

包絡波形を用いた不規則波の反射率の算定法

木村 晃*・柴田 貴昭**・瀬山 明***

1. はじめに

不規則波の反射実験における入・反射波の分離法は、鹿島¹⁾あるいは Thornton²⁾、合田³⁾の手法が一般的に用いられている。これらの研究は、基本的には入・反射波のエネルギーあるいは振幅を算定する方法を示したものである。以後いくつかの方法が提案されてはいるが基本的には同じ概念にもとづくものである⁴⁾。これらの研究により反射率が成分波ごとに決まるタイプの構造物の場合にはほぼ正確に入・反射波を分離することが可能となっている。しかし多くの場合構造物からの反射は前面における1波 (zero-up-cross 波の1波) ごとの特性により変化する非線型な現象である。例えば、ブロック等で被覆された堤体に波を作用させた場合、波形勾配の大きな波は砕波等でエネルギーを失い反射率は小さくなるが、逆に波形勾配の小さな波はほとんど変形することなく1に近い反射率を示す。このように、1波ごとに反射特性が異なる波の解析に従来の手法を適用すると、局所的な非線型性は平滑化されてしまうことになる。さらに従来の方法では、規則波を用いた実験では普通に行われている波形勾配等、波の特性と構造物の諸元との関連における反射特性の検討ができない。この研究は、こうした従来の手法における欠点を改良し、構造物により1波ごとに異なる変形作用を受けた不規則波の入・反射波の分離法を示したものである。

2. 入・反射波の分離

図-1 に示すように二次元水槽の一端に構造物が設置された場合について考える。波高計は、構造物より D だけ離れた点に ΔL の間隔で2本設置する。この構造物からの反射特性は前面における入射波の波形勾配等により

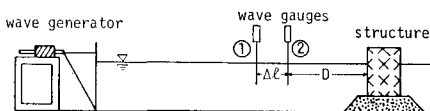


図-1 波高計の配置

1波ごとに異なるタイプのものとする。この構造物に作用した不規則波は反射の際、その成分波の振幅、位相等の連続性をほぼ zero-up-cross 波の1波を単位として分断、変形され逆向に送り出される。従って、反射波において成分波の概念はほぼ zero-up-cross 波の1周期程度の間でしか成立していないと考えたほうがよい。前述したように、従来の方法ではこの不連続性は平滑化されてしまう。従って、この研究では不規則波の解析に用いるフーリエ変換の本来的な定義を損うことなく、現象の局所的な物理特性を検出するため次式の data window を用いて解析を行う。

$$\gamma(u) = \sqrt{\frac{2}{T'}} \exp[-\pi(t-u)^2/T'^2] \cdots (1)$$

上式は、 $t=u$ の付近だけで値を持ち、 $t=u \pm T'/2$ の外側では急激に値の小さくなるガウス型の window である。図-1 の2本の波高計 ① ($x=x_1$) および ② ($x=x_2$) で記録した水面変動 $\eta_1(t)$ および $\eta_2(t)$ において

$$A_{jn}(u) + iB_{jn}(u) = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \eta_j(t) \gamma(u) \exp(-i2\pi f_n t) dt \cdots (2)$$

ただし、 $f_n = n/T$ 、($n=1, 2, \dots$)、 $T \gg T'$ および $i = \sqrt{-1}$ とすれば、 A_{jn} 、 B_{jn} ($j=1, 2$) は $t=u$ の近傍の入・反射波の重なり合った状態における波高計 j での振幅スペクトルの実部および虚部である。合田³⁾によれば各成分波における入・反射波の振幅 a_{In} 、 a_{Rn} および位相角 ϕ_{In} 、 ϕ_{Rn} は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} a_{In}(u) &= \frac{1}{2|\sin k_n \Delta L|} \\ &\quad \times \{ [A_{2n}(u) - A_{1n}(u) \cos k_n \Delta L \\ &\quad - B_{1n}(u) \sin k_n \Delta L]^2 + [B_{2n}(u) \\ &\quad + A_{1n}(u) \sin k_n \Delta L \\ &\quad - B_{1n}(u) \cos k_n \Delta L]^2 \}^{1/2} \\ a_{Rn}(u) &= \frac{1}{2|\sin k_n \Delta L|} \\ &\quad \times \{ [A_{2n}(u) - A_{1n}(u) \cos k_n \Delta L \\ &\quad + B_{1n}(u) \sin k_n \Delta L]^2 + [B_{2n}(u) \\ &\quad - A_{1n}(u) \sin k_n \Delta L \\ &\quad - B_{1n}(u) \cos k_n \Delta L]^2 \}^{1/2} \end{aligned} \right\} \cdots (3)$$

* 正 会 員 工 博 鳥取大学助教授 工学部海洋土木工学科

** 学生会員 鳥取大学大学院 工学研究科

*** 正 会 員 工 博 鳥取大学教授 工学部海洋土木工学科

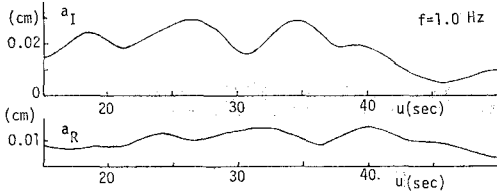


図-2 入・反射波の振幅の変化

$$\left. \begin{aligned} \phi_{I n}(u) &= \tan^{-1} \left[\frac{-A_{2n}(u) + A_{1n}(u) \cos k_n \Delta l}{B_{2n}(u) + A_{1n}(u) \sin k_n \Delta l} \right. \\ &\quad \left. + \frac{B_{1n}(u) \sin k_n \Delta l}{-B_{1n}(u) \cos k_n \Delta l} \right] - k_n x_1 \\ \phi_{R n}(u) &= \tan^{-1} \left[\frac{-A_{2n}(u) + A_{1n}(u) \cos k_n \Delta l}{-B_{2n}(u) + A_{1n}(u) \sin k_n \Delta l} \right. \\ &\quad \left. - \frac{B_{1n}(u) \sin k_n \Delta l}{+B_{1n}(u) \cos k_n \Delta l} \right] - k_n x_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、周波数 f_n と波数 k_n との間には次式が成立する。

$$(2\pi f_n)^2 = g k_n \tanh k_n h \dots\dots\dots (5)$$

図-2 は、数値シミュレーションによる不規則波の入・反射波を式(1)~(5)により解析した結果の一例である。入射波のスペクトルは次式で与えられる比較的 narrow band のものを用いた。

$$S(f) = 2^{1/4} \exp[-\pi(f-f_p)^2 \tau^2] \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 f_p はスペクトルのピーク周波数であり、ここでは $f_p = 1.0 \text{ Hz}$ 、 $\tau = 5.0 \text{ sec}$ とし、 $f = 0.84 \text{ Hz}$ から 1.16 Hz までの周波数帯の 100 個の成分波を重ね合わせて波形を計算した。また、構造物の反射率は周波数に関係なく 0.5 とし、反射にともなう成分波の位相のずれはないものとした。水深 h は 10 cm とし、 Δl は卓越成分波の波長の $1/4$ (23 cm)、 $D = 2 \text{ m}$ とした。解析にあたり式(1)の T' は 5.0 sec とした。

上図は、 $f = 1.0 \text{ Hz}$ の成分波の入射波の振幅 $a_{I n}(u)$ 、下図は反射波の振幅 $a_{R n}(u)$ である。図から、 $a_{I n}$ 、 $a_{R n}$ ともゆるやかに変動していることがわかる。反射率を一定としているため、従来の解析方法を用いると成分波の振幅は時間に関係なく一つ求まる。図-2 の変動は data window を用いることによる周波数分解能の低下に起因するものであり、leakage により単一の成分波のみでなく、近傍の周波数成分も併せて検出しているためである。leakage により広がるスペクトルの band 幅 F と式(1)の T' の間には次式の関係が成立する³⁾。

$$FT' \simeq 2 \dots\dots\dots (7)$$

従って、 T' を大きく取れば F が相対的に小さくなり、分解能の高い従来と同じ結果が得られる。結局図中の $a_{I n}$ 、 $a_{R n}$ の変動は f_n を中心とする幅 F の周波数帯に含まれる成分波の合成された波形の振幅の変化によるものである。ただ図からもわかるように、 $a_{I n}$ 、 $a_{R n}$ は無関係に変化しているわけではなく、 $a_{I n}$ において見られる変動がわずかに遅れて $a_{R n}$ で繰り返している。事実 5.5 sec だけ $a_{R n}$ を左にずらせて $a_{R n}/a_{I n}$ を計算するとすべての点で 0.5 に近い値が得られた。 $a_{R n}$ における 5.5 sec の遅れは $f = 1.0 \text{ Hz}$ の波が $D + \Delta l$ の間 2.23 m を群速度で往復するのに要する時間である。このように、leakage による振幅の変動は逆に入射波と反射波の対応をわかり易くする大きな利点となっており、反射率そのものも従来の方法と同様正確に計算することが可能である。

3. 包絡線法による反射率の算定法

前節では、data window を用いた入・反射波の分離法について説明した。次に、ここでは不規則波のほぼ 1 波ごとの反射率の算定法について説明する。

いま、入・反射波の振幅、位相角が式(3)、(4)で与えられると、その波形 $\eta_I(u)$ および包絡線 $E_I(u)$ は次式で定義される。

$$\eta_I(u) = \sum_{n=1}^{\infty} a_{I n}(u) \cos[k_n x - 2\pi f_n u + \phi_{I n}(u)] \dots\dots\dots (8)$$

$$E_I(u) = (\eta_{I c}^2(u) + \eta_{I s}^2(u))^{1/2} \dots\dots\dots (9)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \eta_{I c}(u) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_{I n}(u) \cos[k_n x - 2\pi(f_n - f_p)u + \phi_{I n}(u)] \\ \eta_{I s}(u) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_{I n}(u) \sin[k_n x - 2\pi(f_n - f_p)u + \phi_{I n}(u)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

である。反射波に対する波形 $\eta_R(u)$ も全く同様に定義さ

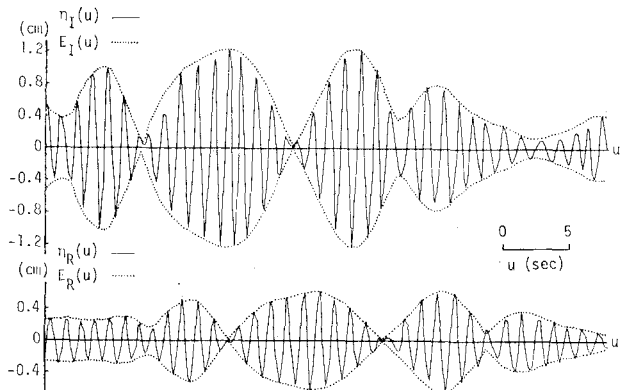


図-3 包絡波形

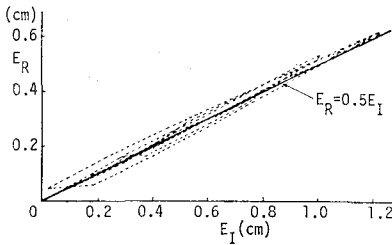


図-4 E_R と E_I の関係

れる。ここで注意を要するのは、 a_{In} 、 ϕ_{In} とも時間的に変化する点であり、反射波においても同様である。

図-3は、図-2の解析に用いた不規則波のシミュレーション波形で、上図は入射波、下図は反射波の波形である。図-2は、図-3に示した上・下図の波形を重ね合わせたものを解析して得た結果の一例を示したものである。上図の点線は a_{In} 、 ϕ_{In} を式 (9)、(10) に代入して計算した包絡波形であり、下図の点線も同様にして計算した包絡線である。図からわかるように、点線は入・反射波ともほぼ正確にもとの波形を包絡していることがわかる。ここでは、示さなかったが、式 (8) に a_{In} 、 ϕ_{In} を代入して計算した波形も図に示す元の波形を非常に精度良く再現する。

図-4は横軸に入射波の包絡線 $E_I(u)$ 、縦軸に前述した伝播に伴う波群の遅れ時間 5.5 sec だけ時間をずらせた反射波の包絡線 $E_R(u-5.5)$ を取ってプロットした一種のリサージュ図である。図中の実線は $E_R=0.5E_I$ とした理論式である。図からリサージュ図形は値の小さい部分で幾分差が見られるものの、ほぼ正確に 0.5 の反射率を示していることがわかる。

図-3からわかるように、包絡線は入・反射波とも η_I あるいは η_R の極大ならびに極小値とほぼ一致している。包絡線は定義より上下対称であるから、包絡線を2倍したものが同じ時刻の波高にほぼ等しい。すなわち、時刻 u の入、反射波の波高をそれぞれ $H_I(u)$ 、 $H_R(u)$ とすると近似的に次式が成立する。

$$H_I(u) \simeq 2E_I(u), \quad H_R(u) \simeq 2E_R(u) \quad \dots\dots\dots (11)$$

また、同じ波の zero-up-cross 周期の期待値を式 (3) の振幅スペクトルを用いて計算することも可能であるが⁶⁾、この方法により計算した周期は波形から計算した値より2割程度小さいことが報告されている⁷⁾ので、ここでは、振幅スペクトルにおけるピーク周波数 $f_p(u)$ の逆数 $1/f_p(u)$ が同じ時刻の zero-up-cross 波の周期とほぼ等しいとして解析に用いた。また、zero-up-cross 波の周期とその波長の間にはほぼ線型の分散関係式が成立すること⁸⁾から、時刻 u における入射波の波形勾配は次式で与えられる。

$$H_I/L_I|_{t=u} \simeq 2E_I(u)/L_I[f_p(u)] \quad \dots\dots\dots (12)$$

ただし、 $L_I[f_p(u)]$ は周期が $1/f_p(u)$ で与えられる波の波長で、

$$L_I[f_p(u)] = \frac{g}{2\pi f_p^2(u)} \tanh \frac{2\pi h}{L_I[f_p(u)]} \quad \dots\dots\dots (13)$$

で与えられる。また、反射率は、

$$r(u) = 2E_R\{u-2(D+\Delta)/C_0[f_p(u)]\} / 2E_I(u) \quad \dots\dots\dots (14)$$

で与えられる。ここに $E_R\{\}$ 中の $C_0[f_p(u)]$ は周期が $1/f_p(u)$ の波の群速度である。反射率は、同時刻の E_R 、 E_I からでなく、 E_R は構造物と波高計の間を群速度で往復するに要する時間だけ時間をずらせたものを用いるわけである。式からもわかるように、ここでは、反射率の計算にあたり、規則波のように分離した入・反射波の波高比を計算するわけではなく、波高の最大(小)点が包絡線とほぼ一致することを利用して式 (11) で波高を定義しているわけである。同じ波の入射前と反射後の波高を比較することも可能であるが、一般に波速と群速度に差があるため伝播にともない波高が変化し、反射率の計算結果に誤差を生ずる。ところが図-3に見られるように、包絡線の伝播に伴う変形は個々の波の変形に比してゆるやか⁹⁾であるので、 D が大きくない限りその変形はほぼ無視し得る。ただ、zero-up-cross 法を念頭に置いて考察しているにもかかわらず、波形勾配・反射率が連続的に変化するという不自然さは残るが、次節のように包絡波形のピークの位置で評価すれば問題ない。

4. Wide band スペクトルに対する波高計の配置

3では、narrow band スペクトルの不規則波を用いて検討を行った。ここでは、Pierson-Moskowitz 型スペクトルを持つ不規則波を用いて検討を行う。その際問題となるのは、波高計間隔と入・反射波の分離精度の関係である。つまり式 (3) において、分母の $\sin k_n \Delta l$ が0に近づく $k_n \Delta l = n\pi$ 、($n=1, 2, \dots$) となる周波数帯では入・反射波の分離精度が極端に低下する。合田ら⁹⁾は分離精度が信頼できる有効周波数範囲として $0.1\pi \leq k_n \Delta l \leq 0.9\pi$ となるように Δl を調整することを推奨しているが、精度の点から有効周波数の上下限をもう少し狭くすることが望ましい。しかしこうすると、スペクトル幅が広い場合解析できない周波数帯が出て来る。そこで、ここでは間隔を変えた何本かの波高計を組み合わせる水面変動を同時に測定し、解析にあたっては分解精度の高くなる波高計の組み合わせで測定したデータを用いることにした。例えば、周波数 $f_a \sim f_u$ の間で有効周波数帯が常に $0.3\pi \leq k_n \Delta l \leq 0.7\pi$ となるように波高計間隔を決める手順を示すと次のようである。すなわち、まず

$$\Delta l_1 = \frac{0.3}{2} L(f_a) \quad \dots\dots\dots (15)$$

から Δl_1 を決める. ここに $L(f_a)$ は周波数 f_a の成分波の波長である. さらに,

$$\Delta l_1 = \frac{0.7}{2} L(f_1) \quad (16)$$

となる周波数 f_1 を決める. つまり Δl_1 の間隔で設置された2本の波高計の記録を $f_a \sim f_1$ の間の成分波の解析に用いることになる. 次に式(16)の f_1 を次式に代入し次の波高計間隔を決める.

$$\Delta l_2 = \frac{0.3}{2} L(f_i) \quad (17)$$

以下同様にして f_i ($i=2, 3, \dots$) が f_u を越えるまで繰り返す. 一例として水深 30 cm で入射波としてピーク周波数 1.0 Hz の Pierson-Moskowitz 型スペクトルを用いる場合, スペクトルの主要部を占める 0.5 Hz ~ 3.5 Hz の間ですべて $0.3\pi \leq k_n \Delta l \leq 0.7\pi$ となるように, 波高計の組み合わせを使い分けるには4組の波高計を表-1の間隔で設置すればよい. 4組の波高計の配置例として図-5(a)の配置が考えられる

表-1 波高計間隔と解析できる周波数帯

f (Hz)	0.50~0.99	0.99~1.61	1.61~2.47	2.47~3.50
Δl (cm)	48.8	20.9	9.0	3.8

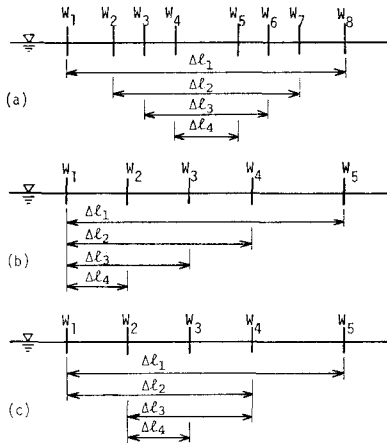


図-5 波高計の配置

が, この場合計8台の波高計が必要となる. 何台かの波高計を共通に利用することにより波高計の数を減らすことが可能である. 例えば (b) あるいは (c) のように配置すると5台の波高計で済むが, 数値シミュレーションによる検討の結果では (c) のようにできるだけ中点を共有するような配置のほうが分解精度が良好であった.

図-6 は波高計を表-1の間隔, 図-5(c)の形式で配置し, 入・反射波の分離を行った結果の一例を示したもので, 入射波のスペクトルは前述した Pierson-Moskowitz スペクトルである. ただし, 図中の実線はシミュレートした波形であり, 前と同様反射率は周波数に関係な

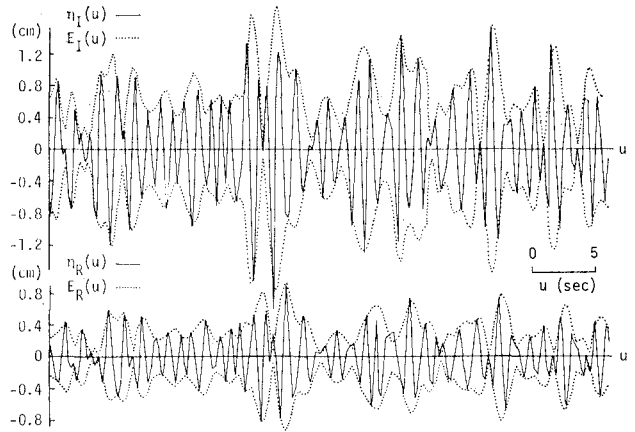


図-6 包絡波形

く 0.5 とし, 反射による位相のずれはないものとした. 図中の点線は上・下図の波形を一度加え合わせ, 分解して得た波形に対する包絡線である. 図から点線は元の波形の頂点をほぼ包絡していることがわかる. ただ, 中央部で点線が実線よりもかなり大きくなっている部分があるが, これは元の波形において大きな負のピークがあるため, 包絡線の上下対称性によるものである. ただ, 実線のピークと点線の対応が図-3に比して悪いのはスペクトル幅が広くなり, 波高の凹凸が大きくなったため, 式(2)で data window を用いない従来の方法による解析でもほぼ同じ結果が得られる. 図からもわかるように wide band スペクトルでも波形は波高・周期のよく似た2~数波の波群が連なっていてできており, 波群ごとに一つの包絡波のピークと対応している. 入・反射波の波形の間にはかなり相違があるが, 包絡波形相互の対応は比較的良好であり, 反射波における包絡波形の出現時間の遅れは, 非定常スペクトル (a_{In}, a_{Rn}) のピーク周波数の成分波が構造物との間を群速度で往復するのに要する時間とほぼ正確に一致する. 反射率を図-4と同じように解析すると特に包絡波形の裾の部分で若干誤差が大きくなる. これは, この部分が群速度の異なる波群の接点の部分であり, 値が小さいので割算の結果に大きな影響を与えるためである. 従って, 包絡線のピークで評価すれば, この影響を小さくすることができる. 図-7 は E_I の極大点と所定の時間だけずらせた E_R の値との関

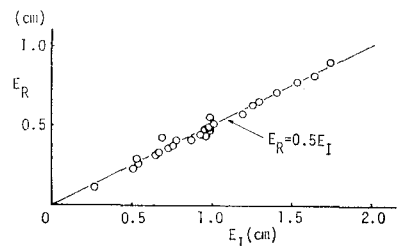
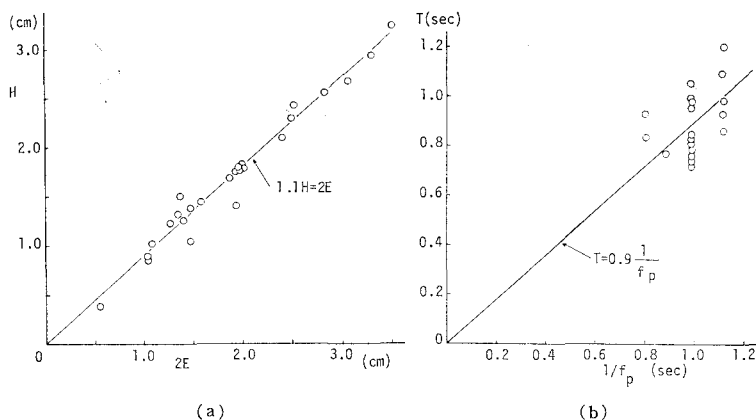


図-7 包絡波形のピーク値の関係

図—8 $H \sim 2E$ および $T \sim 1/f_p$ の関係

係をプロットしたものである。図から値の小さな部分で若干のばらつきはあるものの、ほぼ $E_R = 0.5E_I$ 上にデータが並んでいることがわかる。従って反射率の計算は E_I のピークの位置で式 (14) を用いて計算すると良い。また、波高・周期の定義は 3 で説明した方法によればよい。ただし、wide band スペクトルの場合、包絡波形の変動が narrow band スペクトルに比して大きいので、波高を式 (11) で定義すると zero-up-cross 法により定義した値より若干大きくなる傾向がある。図—8 は包絡線のピークの位置で zero-up-cross 法により定義した入・反射波の波高・周期と式 (11) による値とを比較したものである。図からわかるように、ここで示した定義では波高・周期ともいく分小さ目の値を与えるようである。図中の実線は (a) $1.1H = 2E$, (b) $T = 0.9/f_p$ なる補正式であり、若干のばらつきはあるもののこの程度の補正を行うことによりゼロアップ波の波高・周期に変換することができる。他のケースでも Pierson-Moskowitz スペクトル程度の wide band スペクトルでは上に示した程度の補正で十分であった。ただし式 (14) の C_g は $f_p(u)$ のまま計算に用いたほうがよい。

5. おわりに

この研究は、不規則波の反射、特に波形勾配等により異なる反射特性を示す構造物前面における入・反射波の分離法について検討したもので、伝播に伴う不規則波の包絡線の変形が水面変動そのものの変形に比して緩やかであることを利用して data window を用いた非定常スペクトルの手法と併せて、新たな反射率算定法を示したものである。この方法により、反射率を精度良く算定

するためには伝播に伴う包絡波形の変化が小さいことが必須条件であり、波高計群は可能な限り構造物の近くに設置する必要がある⁵⁾。

また data widow の長さ T' に関して、本来は卓越成分波の 1 周期程度の値を取ることが望ましいが、図—6 からもわかるように、wide band スペクトルでも不規則波は 2~数波の特性のよく似た波群より成っており、あまり厳密に 1 波の長さにこだわる必要はない。 T' としては波群の平均的長さ (2~数周期) 程度の値を取れば良いようである。逆にあまり小さくすると包絡波形の変動が大きくなり反射率の計算精度が低下する。

参 考 文 献

- 1) 鹿島達一: 不規則波の入射および反射エネルギースペクトルの測定法について, 第 15 回海岸工学講演会講演集, pp. 91~96, 1968.
- 2) Thornton, E. B. and R. J. Calhoun: Spectral resolution of breakwater reflected waves, Proc. ASCE, Vol. 98, WW4, pp. 443~460, 1972.
- 3) 合田良実・鈴木康正・岸良安治・菊地 治: 不規則波実験における入・反射波の分離推定法, 港湾技研資料, No. 248, 24p., 1976.
- 4) たとえば Mansard, E. P. D. and E. R. Funke: The measurement of incident and reflected spectra using a least squares method, Proc. 17th ICCE, pp. 154~172, 1980.
- 5) 木村 晃・保木本秀行・瀬山 明: 波群の伝播について, 鳥取大学工学部研究報告第 14 巻第 1 号, 1983 (印刷中).
- 6) Rice, S. O.: 雑音理論 (宮脇一男・他 訳), 電気書院, 206 p., 1955.
- 7) 合田良実・永井康平: 波浪の統計的性質に関する調査・解析, 港湾技術研究所報告, 第 13 巻, 第 1 号, pp. 3~37, 1974.
- 8) 岩垣雄一・木村 晃: 波別解析法に基づく不規則波浪の波長・波速に関する研究, 第 23 回海岸工学講演会論文集, pp. 406~409, 1976.