

潮汐振動流中の反流による物質分散

安 田 秀 一*

1. ま え が き

内湾の物質輸送現象を、流れのシア効果である分散現象として取り扱うことが多いが、特に瀬戸内海のように潮汐振動流の卓越した閉鎖的な海域では、振動流による分散はかなり効果的な物質輸送の要因であると考えられる。振動流中の物質分散については、これまでは単純化した流速分布のもとで解析され、拡散代表時間が潮汐周期よりもある程度長い時には振動流による分散はほとんど無視できると言われてきたが^{1),2)} 著者はすでに解析解で得られる振動流、つまり境界層を形成する振動流による分散効果を Initial Stage を含めて解析的に解法し、そのメカニズムの詳細な検討から、振動流による物質分散も物質輸送の重要な要因でありうることを明らかにした³⁾。またその中では振動流中の境界層内の位相の進みがかなりの分散効果を生み出すことも述べたが、この位相のずれは地形の形状によって大きくなり、時には主流と逆の流れが生じて反流を形成することもめずらしくない^{4),5)}。瀬戸内海各地でも、陸岸近くで沖合の流れとは逆に流れる“わい潮”が存在することが地元の漁業者らを通して知られている。本研究では先に明かした「振動流中の境界層による物質分散」をさらに押し進めて、振動流が生み出しうる大きな分散効果として、潮汐流中の反流による物質分散を解析した。ところで振動流中の境界層近辺の反流の実体やその機構については、明かにすべき多くのものを残しているが、本研究ではその実体については堀川ら⁶⁾の実験結果を参考にして展開した。

2. 拡散方程式の展開

潮流は x 軸に沿って流れているとして、その垂直方向に z 軸をおき、 $x-z$ の二次元平面の物質分散を考察の対象とする。また拡散物質 $S(x, z, t)$ は次のような式に従って拡散するものとする。

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u(z, t) \frac{\partial S}{\partial x} = k_x \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

潮流 $u(z, t)$ は $0 \leq z \leq H$ の中を流れ、 x 方向には無限の領域を想定する。 $S(x, z, t)$ についての境界条件は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial z} &= 0; \quad z=0 \text{ (固定壁)}, \quad z=H \text{ (水面)} \\ S &= 0; \quad x \rightarrow \pm\infty \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

で初期条件は次のような瞬間線源とする。

$$S(x, z, 0) = \frac{S_0}{H} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$u(z, t)$ が x 方向に変化しないという仮定から、Aris のモーメント法⁷⁾によって濃度分布を解析することができる。各 z, t における物質濃度の p 次のモーメントは

$$M_p(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} x^p S(x, z, t) dx \quad \dots\dots\dots (4)$$

で定義でき、それを支配する方程式は式 (1), (2) より次のように導かれる。

$$\frac{\partial M_p}{\partial t} - k_z \frac{\partial^2 M_p}{\partial z^2} = p u M_{p-1} + p(p-1) k_x M_{p-2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

これより原理的には 0 次のモーメントから随次解法することができ、濃度分布の情報を得ることができる。物質の拡がりの程度を示す統計的分散値 $\sigma x^2(z, t)$ は

$$\begin{aligned} \sigma x^2(z, t) &= \frac{1}{M_0} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_1)^2 S(x, z, t) dx \\ &= \mu_2(z, t) - \mu_1(z, t)^2 \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

のように導かれる。但し $\mu_2(z, t) = M_2(z, t)/M_0$, $\mu_1(z, t) = M_1(z, t)/M_0$ 。従来分散係数は横断面等で平均したものとして論じられてきたが、ここでは式 (1) によって各 z, t におけるシア効果としての分散係数を定義する。

$$D(z, t) = \frac{1}{2} \frac{d \sigma x^2(z, t)}{dt} \quad \dots\dots\dots (7)$$

また式 (5), (6) を考慮することによって、式 (7) は

$$D(z, t) = \frac{k_z}{2} \left(\frac{\partial^2 \mu_2}{\partial z^2} - 2 \mu_1 \frac{\partial^2 \mu_1}{\partial z^2} \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

のように導ける。

当解析においては $M_0 = S_0/H$ となり、1 次と 2 次のモーメントについては次のようになる⁸⁾。

$$\begin{aligned} M_1(z, t) &= \frac{S_0}{H} \frac{1}{H} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m e^{-\lambda_m t} \cos \frac{m\pi}{H} z \\ &\quad \times \int_0^H \int_0^t u(\xi, \tau) e^{\lambda_m \tau} \cos \frac{m\pi}{H} \xi d\tau d\xi \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

$$M_2(z, t) = \frac{S_0}{H} \left[2k_z t + \frac{1}{H^2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n e^{-\lambda_n t} \cos \frac{n\pi}{H} x \right. \\ \left. \times \int_0^H \int_0^t 2u\mu_1 e^{\lambda_n \tau} \cos \frac{n\pi}{H} \xi d\tau d\xi \right] \quad \dots\dots\dots(10)$$

但し、 $\chi_m = k_z(m\pi/H)^2$ 、 $\varepsilon_m = \{1(m=0), 2(m \neq 0)\}$ 。 k_z による拡散効果はシア効果 (式 (10) の [] 内の第 2 項) とは独立に現れ、以後の展開においてはこれは無視する。

次に、ここで与えられる潮汐流の流速分布について述べる。実際には振動流中の反流とは主流 (ポテンシャル流) からの位相進みの程度と振幅で表されるもので、それを式 (9) や式 (10) の積分が可能のように定式化することは極めて困難と思われる。ここでは便宜的に反流域は位相が 180° 違うとして振幅を変えることによって反流の強さを表した。その定式化は次のとおりである。

$$u(z, t) = \begin{cases} 2u_b z \sin \omega t & (0 \leq z^* (=z/\delta) \leq \frac{1}{2}) \\ \left\{ \frac{2}{5}(U-u_b)z + \frac{1}{5}(6u_b-U) \right\} \sin \omega t & (\frac{1}{2} \leq z^* \leq 3) \\ U \sin \omega t & (z^* \leq 3) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(11)$$

u_b が反流の強さにかかわるもので、それを変えた時の振幅分布を 図-1 に表す。図中の a から g に従ってそれぞれ u_b/U の大きさが (U はポテンシャル流領域の振幅) -1 から 1 まで変化した時のものである。式 (11) は式 (9)、(10) に挿入して容易に積分することができる。その結果は複雑なので紙面の都合上ここでは省略する。

3. 解 曲 線

反流が極めて強く発達した場合 ($u_b/U = -0.8$ で 図-

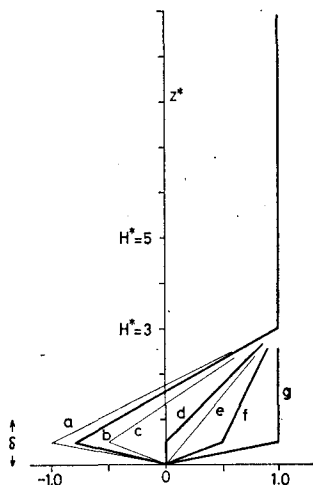


図-1 潮汐振動流の振幅分布

1 の b に相当) の統計的分散値の分布の時間変化を 図-2 に示す。(a) は $H^*(=H/\delta)=20$ 、 $C_r(=Tk_z/\pi\delta^2)=1$ 、(b) は $H^*=20$ 、 $C_r=10$ の場合である。後述するが $Tk_z/\pi\delta^2=10$ のとき分散係数は最大値をとる (但し、 T は潮汐の振動周期、 δ は 図-1 の中のとおりである。また図中の T_r は振動流中の分散の解析の中でよく使われる $(H^2/k_z)/T$ で $H^{*2}/(\pi C_r)$ のようにも表せる。これらの図によると拡散物質はまずシアの強い反流域とその近辺でのみ分散効果をうけ、時間の経過と共に拡散係数 k_z によってポテンシャル流領域でも分散効果が生じてくることになる。

分散係数は z 方向に平均して取扱われることが多いが、その元となる分散値は計算の単純化もあって、 z 方向平均濃度に基づいて $\bar{\mu}_2(t) - \bar{\mu}_1(t)^2$ から求めていた。但し - は z 方向平均を示す。シア拡散とも呼ばれる分散は、流れのシアとその横断方向の拡散に引き起されるものの流れ方向の物質の混合の程度を表現するものであるが、この式の中には物質粒子がシアによって引き伸ばされる量も含んでおり、これによって得られた分散値から分散係数を導くことは適切とは言いがたい。本研究においては鉛直平均分散値は各 z における分散値を平均する意味をもつ $\sigma_{x^2}(z, t) = \bar{\mu}_2(t) - \bar{\mu}_1(z, t)^2$ から求める。この 2 つの違いは時間が十分に経過して一次のモーメントのシアが小さい場合にはほとんど無視できるが、当解析で扱う Initial Stage においてはこの区別は明確にしておく必要がある。図-3 は 図-2 に対応する分散値の z 方向平均値を示す (●---●)。比較のために $\bar{\mu}_2 - \bar{\mu}_1^2$ で得られるものも記した (▲---▲)。図-4 は、やはり 図-2 に対応した分散値の 1 潮汐周期間の差より求めた分散係数で、●---● が z 方向平均値、×---× が $z=0$ (固定壁) における値である。これによると z 方向平均分散係数はきわめて速やかに、2 周期ぐらいいですでに定

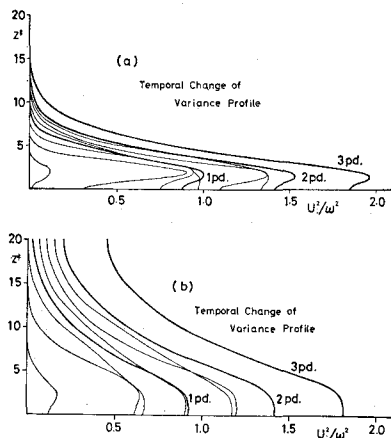


図-2 拡散物質濃度の統計的分散値の z 方向分布の時間変化。細線は 1/4 周期毎の分布を示す。 ($u_b/U = -0.8$, $H^*(=H/\delta)=20$, (a) $C_r = Tk_z/\pi\delta^2=1$, (b) $C_r=10$)

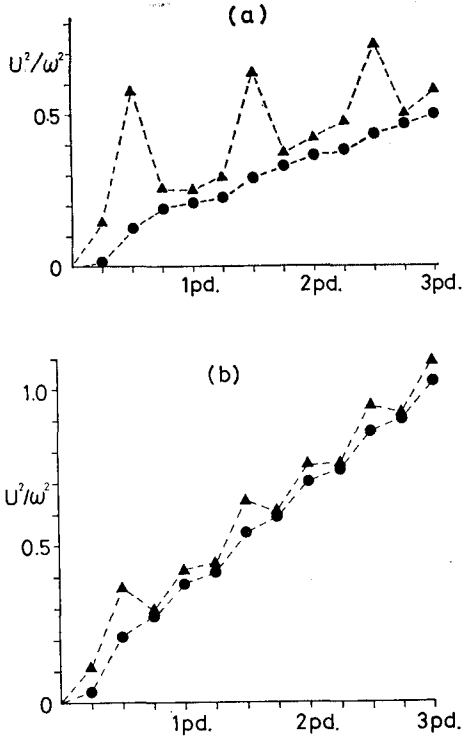


図-3 z 方向平均分散値の時間変化 (●—●; $\mu_2 - \mu_1^2$, ▲—▲; $\mu_2 - \mu_1^2$), 条件は 図-2 に同じ。

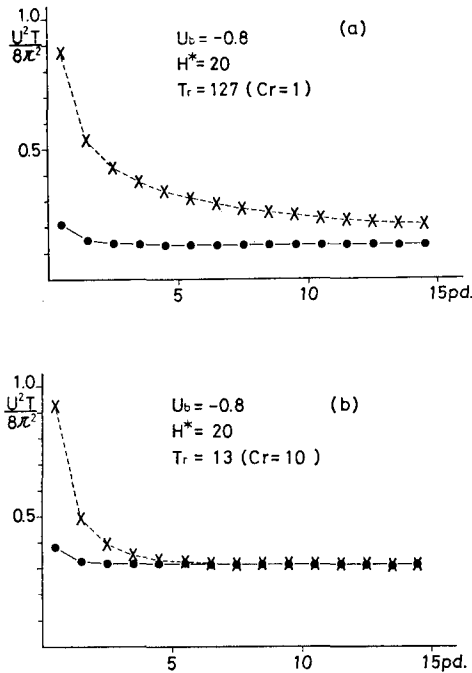


図-4 分散係数の時間変化 (●—●; z 方向平均値, ×—×; $z=0$ における値), 条件は 図-2 に同じ。

常値になっていることがわかる。しかしこの段階においては分散係数はほとんど反流域近辺のみで代表されており、 z 方向に様な分散係数が得られるのは (a) の場合で 60 周期頃、(b) の場合で 6~7 周期頃で、時間が拡散代表時間 (H^2/k_z) の半分ぐらい経過した時になるようである。ちなみに $U=50$ cm/sec, T を M_2 潮の潮汐周期とすると $U^2 T / 4\pi^2 \approx 2.8 \times 10^8$ cm²/sec となり、かなりの輸送能力を持つことがわかる。

次に反流の強さによる分散効果の違いを調べるために、図-1 の a から g までの各速度分布における分散係数の定常値を導いた。図-5 (a) が $Cr (=Tk_z/\pi\delta^2)=1$, (b) が $Cr=10$ の場合である。当然のことながら反流が強いほど分散係数は大きくなっている。f と g の場合は反流には見えないが、式 (11) で表されるものでここでは一応広義の反流と考える。また概して H^* が大きいほど分散係数は小さくなっているが、これは方向平均をとっているためで、物質の輸送能力ということから考えれば、これに H^* を乗じたものが適当で、それによると特に (a) の図では H^* による輸送能力の違いはほとんど

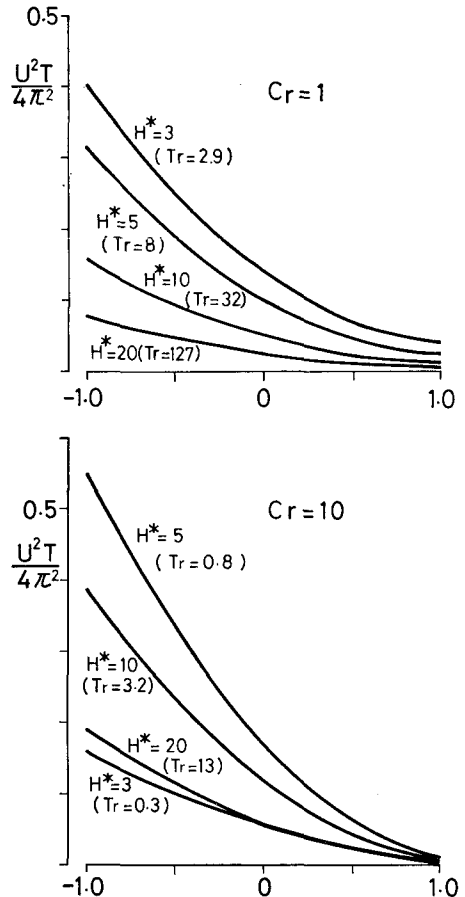


図-5 反流の強さと分散係数, (a) $Cr (=Tk_z/\pi\delta^2)=1$, (b) $Cr=10$

見られない。しかし (b) を見ると $H^*=5$ のほうが $H^*=3$ よりも大きくなっているのがわかる。拡散代表時間 (H^2/k_z) が潮汐周期に比べて短い時には分散係数は拡散代表時間に正比例 (拡散係数に反比例) する⁷⁾ ことが知られているが、 $H^*=5$ のほうが大きい理由は、主にそのことによるものと考えられる。

図-6 は各 H^* における拡散係数に対応する分散係数をグラフ化したもので、(a) から (d) にかけて順に u_b/U が $-0.8, 0, 0.5, 1$ の場合を表している。(d) の場合は逆流というよりも薄い境界層がある場合のものになっているが、それを除くと $C_r(=Tk_z/\pi\delta^2)$ に対する分散係数の関係はほぼ相似になっており、特に $H^*\geq 10$ においては C_r が 10 近辺で最大値をとっている。

振動流中の分散の特性は、従来されてきたように $T_r(=H^2/k_z/T)$ が非常に小さい時と大きい時に分けて

整理することが出来るが、実際の内湾等では $T_r < 1$ ということはほとんどありえない。分散とはある意味で主流による物質フラックスに対してどれだけのものがトラップされるかに相当し、 T_r がある程度大きい時には流速分布と C_r が決まれば H の値にかかわらず分散効果としての縦方向の物質輸送量はほとんど変化しない。従来の研究では流速分布による分散効果の違いはほとんどない等ことが言われているが、流速分布はどれだけのものが主流に対してトラップされるかに関係しており、場合によっては極めて重要な要素である。

当解析によって、境界層及びその近辺の流速分布、 H 、 k_z (または C_r) がわかれば分散係数を推定することが出来、最後に堀川らの実験⁴⁾ で当解析を検証する。

4. 実験資料への適用

堀川ら⁴⁾ は逆流が存在する潮流中での物質分散に関する実験を行ったが、当研究における解析を彼らの実験結果をあてはめてみる。その実験は、振動周期 215 秒、主流の振動 2.4 cm/sec で、幅方向に一樣に投入したパンチくずの半周期後および 1 周期後の統計的分散値を求めて、それぞれ 3 394 cm²、2 592 cm²、またこれから半周期平均分散係数、1 周期平均分散係数を 15.8 cm²/sec、6.0 cm²/sec のように得ている。彼らのモデル化した当実験の流速分布の概略は、側壁から 5 cm のところに逆流のピークがあり、その値は主流の -0.67 、シア領域は 25 cm までとし、 H は 80 cm となっている。尚ここで得られた分散値は、拡散物質がパンチくずであることから当解析における $\bar{\mu}_2 - \bar{\mu}_1$ の場合に相当するものと判断される。また拡散係数は振動流中の最大値として 3.5 cm²/sec を得ているが、解析への適用としては平均値に近い 2 cm²/sec を用いる。この実験のその他の各諸量は次のとおりである。 $H^*=80/(25/3)\div 10$ 、 $T_r=(80^2/2)/215\div 15$ 、 $C_r=215\times 2/\{(25/3)^2\pi\}\div 2$ 。図-6 (a) より $C_r=2$ で $H^*=10$ をみると分散係数は $0.2\times U^2T/4\pi^2$ で、これは $u_b/U=-0.8$ の場合であるので図-5 (b) より $u_b/U=-0.67$ の場合は 85% になることが読み取れる。このことから堀川らの実験で推定される分散係数の定常値は $0.2\times U^2T/4\pi^2\times 0.85\div 5.3$ (cm²/sec) となる。実験から得られた係数は 6.0 cm²/sec であるが、これは初期の 1 周期であることと、分散値を $\bar{\mu}_2 - \bar{\mu}_1$ より求めたことに対応することを考えれば妥当な値といえる。尚実験においては逆流域では流速は x 方向にも変化しており、このように直接に対応させることに多少の問題もあるかも知れない。

最後に、当研究は環境庁一括計上の公害特研「瀬戸内海の海水交換性と汚濁拡散機構の解明」の中で行われたものであることを付記する。

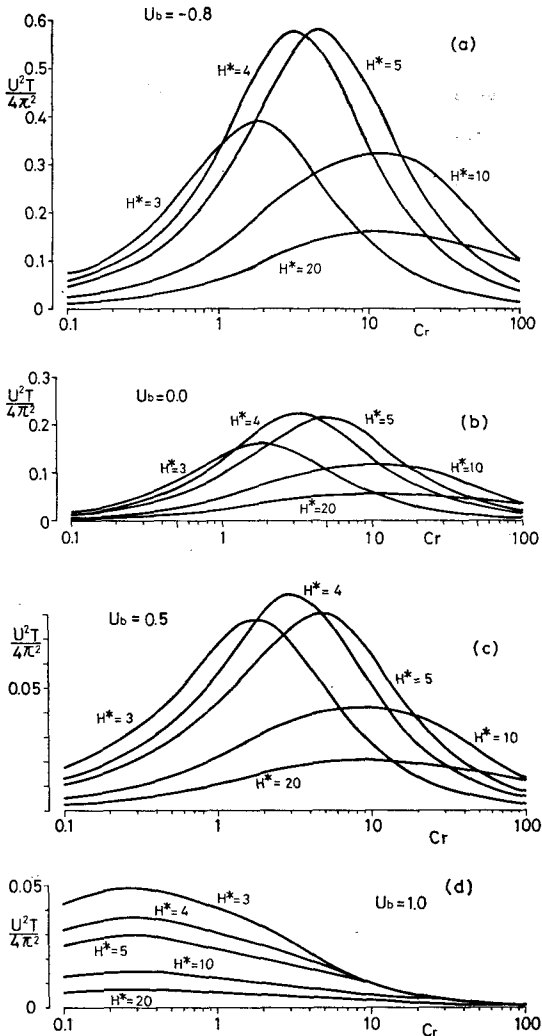


図-6 $C_r(=Tk_z/\pi\delta^2)$ と分散係数, (a) $u_b/U=-0.8$, (b) $u_b/U=0$, (c) $u_b/U=0.5$, (d) $u_b/U=1.0$

参 考 文 献

- 1) Okubo, A.: The effect of shear in an oscillatory current on horizontal diffusion from an instantaneous source, *Int. J. Oceanog. Limnol.*, 1, pp. 194~204, 1967.
 - 2) Holly, E. R., D. R. F. Harleman and H. B. Fischer: Dispersion in homogeneous estuary flow, *J. Hy. Div., Proc. ASCE*, 96, pp. 1691~1709, 1970.
 - 3) Yasuda, H.: Longitudinal dispersion due to the boundary layer in the oscillatory current; theoretical analysis in the case of an instantaneous line source, 日本海洋学会誌へ投稿中.
 - 4) 堀川清司・玉井信行・田中寛好: 潮汐流の影響を受ける拡散現象の基礎的研究, 第 20 回海講論文集, pp. 209~212, 1973.
 - 5) 沢本正樹・山下俊彦・栗田敏寿: 砂漣上の振動流境界層流れ, 第 27 回海講論文集, pp. 226~229, 1980.
 - 6) Aris, R.: On the dispersion of a solute in a fluid flowing through a tube, *Proc. Roy. London, A* 235, pp. 67~77, 1956.
 - 7) Bowden, K. F.: Horizontal mixing in the sea due to a shearing current, *J. Fluid Mech.*, 21, pp. 83~95, 1965.
-