

共形変換を用いた任意断面地形上の波動場の解析法

日 野 幹 雄*・ 灘 岡 和 夫**

1. はじめに

任意断面地形上の波動場を解析する方法としては、有限要素法を用いる方法(滝川・田淵¹⁾)や、グリーン関数を用いる方法(日野・宮永²⁾)、グリーンの公式を用いる方法(井島・永田³⁾)、あるいは水平床に対する固有関数を斜面上の波動場に準用する方法(清川・小林⁴⁾)などがある。

本論文では、曲線座標系を導入することにより任意海底断面上の領域を水平床上の領域に変換し、問題を非一様媒質中の波動場の問題に置き換えて解析する方法を提案した。曲線座標系の設定には共形変換を用いているが、これは、共形変換のもとでは基礎式であるラプラスの方程式が変換に際して不変に保たれるという性質を利用するためである。

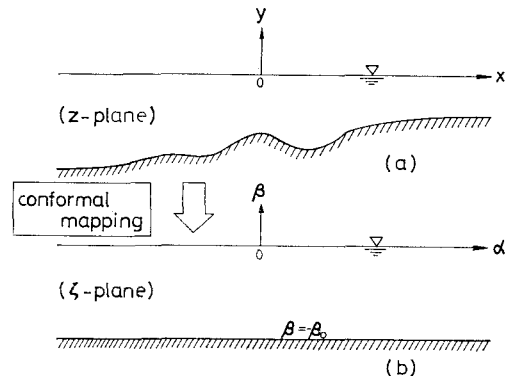
共形変換(等角写像)を波動場の解析に用いた例は、Levi-Civita (1925) など古くからいくつか存在しているが、その場合には、複素速度ポテンシャルをある変換面上で求めることに主眼が置かれている。その意味で、本研究で述べる方法はこれまでとは発想を異にしており、上述のように、共形変換は解析を簡単にするための曲線座標系の設定方法として用いられている。この場合の共形変換を定義する変換関数は、静水面と底面をともに固体壁と見たときのその領域中でのポテンシャル流れを表わす複素速度ポテンシャルにはかならない。従って、関数形の決定には、この種のポテンシャル流れを扱った既往の研究成果を利用することができる。

以下で、まず本解析法の考え方を詳しく述べ、線形の場合の解についての一般論を展開した後、最後に計算例としてステップ地形からの波の反射率等を求めた結果について述べる。

2. 解 析 法

(1) 基本的な考え方

図—1 (a) のような断面地形上の波動場を考える。ここでは、この波動場を物理面 (z 平面) 上で直接解析し



図—1

ていくのではなく、ある適当な変換によって対象領域を図—1 (b) のような水平床上の領域 (ζ 平面) に変換し、境界形状を単純化した後に問題を取り扱うことを考える。

今、 z 平面上での座標系を (x, y) として 図—1 (a) のようにとり、また ζ 平面上での座標系を (α, β) として 図—1 (b) のようにとるものとする。これらの平面を共に複素平面として考え、 z 平面 ($z = x + iy$) から ζ 平面 ($\zeta = \alpha + i\beta$) への写像関数を f とすれば、

$$\zeta = f(z) \quad \dots\dots\dots (1)$$

あるいは、実数部と虚数部に分離して、

$$\begin{cases} \alpha = \varphi_1(x, y) \\ \beta = \varphi_2(x, y) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (2)$$

と書ける。同様に、 ζ 平面から z 平面への逆変換 f^{-1} は、

$$z = f^{-1}(\zeta) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\begin{cases} x = \phi_1(\alpha, \beta) \\ y = \phi_2(\alpha, \beta) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (4)$$

のように書ける。ここで、 $f(z)$ が z 平面での対象領域上で正則であるとすれば、変換 f は共形変換となる。

次に、 ζ 平面上で波動運動の基礎方程式と境界条件がどのようになるか考える。まず物理面 (z 平面) 上での形を各々について書き下すと次の様になる。

[基礎方程式]

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

* 正員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科

** 正員 工修 東京工業大学助手 工学部土木工学科

[境界条件]

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad (y = -h) \quad \dots\dots\dots(6-a)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (y = \eta) \quad \dots\dots\dots(6-b)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right] + g\eta = 0 \quad (y = \eta) \quad \dots\dots\dots(6-c)$$

ここに, Φ : 速度ポテンシャル, η : 自由表面の y 座標, g : 重力加速度, h : 水深, $\partial/\partial n$: 法線方向微分.

ζ 平面上での基礎方程式は, $\zeta = f(z)$ が共形変換であることから, やはりラプラスの方程式となる.

[基礎方程式]

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \beta^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(5')$$

また, 境界条件は以下の様になる.

[境界条件]

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \beta} = 0 \quad (\beta = -\beta_0) \quad \dots\dots\dots(6-a')$$

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + s^2 \cdot \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \alpha} - \frac{\partial \Phi}{\partial \beta} \right] = 0 \quad (\beta = \bar{\eta}) \quad \dots\dots\dots(6-b')$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{s^2}{2} \cdot \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \beta} \right)^2 \right] + g \cdot \phi_2(\alpha, \bar{\eta}) = 0 \quad (\beta = \bar{\eta}) \quad \dots\dots\dots(6-c')$$

ここに, $\bar{\eta} = \bar{\eta}(\alpha, t)$: ζ 平面上での水表面の β 座標, β_0 : ζ 平面上での水深 (図-1 (b)), である. また, s は変換に伴う scale factor であり, 次式で定義される.

$$s = \left[\left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} = \left[\left(\frac{\partial \beta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \beta}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots(7)$$

上式中の第2番目の等号は Cauchy-Riemann の関係式による. 境界条件式 (6-b') の導出には, ζ 平面上での α , β 方向の流速 $\bar{u}$, $\bar{v}$ が

$$\bar{u} = s^2 \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}, \quad \bar{v} = s^2 \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \beta} \quad \dots\dots\dots(8)$$

となることを用いており, また境界条件式 (6-c') の導出には, Cauchy-Riemann の関係式を用いて得られる

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 = s^2 \cdot \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \beta} \right)^2 \right] \quad \dots\dots\dots(9)$$

なる関係を用いている.

(2) 変換 f に関するコメント

解法の手順としては, ζ 平面上で Φ に関する基礎方程式 (5') を境界条件 (6') のもとで解いた後, 逆変換 f^{-1} によって z 平面上の解に戻せば良いが, それには与えられた底面形状に対する変換関数 f の形を決定し, scale factor s を具体的に算定する必要がある.

この変換関数 f は, 二つの複素平面間の共形変換を定義するものである. これは見方を換えれば, デカルト座標系 (x, y) から曲線座標系 (α, β) への座標変換を定

義したものにほかならない. また, さらに別の見方をすると, $\zeta = \alpha + i\beta = f(z)$ は, 静水面と底面を流線とするようなポテンシャル流れを表わす複素速度ポテンシャルになっている. すなわち, 静水面を固定壁に置き換えたときの領域内で実現可能なポテンシャル流れの解として関数 f を求めることが可能となる. 従って, f の決定にはポテンシャル流れに関する既往の理論を利用することができる. 例えば, 一樣斜面上の領域を一樣水深領域に変換するには, 静水面と斜面の交点に任意の強さ m の source あるいは sink を置いたときの複素速度ポテンシャルから,

$$\zeta = m \log z \quad \dots\dots\dots(10)$$

とすればよい.

海底断面が複雑な場合には, 変換 $\zeta = f(z)$ を数値的に決定することになる (例えば, Chenin-Mordojovich & Schwartz⁵⁾).

3. 微小振幅波の場合の一般解

線形の波動を扱う場合には, 境界条件式 (6-b') と (6-c') は, それぞれ次の様になる.

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} - s^2 \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \beta} = 0 \quad (\beta = 0) \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g \cdot \phi_2(\alpha, \bar{\eta}) = 0 \quad (\beta = 0) \quad \dots\dots\dots(12)$$

式 (12) は,

$$\phi_2(\alpha, \bar{\eta}) \simeq \frac{\partial \phi_2}{\partial \beta} \cdot \bar{\eta} = \frac{1}{s} \cdot \bar{\eta} \simeq \eta \quad \dots\dots\dots(13)$$

より,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{g}{s} \cdot \bar{\eta} = 0 \quad (\beta = 0) \quad \dots\dots\dots(14)$$

と書ける. 上式を t で偏微分して式 (11) に代入すれば, Φ に関する表面境界条件として次式を得る.

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \cdot s(\alpha) \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \beta} = 0 \quad (\beta = 0) \quad \dots\dots\dots(15)$$

上式を見ると, 第二項に scale factor $s(\alpha)$ が重力加速度 g にかかる形で入っていることがわかる. すなわち, ζ 平面上では重力加速度 g が α の関数となっていると見なせる. このことから, 変換 f により z 平面での水深の非一樣性の効果が ζ 平面上では重力加速度の非一樣性の効果, 言い換えれば媒質の非一樣性の効果に置き換えられたと考えることができる.

(1) 定常波動の場合

次にこの問題の一般解を求める. まず最初に, 周波数 ω の定常波動を取扱うものとして速度ポテンシャル Φ を

$$\Phi(\alpha, \beta, t) = \phi(\alpha, \beta) e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots(16)$$

とおく. $\phi(\alpha, \beta)$ の α に関する Fourier 変換を

$$\mathcal{F}_\alpha[\phi(\alpha, \beta)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\alpha, \beta) e^{-ik\alpha} d\alpha = \bar{\phi}(k, \beta) \quad \dots\dots\dots(17)$$

と記せば、基礎方程式 (5') は次の様になる。

$$\frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial \beta^2} = k^2 \tilde{\phi} \quad \dots\dots\dots (18)$$

また、境界条件式 (6-a') と式 (15) の Fourier 変換は

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \beta} = 0 \quad (\beta = -\beta_0) \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$-\omega^2 \tilde{\phi} + g \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{s}(k-k') \cdot \frac{\partial}{\partial \beta} \tilde{\phi}(k', \beta) dk' = 0 \quad (\beta=0) \quad \dots\dots\dots (20)$$

となる。ここに、 $\tilde{s}(k) = \mathcal{F}[s(\alpha)]$ 。式 (18) を境界条件式 (19) のもとに解けば次式を得る。

$$\tilde{\phi}(k, \beta) = A(k) \cdot \frac{\cosh k(\beta + \beta_0)}{\cosh k\beta_0} \quad \dots\dots\dots (21)$$

上式を表面境界条件式 (20) に代入すると、次の関係式が得られる。

$$-\omega^2 A(k) + g \cdot \int_{-\infty}^{\infty} k' \cdot \tanh k' \beta_0 \cdot A(k') \cdot \tilde{s}(k-k') dk' = 0 \quad \dots\dots\dots (22)$$

上式は、 $A(k)$ に関する Fredholm の第二種積分方程式の同次方程式である。したがって与えられた問題に対する $\tilde{s}(k)$ を上式に代入して $A(k)$ を解けば、式 (21) の逆 Fourier 変換により ϕ は、

$$\phi(\alpha, \beta) = \mathcal{F}_\alpha^{-1}[\tilde{\phi}(k, \beta)] \\ = \int_{-\infty}^{\infty} A(k) \frac{\cosh k(\beta + \beta_0)}{\cosh k\beta_0} e^{ik\alpha} dk \quad \dots\dots\dots (23)$$

として求めることができる。そうすると表面波形 $\eta(\alpha, t)$ は、式 (13), (14) より、

$$\eta(\alpha, t) = \hat{\eta}(\alpha) \cdot e^{i(\omega t - \pi/2)} \quad \dots\dots\dots (24)$$

ここに、

$$\hat{\eta}(\alpha) = \frac{\omega}{g} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{ik\alpha} dk \quad \dots\dots\dots (25)$$

として求められる。

また、 $\hat{\eta}(\alpha)$ は式 (21) から直接求めることもできる。すなわち、式 (22) に $(g \cdot \omega)^{-1} \cdot \exp(ik\alpha)$ をかけて k について $(-\infty, \infty)$ の区間で積分すると、

$$\hat{\eta}(\alpha) = \frac{g}{2\beta_0 \omega^2} \cdot s(\alpha) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} P(\xi) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \hat{\eta}(\alpha - \xi) \cdot d\xi \quad \dots\dots\dots (26)$$

ここに、

$$P(\xi) = -i \frac{\beta_0}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \tanh k\beta_0 e^{ik\xi} dk \\ = -\operatorname{cosech} \left(\frac{\pi}{2\beta_0} \xi \right) \quad \dots\dots\dots (27)$$

という、 $\hat{\eta}(\alpha)$ に関する同次微積分方程式が得られ、これから $\hat{\eta}(\alpha)$ を求めることができる。

(2) 非定常波動の場合

この場合には、速度ポテンシャル Φ から式 (16) のように時間項を分離しないで Φ の形のまま解くことになる。このとき、定常の場合の表面境界条件式 (20) 対

応する式は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial t^2} + g \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{s}(k-k') \cdot \frac{\partial}{\partial \beta} \tilde{\Phi}(k', \beta, t) dk' = 0 \quad \dots\dots\dots (28)$$

ここに、 $\tilde{\Phi}(k, \beta, t) = \mathcal{F}_\alpha[\Phi(\alpha, \beta, t)]$ である。この $\tilde{\Phi}$ は、定常の場合と同様に基礎式を解くことにより、

$$\tilde{\Phi}(k, \beta, t) = A(k, t) \cdot \frac{\cosh k(\beta + \beta_0)}{\cosh k\beta_0} \quad \dots\dots\dots (29)$$

となるから、式 (28) に代入すれば次式が得られる。

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} A(k, t) + g \cdot \int_{-\infty}^{\infty} k' \cdot \tanh k' \beta_0 \cdot \tilde{s}(k-k') \cdot A(k', t) dk' = 0 \quad \dots\dots\dots (30)$$

上式は、非定常波数スペクトル $A(k, t)$ の時間発展を与える微積分方程式である。

表面波形 $\eta(\alpha, t)$ は、表面条件式 (13), (14) より

$$\eta(\alpha, t) = -\frac{1}{g} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial t} A(k, t) \cdot e^{ik\alpha} dk \quad \dots\dots\dots (31)$$

となるので、式 (30) を t で偏微分した後、 $-e^{ik\alpha}/g$ をかけて k について $(-\infty, \infty)$ の区間で積分すれば、 $\eta(\alpha, t)$ の時間発展を与える次の微積分方程式を得る。

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \eta(\alpha, t) + \frac{g}{2\beta_0} \cdot s(\alpha) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} P(\xi) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \eta(\alpha - \xi, t) \cdot d\xi = 0 \quad \dots\dots\dots (32)$$

4. 計算例

(1) 波数スペクトル $A(k)$ の計算例

ここでは、定常の場合の波数スペクトル $A(k)$ に関する積分方程式 (22) を解いた例を示す。scale factor $s(\alpha)$ としては、ここでは

$$s(\alpha) = 1 + a \cdot \tanh b\alpha \quad \dots\dots\dots (33)$$

の形のものを対象とした。これは一種のステップ地形に対応するもので、例えばパラメーター a が大きいほどステップの段差が大きくなる。

図-2 (a), (b) は、それぞれ $a=0.2, 0.5$ ($b=0.5 \text{ m}^{-1}$) の場合の波数スペクトル $|A(k)|$ の計算結果を示したものである。計算値は、 $\omega^2 = gk \cdot \tanh k\beta_0$ を満たす $k (=k_0)$ での値を 1 として規準化してある。この図から、 a の値

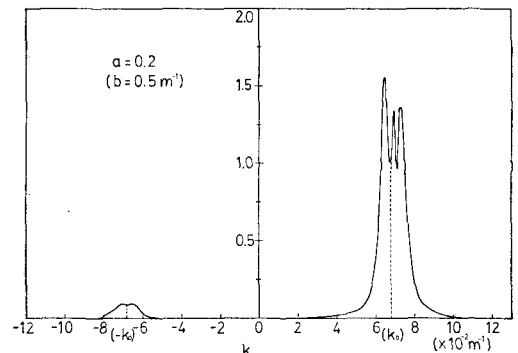


図-2 (a)

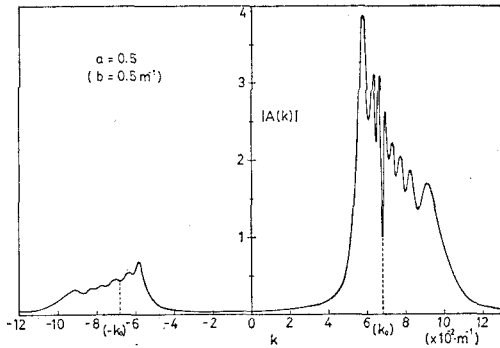


図-2 (b)

が大きくなると反射波 ($k < 0$) のスペクトル値 $|A(k)|$ が大きくなり, またスペクトルの帯域幅が広がっていることが分る。

(2) 反射率の計算例——簡略解の導出

図-3 に示すようなステップ地形からの反射率を求める問題について考える。ここでは, 先に導いた積分方程式 (22) あるいは式 (26) を直接解くのではなく, 以下の様な簡略解から反射率 $|r|$ に関する微分方程式を直接導いて, それから反射率を計算する。

まず, 速度ポテンシャル Φ を

$$\Phi = F(\alpha) \cdot \frac{\cosh \{k(\alpha)(\beta + \beta_0)\}}{\cosh \{k(\alpha)\beta_0\}} \cdot e^{i\omega t} \quad (34)$$

とおく。これは底面境界条件 (6-a') を満たす。式 (34) を基礎式 (5') に代入すると次式となる。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \alpha^2} + k^2(\alpha) \cdot \Phi = 0 \quad (35)$$

$k(\alpha)$ は, 表面境界条件式 (15) より次の関係式を満たす。

$$\omega^2 = g \cdot s(\alpha) \cdot k(\alpha) \cdot \tanh \{k(\alpha)\beta_0\} \quad (36)$$

式 (34) を表面境界条件式 (14) に代入すると,

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{\beta=0} &= i\omega \cdot F(\alpha) \cdot e^{i\omega t} = -g \cdot r(\alpha, t) \\ &= -g \cdot \hat{r}(\alpha) \cdot e^{i(\omega t - \pi/2)} \end{aligned}$$

となり, これより次式を得る。

$$F(\alpha) = \frac{g}{\omega} \cdot \hat{r}(\alpha) \quad (37)$$

そこで, 式 (35) を t で偏微分して, $\beta = 0$ とすれば

$$\frac{d^2}{d\alpha^2} \hat{r}(\alpha) + k^2(\alpha) \cdot \hat{r}(\alpha) = 0 \quad (38)$$

となる。ただし,

図-3 で表わされる地形に対する scale factor s は,

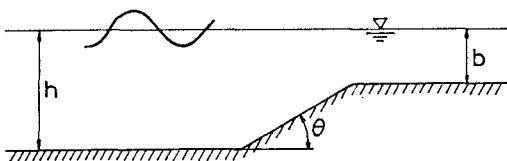


図-3

$$s(\alpha) = \left| \frac{d\zeta}{dz} \right| = \frac{\pi}{2h} \cdot e^{\theta l / \pi} \cdot [\cosh l - \tanh \alpha \cdot \sinh l]^{-\theta / \pi} \quad (39)$$

ここに,

$$l = \frac{\pi}{2\theta} \cdot \log \left(\frac{h}{b} \right) \quad (40)$$

となる (今井⁹⁾). ただし, ここでは $\beta_0 = \pi/2$ としている。式 (39) を式 (36) に代入することにより, $k(\alpha)$ が具体的に算定できる。

方程式 (38) で表わされる波動場に関する反射率 $|r|$ は, 不変埋め込み法より導かれる次のリッカチの方程式から算定される (Bellman & Kalaba⁷⁾, 日野⁸⁾).

$$\frac{d}{d\alpha} r(\alpha) = -2ik(\alpha) \cdot r(\alpha) - \frac{k'(\alpha)}{2k(\alpha)} \cdot \{1 - r^2(\alpha)\} \quad (41)$$

ここで求めようとしている反射率は, 図-3 で波が左側から入射するときの $\alpha = -\infty$ での反射率である。そこで, 独立変数 α を

$$\xi = \tanh \alpha \quad (42)$$

と変換することによって, 領域を $[-1 \leq \xi \leq 1]$ に変換することにする。そうすると, 式 (41) は虚数部と実数部についてのおの次の様に書ける。

$$\begin{cases} \frac{d}{d\xi} R_r(\xi) = \frac{2k(\xi)}{1-\xi^2} \cdot R_i(\xi) + \frac{k'(\xi)}{2k(\xi)} \cdot \{1 - R_r^2(\xi) + R_i^2(\xi)\} \\ \frac{d}{d\xi} R_i(\xi) = -\frac{2k(\xi)}{1-\xi^2} \cdot R_r(\xi) - \frac{k'(\xi)}{k(\xi)} \cdot R_r(\xi) \cdot R_i(\xi) \end{cases} \quad (43)$$

ここに,

$$r(\xi) = R_r(\xi) + i \cdot R_i(\xi) \quad (44)$$

$$\begin{aligned} k'(\xi) &= -\frac{\omega^2}{g \cdot s^2(\xi)} \cdot \frac{d}{d\xi} s(\xi) \cdot \left[\frac{\omega^2}{g \cdot s(\xi)} \cdot \frac{1}{k(\xi)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\pi}{2} \cdot k(\xi) - \frac{\pi \omega^4}{2g^2 \cdot s^2(\xi)} \cdot \frac{1}{k(\xi)} \right]^{-1} \quad (45) \end{aligned}$$

したがって, 式 (43) を初期条件

$$R_r = R_i = 0, \quad \text{at } \xi = 1 \quad (46)$$

のもとに積分し, $\xi = -1$ での R_r と R_i を求めれば, 反射率 $|r|$ は,

$$|r| = \sqrt{R_r^2 + R_i^2} \quad (47)$$

より求められる。数値積分の手法としては, ここでは, Runge-Kutta-Gill 法を用いた。

図-3 で, ステップの斜面勾配が $\theta = \pi/2$ という特別な場合には, 井島⁹⁾ によるポテンシャル接続法によっても計算が可能である。そこで, 本手法の妥当性を検討するために $\theta = \pi/2$ のときの計算値を井島の方法による計算値と比較してみた。図-4 がその結果である。これを見ると $\omega^2 h / g = 0.5$ の場合には, 両者はほとんど一致している。しかし, $\omega^2 h / g = 2.0$ のときには若干差が現われている。これは, 実は式 (34) の速度ポテンシャルの仮定自体に起因している。すなわち, 式 (34) 中の $F(\alpha)$ は表面条件を満たすように決められたが, 本来は, さら

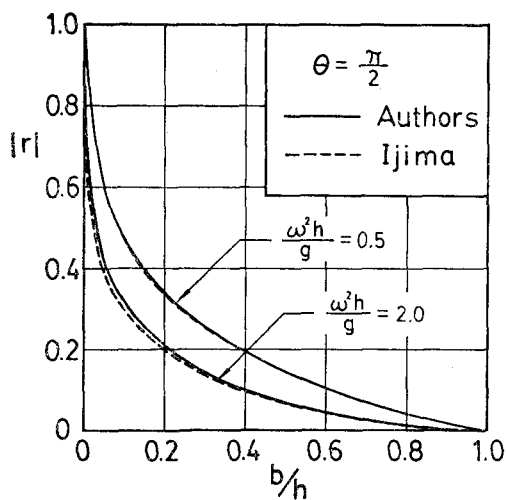


図-4

に任意の β に関して式 (35) が満足されるように $F(\alpha)$ が決められねばならない。従って、そのためには F は α のみでなく β にも依存して、 $F(\alpha, \beta)$ のように表わされる必要がある。しかし、実際の計算結果を見ると、深海波領域に近い $\omega^2 h/g = 2.0$ の場合でも、図-4 に示されるように井島の方法による解との差は小さく、上述の F に関する β 依存性の影響は、少なくとも反射率の計算に対しては小さいようである。

図-5 (a), (b) は、ステップの斜面勾配 θ の効果を見たものである。図中 $\theta = \pi/4$ に対する曲線が一部分欠けているが、これは数値積分の過程で数値的な不安定が生

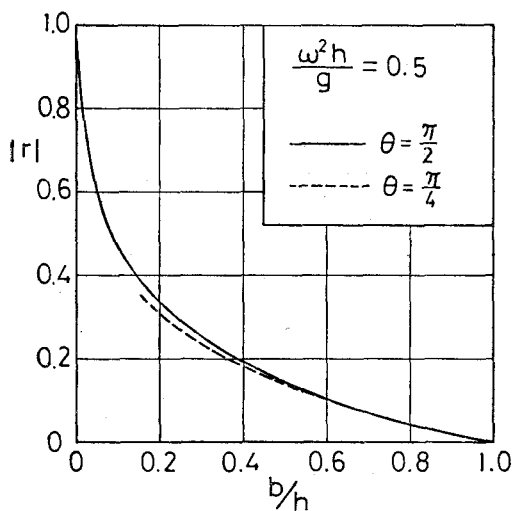


図-5 (a)

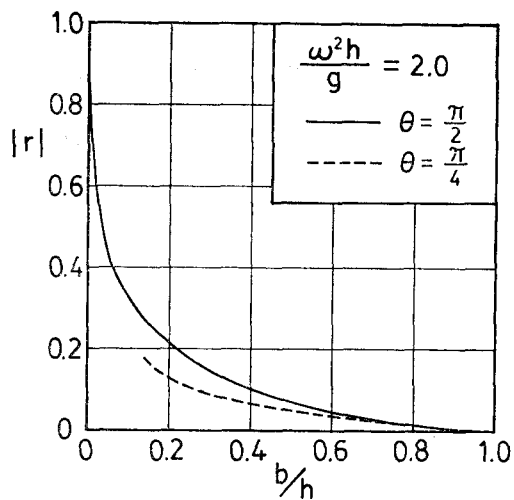


図-5 (b)

じたことによる。これらの図を見ると、斜面勾配が小さくなるといずれも反射率が小さくなることがわかるが、 $\omega^2 h/g = 2.0$ の場合のほうが 0.5 の場合よりもその減少量が大きくなっている。これは、水深を一定とすると、 $\omega^2 h/g$ が大きくなるほど、波長に対する斜面の水平長がの比が大きくなるためと考えられる。

参考文献

- 1) 滝川 清・田淵幹修：有限要素法による波動解析について (第1報), 第25回海岸工学講演会論文集, pp. 28~32, 1978.
- 2) 日野幹雄・宮永洋一：仮想法による波力と波の回折の計算, 第22回海岸工学講演会論文集, pp. 109~114, 1975.
- 3) 井島武士・永田修一：グリーンの公式による非定常有限振幅波の数値解析, 第26回海岸工学講演会論文集, pp. 80~83, 1979.
- 4) 清川哲志・小林 浩：急勾配任意断面斜面による波の反射の厳密解の構成法とその応用, 第28回海岸工学講演会論文集, pp. 362~366, 1981.
- 5) Chenin-Mordojovich, M. I. and S. Schwartz: Generation of an orthogonal curvilinear computational grid for a finite difference method, Symposium International sur la modélisation fine des écoulements, AIRH, Paris, Septembre, 1982.
- 6) 今井 功：等角写像とその応用, 岩波書店, pp. 222~224, 1979.
- 7) Bellman, R. and R. Kalaba: Functional equations, wave propagation and invariant imbedding, J. Math. Mech., Vol. 8, No. 5, pp. 683~704, 1959.
- 8) 日野幹雄：境界値問題の解法, 朝倉書店, pp. 167~173, 1981.
- 9) 井島武士：最近の波浪理論における境界値問題の解法とその応用, 水工学に関する夏期研修会講義集Bコース, B-1, 1971.