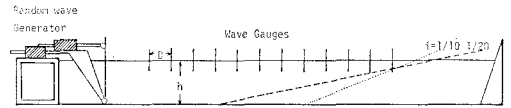


図-1 実験装置

表-1 波高計の設置水深

Case No.	Water depth (cm)					
	W-1	W-2	W-3	W-4	W-5	W-6
1~4	50	50	50	50	50	50
5, 6	50	50	40	30	20	10
7, 8	50	50	50	50	45	40

Case No.	Water depth (cm)					
	W-7	W-8	W-9	W-10	W-11	W-12
1~4	50	50	50	50	50	50
5, 6	—	—	—	—	—	—
7, 8	35	30	20	20	15	10

表-2 実験条件

Case No.	Slope	f_p (Hz)	D (cm)	F_{out} (Hz)	T (sec)
1	0	0.4	100	0.16	7.0
2		0.6	100	0.19	5.0
3		0.7	100	0.20	4.0
4		1.0	75	0.30	3.0
5	1/10	0.7	100	0.20	4.0
6		1.0	100	0.30	3.0
7	1/20	0.7	100	0.20	4.0
8		1.0	100	0.30	3.0

中に示す各点でのスペクトル形を示したものである. 高周波側では摩擦によるエネルギーの低下がわずかに見られるが全体としてスペクトル形状の変化は小さい. しかし, 低周波側では $f < 0.4$ Hz の領域でかなりのエネルギーが存在し, 他の部分に比してかなり変動が大きい. 元来, 造波機の駆動信号はデジタル方式⁹⁾により発生させたもので $f < 0.4$ Hz の周波数帯のエネルギーはほとんど存在しない. したがってこの低周波領域の成分波は水槽の中で二次的に発生したものと考えてよい. 長周期水位変動に対する明確な定義法はないようであるが, ここでは, この周波数帯の波を不規則波に特有な長周期水位変動と考慮して検討を行った. この周波数帯の水位変

* 正会員 工博 鳥取大学助教授 工学部海洋土木工学科

** 正会員 工修 中電技術コンサルタント(株)

*** 正会員 工博 鳥取大学教授 工学部海洋土木工学科

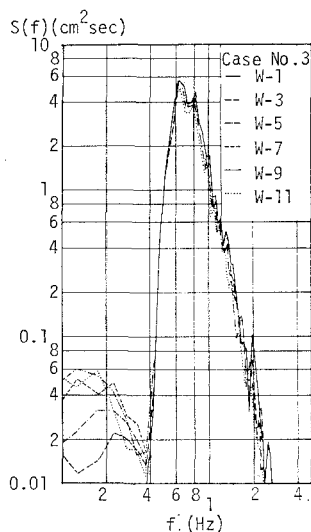


図-2 スペクトル形

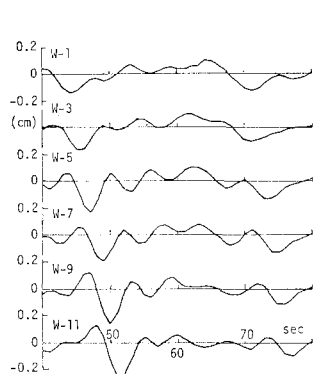


図-3 ζ の伝播

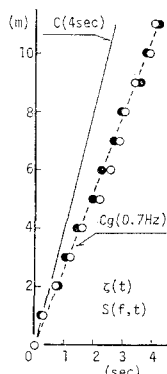


図-4 ζ, S の伝播速度

動だけ取り出すため、ここでは FFT を用いて適当な周波数 (F_{cut}) より高周波成分を除去した波形を解析に用いた。ただし、図-2 の例では $F_{cut}=0.4$ Hz とするとともに高周波の変動が残る長周期の変動が見にくいので、幾分小さ目の値を用いる方が検討が楽である。表-2 にここで採用した F_{cut} の値を示した。

図-3 は、ζ の 1 例を示したもので Case-3 の実験結果である。図からもわかるように、ζ は波高計間で若干変化するが、全体としてはその形状を保持しつつ伝播していることがわかる。図-4 の○印は図-3 の $t=40\sim 50$ sec の間に見られる顕著な負のピークの各波計の位置における出現時間の差をプロットしたもので、図中の実線はこの負のピークを含む 1 波をゼロアップクロス法で定義した周期約 4 sec に対応する微小振幅波の波速を示したものであり、破線はこのケースのピーク周波数 $f_p=0.7$ Hz の波の群速度を示したものである。free wave の場合ゼロアップクロス波の波速は同じ周期の規則波の波

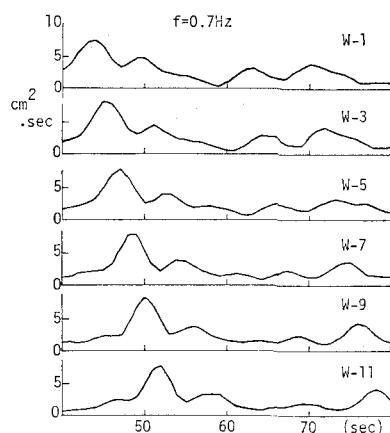


図-5 S の伝播

速とほぼ等しいが⁹⁾、図からわかるように○印はむしろ破線と良く対応している。この点を検討するためここでは次式で与えられる非定常スペクトルを用いた。すなわち、水面変動を $\eta(t)$ とすると Mark による Physical spectrum は次式で定義される。

$$S(f, t) = \left\langle \left| \int_{-\infty}^{\infty} w(t-u) \eta(u) e^{-i2\pi f u} du \right|^2 \right\rangle / \int_{-\infty}^{\infty} [w(u)]^2 du \quad \dots\dots\dots (1)$$

式(1)で $\langle \rangle$ はアンサンブル平均を示すがここでは生の推定値のまま計算に用いた。また Window 関数 $w(u)$ は次式で示す Gauss 型のものを用いた。

$$w(u) = (\sqrt{2/T})^{1/2} \exp(-\pi u^2/T^2) \quad \dots\dots\dots (2)$$

十分発達した風波では、波は 2～数波程度の波群をなすことが多いので、この程度のスケールのエネルギーの変動を検討するため式(2)の T としては卓越成分波の 3 周期程度の値を用いた。表-2 に各ケースの T の値を示す。図-5 は図-3 と同時刻の水面変動を式(1)に従って解析した結果の一例であり、 $f=0.7$ Hz の成分波の $S(f, t)$ である。図からわかるように図-3 で負のピークの表われた部分には顕著なエネルギーのピークが存在する。その他の小さなエネルギーのピークでもそれに対応するとはほぼ例外なく負のピークが対応していることがわかる。図-4 の●印は $S(f, t)$ の $t=40\sim 50$ sec の間のピークの各波高計の位置における出現時間をプロットしたもので○印、破線と良く対応している。Case-1～4 の水平床の実験結果では $S(f, t)$ と ζ の間にほぼ例外なく同様な関係が成立しており、ζ はエネルギーの変化にともなう一種の拘束波と見なし得るようである。

3. ζ のシミュレーション

ここでは, Longuet-Higgins ら⁸⁾の理論により水面変動から ζ をシミュレートし、実測値と比較する。

Parseval の定理より水面変動 $\eta(t)$ と $S(f, t)$ の間に

は次式の関係が成立する.

$$\langle \eta^2(t) \rangle = 2 \int_0^\infty S(f, t) df \quad \dots\dots\dots (3)$$

波高の確率分布が Rayleigh 分布で与えられる時 rms 波高 $H_r(t)$ と $\eta(t)$ の間には

$$H_r^2(t) = 8 \langle \eta^2(t) \rangle \quad \dots\dots\dots (4)$$

なる関係が成立する. 単位面積あたりの波のエネルギーは $E = \rho g H^2 / 8$ で与えられるのでその平均値は

$$\langle E(t) \rangle = \frac{1}{8} \rho g H_r^2(t) = \rho g \langle \eta^2(t) \rangle = 2 \rho g \int_0^\infty S(f, t) df \quad \dots\dots\dots (5)$$

で与えられる. 前にも述べたように十分発達した風波では 1 つの波群は数波の特性の似かよった波からできていることが多い. したがって data window $w(u)$ の範囲内の Radiation stress の平均値 $\langle S_{xx}(t) \rangle$ は

$$\langle S_{xx}(t) \rangle \approx \langle E(t) \rangle \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \quad \dots\dots\dots (6)$$

で近似できる. ここに波数 k は $S(f, t)$ のピーク周波数の成分波の波数を用いればよい. 式 (6) からわかるように式 (1) で定義される波浪エネルギーに局所的な変動があればそれに応じて局所的に Radiation stress が変化することになる. Longuet-Higgins ら³⁾の理論によれば Radiation stress による平均水位の変化 ζ は次式で与えられる. ただし, ここでは $\langle S_{xx}(t) \rangle$ も生の値をそのまま用いた.

$$\rho \zeta'(t) = - \frac{S_{xx}(t)}{gh - C_g^2(t)} + \text{const.} \quad \dots\dots\dots (7)$$

群速度が長波の速度を越えることはないので const. を適当に選べば $S_{xx}(t)$ すなわち $S(f, t)$ と ζ' は逆の変動をすることがわかる. 式 (7) の const. の値は $S_{xx}(t)$ の変動により排除された質量のバランスが時間的・空間的にどの程度の範囲で成立しているかによって決まる. ここでは, 実験に用いた水槽の長さが有限であるので質量の連続式は比較的短い空間で成立しているはずである. したがって一つの波群の長さ程度の時間的スケールで質量の連続式が成立しているものと考えた. すなわち, $S(f, t)|_{f=f_p}$ からその平均値を差し引いた値をゼロアップクロス法で処理して, その一周期をその波群の長さとした. そして, それぞれの波群の中で式 (7) を積分したものが 0 となるように const. の値を決定した. そして一つの波群の中では const. は一定とした. 図-3 に示した部分における測定値 ζ と計算値 ζ' とを比較したものが図-6 である. 図中の実線が ζ' , 点線が ζ である. 一部 ζ' の方が ζ に比して幾分大きい, 全体としてはほぼ対応しておりここで示した方法でほぼシミュレートできている. 他のケースでも水平床ではほぼ同様な結果が得られた. ただ細部における ζ と ζ' の変動の対応が十分でないのは ζ の計算における F_{cut} の値と $S(f, t)$ の計

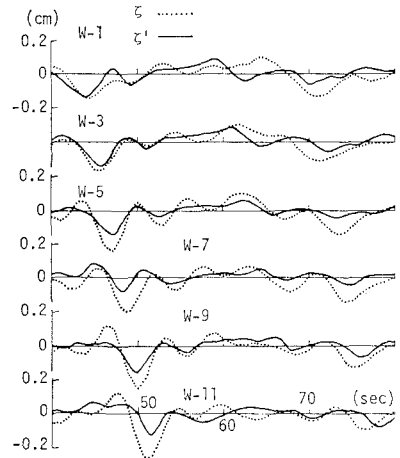


図-6 ζ と ζ' の比較

算における data window の長さ T との対応が十分とれていなかったためと考えられる. 以上のことから, 長周期の水位変動は局所的な Radiation stress (波のエネルギー) の変動に伴うものと見ることも可能であることがわかる.

勿論ここで用いた Longuet-Higgins らの理論は, 基本的には Longuet-Higgins ら¹⁰⁾, 浜田¹¹⁾等の理論と同じものである. あるいは ζ' が卓越成分波相互の干渉によって生ずる周波数差の拘束波であるとも考えることも可能であるが, ここで説明したように特に長時間にわたる拘束波の連続性を意識しなくとも data window の長さ程度の情報からでも ζ の計算が可能である. 逆に式 (7) の const. の値を $\zeta'(t)$ の長時間の平均値が 0 になるように選らぶとかなり長い時間 $\zeta'(t)$ が負あるいは正の状態が持続する等, $\zeta(t)$ との対応が悪くなるケースが多かった.

4. 斜面上の長周期水位変動

図-7 は Case-6 ($i=1/10$, $f_p=1.0$ Hz) の $S(f, t)|_f=1.0$ Hz と ζ の斜面上に沿う分布形状を示したもので, 解析方法は水平床と同じである. 図からわかるように $t=158$ sec から 163 sec にかけて斜面上を高エネルギーの波群が通過しており, それにともない ζ に負のピークが現われ斜面上でも水平床と同様にエネルギーの伝播に伴って移動している. この負のピークが汀線に到達した 163 sec 以後しばらくの間沖側から高エネルギーの波群が入射して来ず, $S(f, t)$ の低い状態が続くので ζ に見られる大きな変動が汀線で反射して行く様子が良くわかる. このケースで用いた $i=1/10$ のスロープでは卓越成分波の反射率は小さく数 % 程度であり, ここに見られる反射波は卓越成分波の反射に伴う拘束波ではない. このケースにおける平均的な砕波点は水深 15 cm 付近 (下図の 4 m と 5 m 中間付近) であり, この波は砕波により拘束を解かれた波が free wave となって反射して冲向

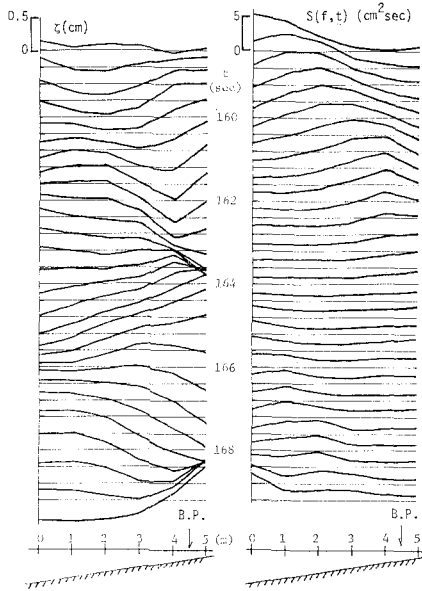


図-7 ζ と S の伝播特性

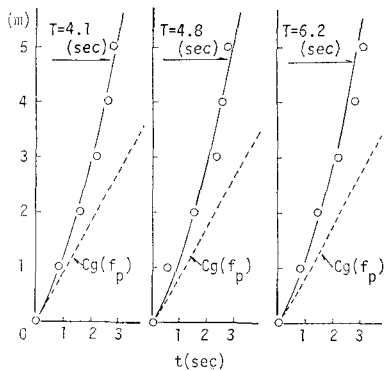


図-8 free wave の伝播

に伝播しているものと考えられる。この波の周期は約 4.1 sec であり、波形勾配は非常に小さく反射率はほぼ 1 と考えてよいであろう。図-8 は同じケースで波高の大きな入射波がしばらく途切れて図-7 と同様に ζ の反射の様子を確認することのできた 3 つのケースについて各波高計設置点での ζ のピークの出現時間と微小振幅波理論 (実線) による波速の関係を比較したものである。図からわかるように波速はいずれも卓越成波の群速度 (破線) より大きく、実線と良く一致している。したがって、図-7 で示した汀線から沖に向かって伝播してゆく波は free wave と考えて良いようである。

つぎに斜面上で見られる定常波について検討する。図-9 は Case-7 で斜面上に定常波の見られた時刻の斜面に沿う ζ の値を示したものである。 $t=58$ sec から 68 sec にかけては ζ が進行する様子を見せず、むしろ下図の 2 m と 8 m 付近を節とする周期 8 秒程度の定常波となっ

ていることがわかる。汀線の近傍に存在する定常波は trap mode の Edge 波と leaky mode の重複波しか存在しない。Edge 波は汀線方向に進行する波で、その波長は岸沖方向のそれと等しい。図-9 の定常波は半波長が約 6 m あるが、実験水槽の幅は 50 cm と非常に狭いのでこの波はむしろ重複波であろう。

図-10 は、 $i=1/10$ の Case-5, 6 で見られた定常波の周期と節の位置の関係を示したものである。図中

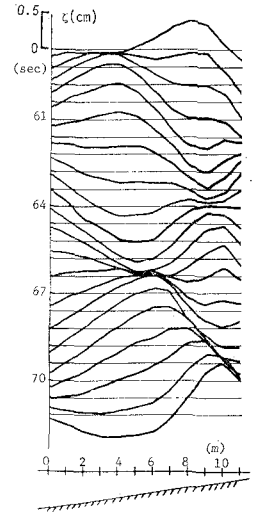


図-9 “定常波”

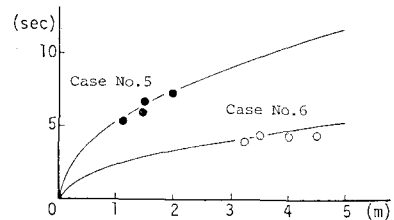


図-10 “定常波” の周期と節の位置の関係

の実線は次式の斜面上における Suhayda の理論においてベッセル関数を 0 とする x と周期の関係を示したものである。

$$\zeta''(x, t) = A J_0 \left[\frac{2\sigma x^{1/2}}{(g \tan \beta)^{1/2}} \right] e^{i(\sigma t + \epsilon)} \dots \dots \dots (8)$$

ただし、 A は振幅、 J_0 はベッセル関数、 σ は角周波数、 $\tan \beta$ は斜面の勾配である。図にプロットしたもの以外にも定常波の節は存在するが、波高計の設置範囲外であった。図からもわかるようにここで発生している定常波は Suhayda の理論における節の位置と周期の関係を満たしている。

しかし、この定常波は長時間にわたって安定しているわけではなく、Physical spectrum におけるエネルギーの大きな部分の来襲間隔が重複波の周期とほぼ等しい場合に一周程度の間見られることが多い。例えば図-9 の $t=69$ sec 以後の水位変動はむしろ前進しており、定常波が比較的短時間に消えており、この定常波が式 (8) の関係を満たしていてもその振動が持続しない一過性のものにすぎないことがわかる。つまり、碎波点より沖側の斜面上で見られる定常波ではよく似た波形をもつ拘束波の入射波と free wave の反射波が重なってできることがあり、互にすれ違った後は見掛上の定常波は消滅してしまう。しかも、間欠的に発生するこの定常波は偶然見

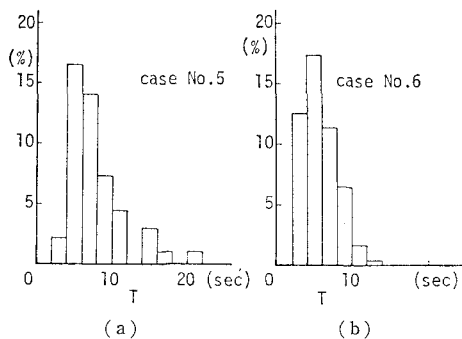


図-11 零の周期の頻度分布

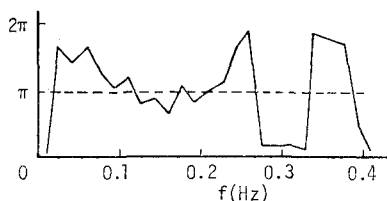


図-12 位相スペクトル (W-6~W-1)

られる現象でなく、かなりの頻度で発生する。すなわち、図-11 (a), (b) はそれぞれ Case-5, 6 における ζ (W-1 の点) のゼロアップクロス周期の頻度分布である。図からもわかるように、周期は狭い範囲に集中しており、 ζ は比較的規則的な変動をしており、似た波が連続して来襲する頻度は大きい。これをスペクトル解析すると見かけ上次のような結果が得られる。すなわち、図-12 は Case-6 において W-6 と W-1 (図-7 の 0 m と 5 m の点) 相互のクロススペクトルから求めた成分波の 2 点間の位相差を示したものである。図からもわかるように 0.1 Hz ~ 0.2 Hz の間では両者の位相差は π に近い値を示している。W-6 と W-2 (図-7 の 1 m と 5 m の点) 間のクロススペクトルもほぼ同じ傾向を示す。図-10 からもわかるように、このケースにおいて“定常波”が発生している場合には 4 m (W-5) 付近が節になることが多く、見かけ上重複波の存在を推測させる結果が得られた。周期の似た ζ が連続して入射する場合にはしばらく定常波が持続する場合もあるが、入射波の周期が不規則になるとやはりすぐ消滅する。上述したようにこの見かけ上の“定常波”は拘束波と free wave が重なり合ってきたもので通常の重複波とは区別して考える必要がある。図-10, 12 からもわかるように形式的な解析だけでは通常の重複波と誤認する場合もあるので砕波点より沖側の定常波の検討には注意を要する。またこれらの定常波が Edge 波の条件を満たす場合もある。すなわち図-13 は図-10 と同じデータを次式の Edge 波における節と周期の関係と比較したものである。

$$\zeta'''(t) = a_n L_n(2kx) e^{-kx} \sin(\sigma t) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに a_n は振幅、 L_n はラゲールの多項式、 k は波数

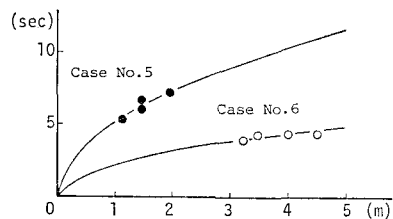


図-13 “Edge 波”の周期と節の位置の関係

である。図は $n=2$ の場合について比較を行ったもので、データは理論値と良く対応しており、この限りにおいて Edge 波が発生しているように見える。

このように拘束波と free wave が重なり合って局部的な“定常波”を生ずることもあるので、海岸付近の定常波の解析には十分な注意を要する。ただ、砕波点が岸から十分離れている場合には砕波により卓越成分波の拘束を解かれた水面変動が新たに free wave として入射し、式 (8), (9) で示す定常波の発生する可能性もある。ただこの場合も拘束を解かれた水面変動は、その時点から新たに分散関係式を満たすように伝播し始める。 ζ は砕波によってそれほど急激に変化することはないが伝播特性は変化する。拘束波を Edge 波の発生理由としている実験的研究もあるがその発生には砕波後 free wave に変質した波が寄与している場合もあるのでスペクトル解析等平均的な方法だけでなく、ここで示したような詳細な検討も併せて行う必要がある。

参考文献

- 1) Munk, W. H.: Surf beats, Trans. Am. Geophys. Union, Vol. 30, pp. 849~854, 1949.
- 2) Tucker, M. J.: Surf beat: sea waves of 1 to 5 minutes' period, Proc. Royal. Soc. A 207, pp. 565~573, 1950.
- 3) Longuet-Higgins, M. S. and R. W. Stewart: Radiation stress in water waves; a physical discussion, with application, Deep Sea Res., Vol. 11, pp. 529~562, 1964.
- 4) Suhayda, J. N.: Standing waves on beaches, Jour. Geophys. Res., Vol. 79, No. 21, pp. 3065~3071, 1974.
- 5) たとえば Lamb, H.: Hydrodynamics, 6th ed., Dover, New York, 738 p., 1932.
- 6) たとえば Bowen, A. J. and R. T. Guza: Edge waves and surf beat, Jour. Geophys. Res., Vol. 83, 1978.
- 7) 木村 晃・上総周平: 浅海域における不規則波のエネルギーの伝播特性, 第29回海岸工学講演会論文集, pp. 51~54, 1982.
- 8) 岩垣雄一・木村 晃: 任意のスペクトル形を有する現地波浪のシミュレーション法に関する研究, 第20回海岸工学講演会論文集, pp. 463~468, 1973.
- 9) 岩垣雄一・木村 晃: 波別解析法に基づく不規則波の波長・波速に関する研究, 第23回海岸工学講演会論文集, pp. 406~409, 1977.
- 10) Longuet-Higgins, M. S. and R. W. Stewart: Changes in the form of short gravity waves on long waves and tidal currents, Jour. Fluid Mech., Vol. 10, pp. 565~583, 1961.
- 11) 浜田徳一: 表面波の2次干渉, 第11回海岸工学講演会講演集, pp. 12~18, 1964.