

水深変化、構造物および流れが存在する場合の 波浪変形計算について

酒 井 哲 郎*・弘 末 文 紀**

1. ま え が き

平面的な波浪変形計算に関しては、実用上の問題として、すでにいくつかの計算手法が現実的に用いられている。幾何光学的な屈折計算法や、不規則性をも考慮した回折計算法がそれである。流れによる波の屈折に関しては、現実にはそれほど重要でないためか、計算法は提案されてはいるものの^{1),2),3),4)}、実際に用いられるまでには至っていない。ただし、最近海浜変形予測手法の開発に伴って、海浜流の予測の前段階としての波浪変形計算の中で、海浜流による入射波の変形が若干議論されている¹⁾。また、河口閉塞などの問題に関連して、河口付近での流れによる波の変形も今後問題になることが予想される。このような問題に対しては、上述した水深変化と流れが同時に存在する場合の波の屈折変形の数値計算法が実用的であるが、これらの方法では、構造物による波の反射・回折は考慮していない。

平面的な波浪変形を、水深変化による屈折、構造物による回折・反射、および流れによる屈折の3つに分けると、この三者が同時に存在する場合のみ（厳密には、後の二者が同時に存在する場合）に起る問題がある。すなわち、波数保存式の中の波数ベクトルの扱いの問題である。ここでは、上述の三者が同時に存在する場合に対して最近 Booij⁵⁾が提案した数学モデルにおけるこの問題の扱いを検討するとともに、一般的に、流れによる波の平面的変形におけるこの問題に関して議論し、とくに海浜流計算の場合のこの問題に関して検討する。

2. Booij のモデル⁵⁾

Booij は、流れの変化は水深の変化と同様緩やかであり、波の運動は非回転で線形の扱いができるとして、波の速度ポテンシャルの満たすべき式を求めた。その方法は、水深変化のみによる屈折と構造物による回折が同時に存在する場合に対してその基礎式を導いた Berkhoff⁶⁾の方法と類似している。

波の速度ポテンシャル ϕ は、水深方向には従来同様

$\cosh k(h+z)$ に比例する形を仮定し、

$$\phi(\underline{x}, z, t) = \frac{\cosh \{k(z+h)\}}{\cosh \{k(\bar{\eta}+h)\}} \cdot \Phi(\underline{x}, t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

次式の様な波の速度ポテンシャルに関する基礎式を得た。

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \underline{U} \cdot \nabla \right) \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\underline{U} \Phi) \right\} - \nabla \cdot (a \nabla \Phi) + (\sigma - k^2 a) \Phi = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 k は波数、 h は静水深、 z は静水面を原点とした鉛直上向き座標、 $\bar{\eta}$ は平均水面、 $\underline{x}$ は水平座標ベクトル、 $\underline{U}$ は流れの流速ベクトル、 σ は流れに相対的な波の周波数、 a は次式で与えられる。

$$a \equiv c \cdot c_g \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 c および c_g はそれぞれ流れに相対的な波速と群速度である。さらに、波の絶対的周波数 ω が一定の場合には、 $\Phi(\underline{x}, t)$ を

$$\Phi(\underline{x}, t) = \text{Re} \{ e^{-i\omega t} \cdot \tilde{\Phi}(\underline{x}) \} \quad \dots\dots\dots (4)$$

で表わして、 $\tilde{\Phi}$ の満たすべき式を次のように得ている。

$$-i\omega \{ \underline{U} \cdot \nabla \tilde{\Phi} + \nabla \cdot (\underline{U} \tilde{\Phi}) \} + (\underline{U} \cdot \nabla) \nabla \cdot (\underline{U} \tilde{\Phi}) - \nabla \cdot (a \nabla \tilde{\Phi}) + (\sigma^2 - \omega^2 - k^2 a) \tilde{\Phi} = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

流れによる波の屈折では、波数 k はその保存式 (6) と相対的周波数に関する分散関係式 (7) とから決まる。

$$\sigma = \omega - \underline{k} \cdot \underline{U} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\sigma^2 = gk \tanh(kh) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$\underline{k}$ は波数ベクトルである。波数ベクトルは波の進行方向が決まらなると与えられないが、構造物による反射や回折が無視できるならば、実際の数値計算では沖側から計算を進めるため、波数ベクトルを逐次与えることができる。しかし、構造物が存在して入射波以外に構造物からの反射波も存在すると、波数ベクトルを与えられない。Booij は、構造物からの反射が無視できる場合を考え、入射波の波数と流速の絶対値の積の0.9倍で流速ベクトルとのスカラー積を与えた。しかし、一般的にはこのような近似が可能かどうかは検討の余地がある。

3. 波数保存式中の波数ベクトルの影響

(1) 波数への影響

まず式 (6) と (7) とから相対的周波数を消去する

* 正 会 員 工 博 京都大学助教授 工学部土木工学教室

** 学生会員 京都大学大学院 工学研究科修士課程

と、次式が得られる。

$$(\omega - k \cdot U)^2 = gk \tanh(kh) \quad \dots\dots\dots (8)$$

いま問題の波数ベクトルと流速ベクトルのスカラー積を無視すると、次式が得られる。

$$\omega^2 = gk' \tanh k'h \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、この式から得られる波数は真の波数ではないので、 k' としている。一方、式(8)において、波と流れの方向が平行の場合を考えると、次式ようになる。

$$(\omega - k \cdot U)^2 = gk \tanh kh \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここでは、問題のスカラー積が最も影響がある波と流れの方向が平行の場合に関して、真の波数とそれを無視した場合の波数の相違を考える。そのために式(9)と(10)から ω を消去すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \sqrt{\tanh(k'h)} - \frac{k}{k'} \sqrt{k'h} \frac{U}{\sqrt{gh}} \\ = \sqrt{\frac{k}{k'} \tanh\left(\frac{k}{k'} \cdot k'h\right)} \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

図-1はパラメーターとして $k'h$ をとり、横軸に $U/\sqrt{gh}$ 、縦軸に k/k' をとって式(11)の関係を示したものである。

いま砕波帯の沿岸流を考えると、大体 0.4 m/sec 程度であり、一方水深を 2.0 m とすると、 $U/\sqrt{gh}$ は約 0.1 となり、真の波数と、波数保存式中の波数と流速の両ベクトルのスカラー積を無視した場合の波数との相対的な差は約 0.1 であることがわかる。しかしこれは波数そのものへの影響であり、波向や波高変化への影響ではない。

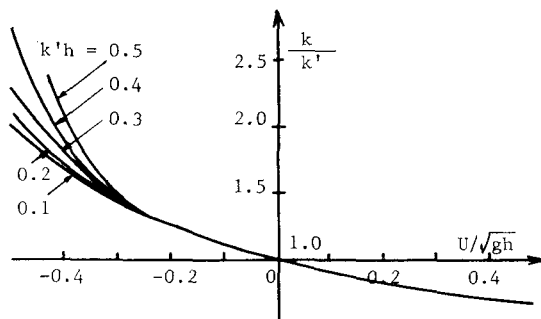


図-1 流れを遡上する波の真の波数と波数保存式中の流れを無視した場合の波数の比

(2) 流れを遡上する場合の波高変化への影響

波数保存式中の波数と流速の両ベクトルのスカラー積を無視したことによる波高変化への影響を調べるために、まず深海から浅海にやってきた波が一樣な流れを遡上する場合を考える(図-2)。

この問題に関してはすでにその解が得られている⁷⁾。水深、流速および波数を、それぞれ以下のように無次元化する。

$$h^* = \frac{4\pi^2 h}{gT^2}, \quad U^* = \frac{2\pi U}{gT}, \quad k^* = \frac{gT^2}{2\pi L} \quad \dots\dots\dots (12)$$

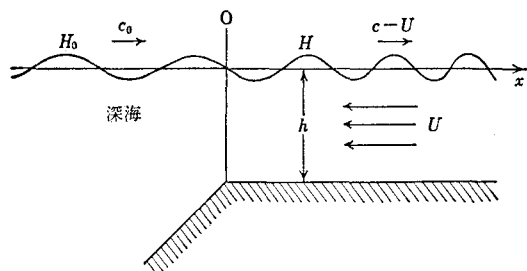


図-2 流れを遡上する波

この場合、流速の正の方向を x 軸の負の方向にとっているので、式(10)は次式のように変形される。

$$(1 + U^* \cdot k^*)^2 = k^* \tanh(k^* h^*) \quad \dots\dots\dots (13)$$

一方波高変化は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{H}{H_0} = \left\{ (1 + 2h^* k^* \operatorname{cosech} 2h^* k^*) \left(\frac{1}{k^*} + U^* \right) \right. \\ \left. - 2U^* \right\}^{-1/2} \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

図-3は、式(13)と(14)とから得られる波高変化を示している(実線)。一方、破線は式(13)において、 $U^* = 0$ としてえられる k^* (k^* とする。式(9)の k' の無次元量)を用いて式(14)から計算される波高 H' を示している。図から明らかなように、波数保存式中の波数と流速の両ベクトルのスカラー積を無視して波高変化を計算すると、波高は流れにほとんど関係がなくなり、ほぼ一定値になる。

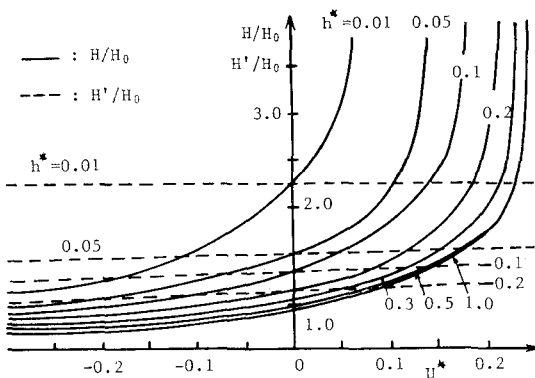


図-3 流れを遡上する波の波高変化に対する波数保存式中の流れを無視したことの効果 (H' : 波数保存式中の流れを無視した場合の波高)

(3) 流れに斜めに入射する場合の波高変化への影響

(2)と同様な検討を波が流れに斜めに入射する場合についても行う。この場合は、屈折にも影響を及ぼす。

深海波が、図-4に示すような y 方向にのみ変化する x 方向流れに入射した場合の屈折と波高変化に関しては、すでに Longuet-Higgins ら⁸⁾がその理論解を示している。さらに同様の流れと y 方向にのみ変化する水深による浅海波の屈折と波高変化に関しては、岩垣ら⁹⁾

が Longuet-Higgins らの解を修正したものを示している。次式は波向の変化を示している。

$$\frac{\cos \theta}{\cos \theta_0} = \frac{1}{(1 - U/c_0 \cos \theta_0)^2} \frac{\tanh kh}{\tanh k_0 h_0} \dots (15)$$

ここで、添字“0”は深海を意味するものではなく、流れのない領域での量を意味する。 θ は波向である。この式でわかるように、波数保存式中の波数と流れの両ベクトルのスカラー積を無視することは、波数変化を水深変化のみによる屈折として考えることにあたる。波速や波向に関しても同様である。

図-5 は流れのない領域の無次元水深が $k_0 h_0 = 0.1$ で、かつ水深が変化しない場合の波向の変化を示したものである（実線）。水深が変化しないので、波数保存式中の両ベクトルのスカラー積を無視すると、波向は変化しない（一点鎖線）。参考のため、深海波の場合の変化を破線で示している。なお岩垣らの原論文の図-2 は計算

に誤りがあり、本論文の図-5 の実線が正しい。したがってまた、原論文の、“浅海波の場合は深海波の場合に比べて波向の変化が急になる”という記述は誤りで、逆に緩やかになる。なお、岩垣らの論文ではほかにも若干の説明不足がある。すでに述べたように原論文の図-2, 3 は流れの存在する領域の水深が流れのない領域の水

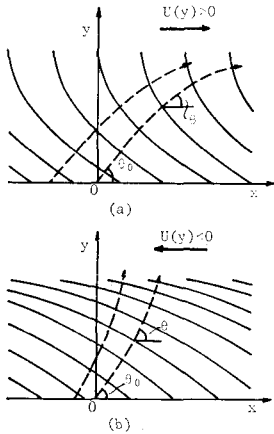


図-4 流れに斜めに入射する波

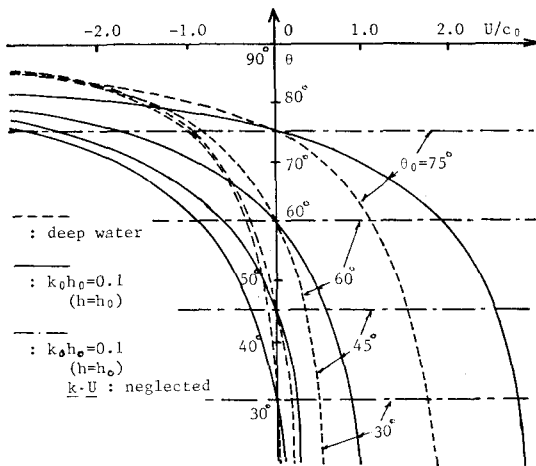


図-5 流れに斜めに入射する波の波向変化に対する波数保存式中の流れを無視したことの効果 ($k_0 h_0 = 0.1$, $h = h_0$)

深に等しい場合である。また、深海波について述べた Longuet-Higgins ら⁸⁾の座標系および波向の定義と岩垣らの原論文およびここで用いているものとは異なる。

波高変化を与える式は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \{ n_* E \tanh kh \cdot \sin \theta / (\omega - bU) \} \\ + n_* E b \tanh kh \cdot \sin \theta / (\omega - bU)^2 \cdot \frac{\partial U}{\partial y} = 0 \end{aligned} \dots (16)$$

ここで、 n_* は相対的な波速と群速度の比、 E は波のエネルギー密度、 ω は流れのない領域での周波数、 $b \equiv k \cos \theta$ は、波数非回転の条件より一定である。

波数保存式中の波数と流速の両ベクトルのスカラー積を無視することは、式 (16) 中の $\omega - bU$ の U を 0 とおくことに当たる（第2項の $\partial U / \partial y$ はラディエーション応力項である）。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{n_* E \tanh kh \cdot \sin \theta}{\omega} \right) \\ + \frac{n_* E b \tanh kh \cdot \sin \theta}{\omega^2} \frac{\partial U}{\partial y} = 0 \end{aligned} \dots (17)$$

この式の解は結局次式のようになる。

$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{\sin 2\theta_0}{\sin 2\theta} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{n_0}{n_*} \right)^{1/2} \cdot \exp \left(-\frac{1}{2} \cos \theta_0 \cdot \frac{U}{c_0} \right) \dots (18)$$

すなわち、アンダーラインを引いた部分が、波数保存式中の波数と流速の両ベクトルのスカラー積を無視した影響を表わす。

図-6 は、岩垣らの図-3（水深一定 $h = h_0$, $k_0 h_0 = 0.1$, 実線）を再度示したもので、さらに波数保存式中のスカラー積を無視した場合の式 (18) で与えられる関係も示している（一点鎖線）。水深一定の場合はすでに述べたように、上述のスカラー積を無視すると、波速、波数、波向のいずれも変化しないので、波高変化は式 (18) のアンダーラインの項のみで与えられる。

参考のために、深海波の場合を破線で示している。波高変化に関しても、原論文の図-3 に誤りがあり、浅海

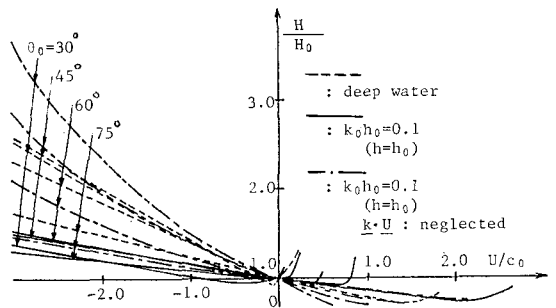


図-6 流れに斜めに入射する波の波高変化に対する波数保存式中の流れを無視したことの効果 ($k_0 h_0 = 0.1$, $h = h_0$)

波の波高変化は図-6の実線で表わされる。また原論文の“波向の場合と同様、浅海波の場合のほうが急であることがわかる”という記述は誤りで、逆に緩やかになる。波数保存式中の波数と流速の両ベクトルのスカラー積を無視すると、逆流の場合は波高増加が大きくなり、順流での波高の発散がなくなる。

4. 海浜流計算における波数保存式中の波数ベクトルの効果

渡辺ら⁹⁾は、海浜流計算の前段階としての波浪変形計算の際の流れに相対的な波速は、一般的に相対水深が碎波帯では小さく、流れがない場合のそれにほぼ等しいことから、流れによる相対的波速の変化を無視したことに相当すると考えられる、いわゆる数値波動解析法の基礎式に流れによる移流項のみを加えた式の妥当性を期待している。

相対的波速における流れの効果は、3.(1)の波数に対する波数保存式中の波数と流速の両ベクトルのスカラー積の効果と同じことであり、海浜流に対して支配的なラディエーション応力に直接関係する波高への効果とは異なる。ここでは、3.(2)および(3)の結果を用いて、海浜流計算の前段階としての波浪変形計算における、上述の波数保存式中の波数と流速の両ベクトルのスカラー積の波高変化への影響を調べる。

まず入射波と流れの方向が平行の場合を考える。水深、波の周期および海浜流の流速を、それぞれ3.(1)と同様に2m, 10secおよび0.4m/secとすると、式(12)の無次元流速および無次元水深はそれぞれ0.025および0.08となり、図-3より波数保存式中の波数と流速の両ベクトルのスカラー積を無視すると波高を約1割誤って見積ることがわかる。

次に波が斜めに流れに入射する場合を考える。図-4の $U(y)>0$ の場合を考え、入射波向 θ_0 を 30° とする。水深は2mで流れのある領域もない領域も同一とし、波の周期および流速も10secおよび0.4m/secとする。微小振幅波理論を用いると $kh_0=0.3$ および $U/c_0=0.1$ となり、図-6の条件とは異なる。そこで式(18)を直接計算したところ、波数保存式中の波数と流れの両ベクトルのスカラー積を無視しない場合の波高比は1.08、無視した場合は0.96となり、この場合も約1割波高を誤って見積ることになる。1割の波高の相違は、2割の波のエネルギー従ってラディエーション応力の相違となる。この相違が海浜流計算さらには海浜変形計算において無視しうるものかどうかは、ここでは議論しない。

5. あとがき

最初に、水深変化による波の屈折、構造物による波の回折・反射および流れによる波の屈折の3つの現象が同

時に存在する場合の数学モデルとして最近 Booij⁵⁾が提案したものを簡単に紹介した。次に、構造物による波の回折・反射と流れによる波の屈折が同時に存在する場合の問題点として、波数保存式中の波数と流れの流速の両ベクトルのスカラー積における波数ベクトルが与えられないことに関連して、それを無視した場合の影響を議論した。その結果次のことがわかった。

1) 波向と流れの方向が平行の場合、上述のスカラー積を無視すると、流れが順流の場合は波数は真の波数より増加し、逆流の場合は減少する(図-1)。

2) 深海波が浅海域で波向に平行な流れにあう場合、上述のスカラー積を無視すると、流れの流速が変化しても波高はほとんど変化しなくなる(図-3)。

3) 浅海波が流れに斜めに入射する場合、上述のスカラー積を無視すると、逆流では波高増加が大きくなり、順流では波高の発散がなくなる(図-6)。

4) 以上の結果を典型的な海浜流の場合(水深2m, 周期10sec, 流速0.4m/sec)に適用した結果、上述のスカラー積を無視すると、波数および波高に関しては約1割の差が生じることがわかった。

なお、浅海波が流れに斜めに入射する場合の原論文である岩垣ら⁹⁾の図-2および3には誤りがあり、本論文の図-5および6で修正した。

最後に本研究を行うにあたり、ご助言を賜った京都大学工学部岩垣雄一教授に感謝の意を表する。

参考文献

- 1) Noda, E. K., C. J. Sonu, V. C. Rupert and J. I. Collins: Nearshore circulations under sea breeze conditions and wave-current interactions in the surf zone, Tetra Tech. Rep. TC-P-72-149-4, 1974.
- 2) Skovgaard, O. and I. G. Jonsson: Current depth refraction using finite elements, Proc. 15th Conf. Coastal Eng., pp. 721~737, 1976.
- 3) 岩垣雄一・酒井哲郎・岡 幸夫: 流れによる波の屈折と波高変化, 第24回海岸工学講演会論文集, pp. 25~29, 1977.
- 4) 酒井哲郎・小関仁彦・岩垣雄一: 流れによる不規則波の屈折の数値計算, 第28回海岸工学講演会論文集, pp. 118~122, 1981.
- 5) Booij, N.: Gravity Waves on Water with Non-uniform Depth and Current, Communications on Hydraulics, Department of Civil Engineering, Delft University of Technology, Rep. No. 81-1, 1981.
- 6) Berkhoff, J. C. W.: Mathematical Models for Simple Harmonic Linear Water Waves, Wave Diffraction and Refraction, Delft Hydraulic Laboratory Publication No. 163, 1976.
- 7) 岩垣雄一: 波とその変形, 水工水理学(石原藤次郎編)第11章, 丸善, pp. 494~500, 1972.
- 8) Longuet-Higgins, M. S. and R. W. Stewart: The changes in amplitude of short gravity waves on steady non-uniform currents, Jour. Fluid Mech., Vol. 10, pp. 529~549, 1961.
- 9) 渡辺 晃・塩崎正孝: 構造物周辺の波浪・海浜流場について, 第29回海岸工学講演会論文集, pp. 110~114, 1982.