

現場海域の拡散係数の推定法に関する研究

柳 哲 雄*・樋 口 明 生**

1. ま え が き

沿岸海域の物質の拡がりやを精度良く予測するためには、現場海域の正確な拡散係数を推定する必要がある。その方法としては瞬間点源染料拡散実験、連続点源染料拡散実験、浮子拡散実験、流速観測値の統計解析による方法などがある。しかしこれらの実験結果に対して既往の解析方法により求められてきたものはいわば「みかけの拡散係数」と呼ぶべきものであった。すなわち現場海域における物質の拡がりに対しては流れのシアとシアに直交する乱流拡散が結びついて生じるシア-拡散=分散 (dispersion) が支配的であり¹⁾、現場海域のシアは潮流、吹送流、密度流などに起因し時々刻々変化しているため、「みかけの拡散係数」は同じ場所でもその時々で大きく変動するのが常であった。シア-そのものは解析的に、あるいは数値計算によって推定可能であるから、我々が現場海域の実験より真の拡散係数を推定できれば、両者の coupling から現場の問題とされている物質の時間・空間スケールに最も支配的なシア-拡散係数=分散係数を正確に推定できるわけである。

本稿では現場海域の染料や浮子を用いた拡散実験から如何にすればシアの効果を除いて、統計的性格を持った「真の水平乱流拡散係数」を推定できるかについて述べる。

2. 既往の実験・解析法とその問題点

2.1 瞬間点源染料拡散実験

我国で拡散係数を推定する方法として最も良く行われてきたものは瞬間点源染料拡散実験である。これは海の1点に染料塊を投入し、染料雲の拡がりの時間変化を追跡するものである。ほとんどの場合染料雲は楕円形になって拡がっていく²⁾。このような瞬間点源染料拡散実験の解析法としては平野・杉浦³⁾のものが著名である。彼らはこの楕円形の染料雲の面積と等しい面積を持った半径 r の円形パッチの拡がりを考えることにし、濃度の時間変化は極座標化した2次元拡散方程式で記述できると

した。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(Kr \frac{\partial C}{\partial r} \right) \dots \dots \dots (1)$$

ここで C は染料濃度、 K は水平拡散係数を表わす。 $K = \text{const}$ とし、初期濃度分布が $C = C_0 e^{-(r/a)^2}$ 与えられるとすると

$$C(r, t) = \frac{C_0}{1 + 4Kt/a^2} \exp \left\{ -\frac{r^2}{a^2(1 + 4Kt/a^2)} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

となる。ここで染料雲縁辺の濃度は常に等しいと仮定し、 $\exp$ 項をべき級数展開して第2項までで近似すると

$$K \approx \frac{r_i^2 - r_{i-1}^2}{4(t_i - t_{i-1})} = \frac{1}{4\pi} \frac{dS}{dt} \dots \dots \dots (3)$$

となる。(3)式から染料雲の拡がり面積の時間変化より水平拡散係数が推定される。この級数による近似度は t の絶対値が大きく、かつ観測時間間隔 Δt が小さいほど良い。 t が Δt にくらべて必ずしも大きくない場合この近似は精度が悪くなるので、足立⁴⁾は(1)式で拡散係数を $K = k r^m f(t)$ と一般化して求められた解

$$C = \frac{A}{(Kt)^l} \exp \left\{ -\frac{r^m}{(kt)^n} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

から K を求める方法を提案した。ここで A は瞬間点源の強さに関する定数、 k はパラメータ、 l, m, n は K の仮定によって決まる定数である。現在まで K の形を様々な仮定して足立らの表-1⁴⁾のような解が得られている。足立らは近似法を用いず(4)式の両辺の対数を取り、染料雲縁辺の濃度は常に等しいと仮定して次式を得た。

$$k = \left[\frac{r_i^n/t_i^n - r_{i+1}^n/t_{i+1}^n}{l \ln(t_{i+1}/t_i)} \right]^{1/n} \dots \dots \dots (5)$$

観測から得られた $t_i, t_{i+1}, r_i, r_{i+1}$ を(5)式に代入し、一定の k を与える最も適切な l, m, n の組み合わせを表-1⁴⁾に示した解の中からみつけだそうというわけである。平野・杉浦の方法は近似法により Fick type のものを求めていることになる。いずれの方法も染料雲の可視範囲が単調に拡がっていく期間しか用いられないことは明らかである。しかし染料雲の可視範囲はある時刻を

* 正会員 理博 愛媛大学講師 工学部海洋工学教室

** 正会員 理博 愛媛大学教授 工学部海洋工学教室

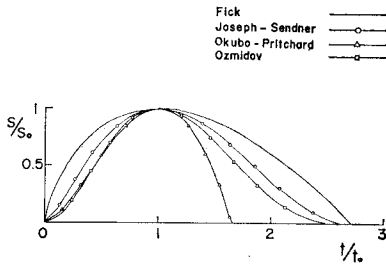


図-1 染料雲投入後の経過時間とその拡がり面積との関係

越えると次第に減少していく。図-1 に表-1⁴⁾ 中の代表的な 4 つの解を用いた場合の染料雲投入後の経過時間と面積変化の関係を無次元化して示した。\$S_0, t_0\$ は染料雲の最大面積とその出現時刻を示す。観測時間と拡がり面積を上記曲線に fitting させて拡散係数を推定することも可能である。また最大面積 \$S_0\$ をパラメータとして、濃度の分散から拡散係数を推定しようとする方法もある⁵⁾。

以上の解析法はいずれも染料雲の面積をそれと等価の円に置き換えて解析を行う所から「円型パッチ理論」と総称される。ところが染料雲は必ずと言っていいほど楕円形に拡がる。この楕円を円に置き換えることにはどのような物理的意味があるのだろうか。このような置き換えを行うことで我々は拡散現象の本質を見失うことにはならないだろうか。以上の解析法の問題点はまさにここにある。

2.2 連続点源染料拡散実験

連続点源染料拡散実験は海のある 1 点から一定の割合で染料を投入し続けて、染料 plume の幅の変化から主流に直角方向の拡散係数を推定しようとするものである。Taylor⁶⁾ は主流方向に \$x\$ 軸、その直角方向に \$y\$ 軸をとり投入点からの絶対座標に対する染料 plume のふれ幅 (\$\sigma_y\$) の変化に対して絶対拡散の概念を確立した。主流に直角方向の乱れ強度 \$\sqrt{\bar{v}_y^2}\$ は投入点での染料 plume の拡がり角 \$\theta\$ から次式により求まる。

$$\sqrt{\bar{v}_y^2} = \tan \theta \cdot 2U \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで \$U\$ は主流の流速を表わす。Lagrange 渦の寿命時間 \$t_{0L}\$ は投入点から十分離れた場での染料 plume のふれ幅の変化率より

$$t_{0L} = \int_0^\infty R_{Ly}(\xi) d\xi \approx \frac{U}{2\bar{v}_y^2} \cdot \frac{\sigma_y^2(x)}{x} \quad \dots\dots\dots (7)$$

と求まる。ここで \$R_{Ly}(\xi)\$ は Lagrange の自己相関係数を表わす。(6), (7) 式から主流に直角方向の水平拡散係数は

$$K_{Ly} = \bar{v}_y^2 t_{0L} \quad \dots\dots\dots (8)$$

と推定される。本来この方法は定常流に対して確立されたもので、往復流である潮流が卓越する沿岸海域での適用は非常に限定される。すなわち大きな \$U\$ が安定して

いて、染料 plume が直線的に伸びて拡がるような上げ潮・下げ潮の最強時附近でしか適用できない⁷⁾。

2.3 浮子拡散実験

Richardson⁸⁾ は大気中の 2 粒子の拡散問題に対して相対拡散概念を確立した。この概念を海域にばらまかれた \$N\$ 個の浮子群について適用すると、浮子群の重心に対する各浮子の距離の 2 次のモーメント = 分散、座標軸に対する分散、共分散は以下のように定義される⁹⁾。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a^2 &\equiv \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \{ [x_i(t) - \bar{x}(t)]^2 + [y_i(t) - \bar{y}(t)]^2 \} \\ \sigma_x^2 &\equiv \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \{ x_i(t) - \bar{x}(t) \}^2 \\ \sigma_y^2 &\equiv \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \{ y_i(t) - \bar{y}(t) \}^2 \\ \sigma_{xy}^2 &\equiv \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \{ x_i(t) - \bar{x}(t) \} \{ y_i(t) - \bar{y}(t) \} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}(t) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t) \\ \bar{y}(t) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i(t) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで \$x_i(t), y_i(t)\$ は時刻 \$t\$ の \$i\$ 浮子の座標、\$\bar{x}(t), \bar{y}(t)\$ は \$N\$ 個の浮子群の重心の座標を示す。拡散係数は分散の時間変化率より次式で推定される。

$$\left. \begin{aligned} K_G(t) &= \frac{1}{4} \frac{d\sigma_G^2(t)}{dt} \\ K_x(t) &= \frac{1}{2} \frac{d\sigma_x^2(t)}{dt} \\ K_y(t) &= \frac{1}{2} \frac{d\sigma_y^2(t)}{dt} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

2.2 の連続点源染料拡散実験の場合も投入点に固定された座標軸に対してではなく、染料 plume の幅そのものの変化を考えれば上記と同様な相対拡散の取り扱いとなる。

しかしこのようにして推定される拡散係数も浮子の拡がり角が 2.1 と同様流れのシアに大きく依存していることにより「みかけの拡散係数」を与えてしまうという問題点がある。

2.4 流速観測値の統計解析

Hay and Pasquill¹⁰⁾ は 2.2 で述べた Taylor の方法を 1 点の流速観測値にも適用しようと考え、Lagrange の自己相関係数と Euler の自己相関係数 (\$R_{Ey}(t)\$) は次のような相似構造を持っていると仮定した。

$$R_{Ly}(t') = R_{Ey}(t) \quad t' = \beta t \quad \dots\dots\dots (12)$$

\$\beta\$ は 0.4~6.0 の値をとるとされている比例定数である¹⁰⁾。この仮定を用いれば 2.2 と同様

$$\int_0^\infty R_{Ly}(\xi) d\xi = \beta \int_0^\infty R_{Ey}(\xi) d\xi = \beta t_{0E} \quad \dots\dots\dots (13)$$

により Euler の自己相関係数の積分時間 \$t_{0E}\$ を \$\beta\$ 倍し

て, Euler 的流速観測より求まる乱れ強度 $\sqrt{\bar{v}_E^2}$ の 2 乗との積より拡散係数が推定される。

$$K_{Ey} = \bar{v}_E^2 \beta t_{0E} \dots\dots\dots (14)$$

この方法は本来定常流に対して考えられたものであるから 2.2 で述べたと同様上げ潮, 下げ潮の最盛時近くでしか適用できない。しかるに我国では一潮時を通じた流速観測値から M_1, M_2, M_4 成分を除いて, 自己相関係数を求め $\beta=1$ として拡散係数が推定されてきた¹¹⁾。しかしこのような除去方法では純粋な乱れ成分はとりだせず, 自己相関係数の積分時間は Taylor が考えていたような $\bar{v}_E$ ではなく, 除去されきれなかった潮流流向の変化, 潮流楕円の偏平度により主に決まってしまう, このようにして求まる R_{Ey} は本来の R_{Ly} とは性格を異にしている⁷⁾。

3. 新しい解析方法

3.1 瞬間点源染料拡散実験

現場海域の染料雲は何故楕円形になって拡がっていくのだろうか。これは 図-2 に示したように鉛直シアーに

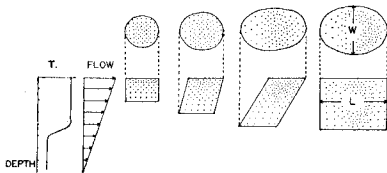


図-2 鉛直シアー拡散の模式図

よって引き伸ばされた染料雲に対して鉛直拡散が働くというシアー効果のためだと思われる¹²⁾。したがって染料雲の伸び (L) は主としてシアーの大きさにより決まり, 水平乱流拡散の効果は染料雲の幅 (W) の変化として表われることになる。そこでこの W を用いて染料雲の真の分散を定義しよう。染料実験を後述する浮子実験と対応させるためには染料雲の幅 W より染料濃度の標準偏差を指標とした方がよい。染料雲の可視範囲の濃度は常に中心濃度の $1/10$ であると仮定すると

$$\sigma_W^{*2} = \left(\frac{1}{4.3} W \right)^2 \dots\dots\dots (15)$$

という関係が得られる¹²⁾。 σ_W^{*2} の時間変化率より真の水平乱流拡散係数が推定できる。

$$K^*(t) = \frac{1}{4} \frac{d\sigma_W^{*2}(t)}{dt} \dots\dots\dots (16)$$

3.2 浮子拡散実験

現場海域の浮子の拡がりや水平流速場の収束・発散に大きく影響される。Okubo and Ebbesmeyer¹³⁾ は逆に多数の浮子の移動から水平流速場の収束・発散・渦度を推定する方法を開発した。彼らは各浮子により得られた流速を Taylor 展開して, 平均流速と 1 次の勾配, 乱れ成分に分解した。

$$\left. \begin{aligned} u_i(t) &= \bar{u}(t) + \frac{\partial \bar{u}(t)}{\partial x} (x_i(t) - \bar{x}(t)) \\ &\quad + \frac{\partial \bar{u}(t)}{\partial y} (y_i(t) - \bar{y}(t)) + u_i'(t) \\ v_i(t) &= \bar{v}(t) + \frac{\partial \bar{v}(t)}{\partial x} (x_i(t) - \bar{x}(t)) \\ &\quad + \frac{\partial \bar{v}(t)}{\partial y} (y_i(t) - \bar{y}(t)) + v_i'(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots (17)$$

ここで, $u_i(t), v_i(t)$ は i 浮子の時刻 t での流速, $\bar{u}(t), \bar{v}(t)$ は浮子群の重心の流速, $\partial \bar{u}(t)/\partial x, \partial \bar{u}(t)/\partial y, \partial \bar{v}(t)/\partial x, \partial \bar{v}(t)/\partial y$ は重心を中心とした流速の 1 次の勾配, $u_i'(t), v_i'(t)$ は乱れ速度である。我々はこの乱れ速度を用いて流速シアーの影響を受けない乱れ速度のみによる浮子群の分散を求める方法を開発した¹²⁾。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^{*2} &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left[x_i(0) + \int_0^t u_i'(\eta) d\eta - \bar{x}(t) \right]^2 \\ \sigma_y^{*2} &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left[y_i(0) + \int_0^t v_i'(\eta) d\eta - \bar{y}(t) \right]^2 \\ \bar{x}(t) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[x_i(0) + \int_0^t u_i'(\eta) d\eta \right] \\ \bar{y}(t) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[y_i(0) + \int_0^t v_i'(\eta) d\eta \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

ここで, $x_i(0), y_i(0)$ は i 浮子の最初の座標, $\bar{x}(t), \bar{y}(t)$ は乱れ成分のみによって拡がった浮子群の重心の座標を表わす。真の水平乱流拡散係数はこの分散の時間変化率から

$$\left. \begin{aligned} K_x^*(t) &= \frac{1}{2} \frac{d\sigma_x^{*2}(t)}{dt} \\ K_y^*(t) &= \frac{1}{2} \frac{d\sigma_y^{*2}(t)}{dt} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

と推定される。現場海域の水平乱流拡散係数は種々の要因により必ずしも等方ではないが, 我々は実用上は 2 次元平均の水平乱流拡散係数を必要とする。川合¹⁴⁾は浮子群の拡がりの主軸方向に対する幾何平均分散がそのような平均としては最も適当であるとした。

$$\sigma_A^{*2}(t) \equiv \sigma_\xi^*(t) \sigma_\eta^*(t) = \sqrt{\sigma_x^{*2}(t) \sigma_y^{*2}(t) - \sigma_{xy}^{*2}(t)} \dots\dots (20)$$

ここで ξ, η は浮子群の拡がりの主軸と短軸を示す。したがって真の水平 2 次元平均乱流拡散係数は以下のように推定される。

$$K_A^*(t) = \frac{1}{4} \frac{d\sigma_A^{*2}(t)}{dt} \dots\dots\dots (21)$$

山崎・安田¹⁵⁾は Okubo Ebbesmeyer と川合の方法を合わせて, みかけの幾何平均分散から水平流速場の収束発散の影響を除いて真の分散を求める方法を提案している。

我々の行なってきた染料実験, 浮子実験のデータと入手できる限りの資料^{9), 16)}を用いて, 既往の方法と新たな方法で求めた拡散スケールと水平拡散係数の関係を 図-1

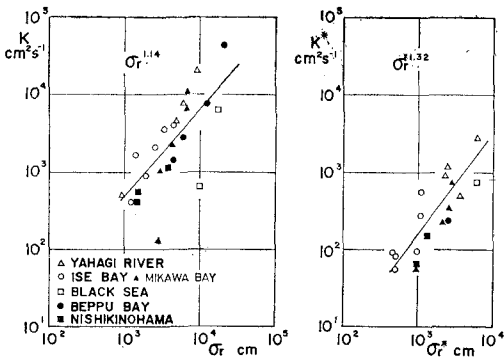


図-3 みかけの拡散係数(左)と真の拡散係数(右)に対する拡散スケール

3 に示す。真の水平拡散係数はみかけのそれにくらべて同じ拡散スケールに対して係数のバラつきが小さく、かつ値そのものも小さいことがわかる。最小自乗法を用いた直線回帰式は以下になった。

$$\left. \begin{aligned} K &= 0.17\sigma_r^{1.14} \\ K^* &= 0.017\sigma_r^{*1.32} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

4. あとがき

以上述べてきたことから瞬間点源染料拡散実験、浮子拡散実験に対しては新たに提案した方法により、連続点源染料拡散実験、流速観測値の統計解析の場合は上げ潮・下げ潮最強時附近でのみ用いることによりシア効果を除いた真の水平乱流拡散係数が推定できることがわかった。このようにして推定された水平乱流拡散係数と解析的=決定論的に求めるシアを組み合わせて必要な時間・空間スケールの分散係数が推定される。こうして得られた分散係数は油の拡がりのように水平シアと水平乱流拡散が主要な役割を果たす現象に対して用いられるだろう。しかしある重さを持ち鉛直方向に拡がるような物質に対する分散係数を求めるためには鉛直シアと鉛直乱流拡散係数がわかっていなければならない。正確な鉛直乱流拡散係数の推定法は今後の大きな研究課題のひとつである。また、2.2, 2.4 で述べたように往復流である潮流の流向変化が物質を拡げる主要な役割をはたすような固定源、かつ長時間の物質分散を正確に予測するためには現場観測から潮流分散テンソルを推定する必要がある。その方法は鉛直2次元の往復流に対してはすでに Bowden¹⁷⁾ により提案されているものの、現場海域では潮流楕円は直線ではなくその偏平度が大きな意味を持っているし、また卓越する潮流周期に比べて鉛直拡散時間が十分短くはないために Bowden の方法を直接用いることはできない。今後研究を進め、3次元の構造を持

つ潮流分散テンソルを現場観測から正確に推定する方法を確立していきたいと考えている。

本研究を進めるにあたり貴重な討論をして頂いた愛媛大学工学部武岡英陸助手、資料整理に御協力頂いた愛媛大学工学部学生戸川光司氏(現(株)建設技術研究所)に深甚なる謝意を表する次第である。なお本研究は文部省科学研究費による環境科学特別研究の一部であることを付記する。

参考文献

- 1) Bowles, P. et al.: Sea disposal of low activity effluent, Proc. Conf. Peaceful Uses At. Energy, 2nd. Geneva, 18, pp. 376~389, 1958.
- 2) 柳 哲雄・樋口明生: 沿岸海域の物質分散 (I)——瞬間点源染料拡散実験——, 京大防災研年報, 第 23 号 B-2, pp. 333~337, 1980.
- 3) 平野敏行・杉浦健三: 河川流入のある小内湾の塩分分布について, 東海区水産研究所報告, 第 22 号, pp. 1~15, 1958.
- 4) 足立昭平・中村俊六・森 章: 潮汐による港内の移流・拡散に関する実験的研究, 第 21 回海岸工学講演会論文集, pp. 303~308, 1974.
- 5) Gifford, F.: Relative atmospheric diffusion of smoke puffs, Journal of Meteorology, 11, 1957.
- 6) Taylor, G. I.: Diffusion by continuous movements, Proc. London Math. Soc., Ser. 2, Vol. 20, 1920.
- 7) 柳 哲雄・樋口明生: 沿岸海域の物質分散 (III)——連続点源染料拡散実験——, 京大防災研年報, 第 25 号 B-2, (印刷中), 1982.
- 8) Richardson, L. F.: Atmospheric diffusion shown on a distance neighbour graph, Proc. Roy. Soc., A-110, 1926.
- 9) 柳 哲雄・村下耕荘・樋口明生: 沿岸海域の物質分散 (II)——浮子拡散実験——, 京大防災研年報, 第 24 号 B-2, pp. 539~547, 1981.
- 10) Hay, J. S. and F. Pasquill: Diffusion from a continuous source in relation to the spectrum and scale of turbulence, Adv. Geophys., Vol. 6, pp. 345~365, 1959.
- 11) 和田 明・角湯正剛: 瀬戸内海における流況と分散特性, 第 21 回海岸工学講演会論文集, pp. 297~302, 1974.
- 12) Yanagi, T., K. Murashita and H. Higuchi: Horizontal turbulent diffusivity in the sea, Deep-Sea Research, Vol. 29, pp. 217~226, 1982.
- 13) Okubo, A. and C. C. Ebbesmeyer: Determination of vorticity, divergence and deformation rates from analysis of drogue observation, Deep-Sea Research, Vol. 23, pp. 349~352, 1976.
- 14) 川合英夫: 収束・発散と海の粒々物理学, 海洋物理学 II, 寺本俊彦編, 東大出版会, pp. 103~155, 1976.
- 15) 山崎宗広・安田秀一: 点源フロート群拡散に関する実験的研究, 中国工業技術試験所報告, 12, pp. 69~79, 1980.
- 16) Ozmidov, R. V. et al.: Experimental data on sea diffusion in the presence of current shear, Rapp. P.-v. Reun. Cons. int. Explor. Mer., 167, pp. 143~145, 1974.
- 17) Bowden, K. F.: Horizontal mixing in the sea due to a shearing current, J. Fluid Mech., Vol. 21, pp. 83~95, 1965.