

水中係留物体の非定常有限振幅運動の解析

井島 武士*・永田 修一**・小山 文男***

1. 概 要

前論文¹⁾においては、グリーンの公式と摂動展開法を用いる非定常有限振幅波の数値解析法を浮体問題に適用し、波による、水中物体の自由運動についての計算を行った。また、このような浮体運動を、せまい流体域で過渡状態から定常状態まで計算する方法として、フーリエ級数展開を用いる方法を提案して、ピストン式造波板による発生波の計算に用いた。

本論文は、浮体運動に関する計算の実験的検証を目的としたもので、水中係留物体を例にとり、波による、その運動について考える。その際、係留角と係留索の長さについても摂動展開を行ない、第2次までの係留力を考慮し、計算は、時間差分を用いて各時刻ごとに計算する方法(時間ステップ法)と、フーリエ級数展開を用いる方法(フーリエ級数展開法)の2つを用い行なった。

2. 基 礎 式

図-1 に示すように、弾性索により係留され、流体中に静止している物体の、波による運動について考える。物体は、静止時に深さ d にあるものとし、水底は、任意に変わるものとする。座標軸を図-1 のように定め、前論文¹⁾と同様の記号を用いれば、基礎方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} F^2\phi &= 0, \quad u = \phi_x, \quad w = \phi_z \\ p/\rho &= -\phi_t - \frac{1}{2}(\phi_x^2 + \phi_z^2) - gz \end{aligned} \right\} \quad (\text{流体域内部})$$

.....(1)

$$\left. \begin{aligned} \phi_t &= -g\zeta - \frac{1}{2}(\phi_x^2 + \phi_z^2) \\ \zeta_t &= \phi_z - \phi_x \cdot \zeta_x \end{aligned} \right\} \quad (z = \zeta)$$

.....(2)

$$\begin{aligned} &[\phi_x - \{\xi_t - (z_S - z_G - \eta)\theta_t\} \cos(\nu_S: x) \\ &+ [\phi_z - \{\eta_t + (x_S - x_G - \xi)\theta_t\} \cos(\nu_S: z) \\ &= 0 \quad (\text{物体表面}) \end{aligned}$$

.....(3)

$$\phi_z = 0 \quad (\text{水 底 面})$$

.....(4)

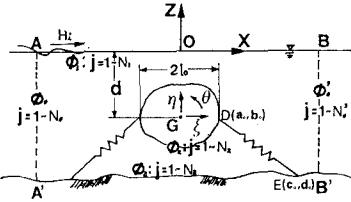


図-1 解析領域

ここで、 ξ, η, θ は、それぞれ、水平、鉛直、回転の運動変位で、 θ は、反時計回りに測るものとする。

次に、物体の運動方程式は、物体の質量を M 、重心 $(x_G + \xi, z_G + \eta)$ に関する慣性モーメントを I 、物体に作用する流体圧力の水平、鉛直合力、および重心に関する回転モーメントを、 P_x, P_z, T_θ 、水平と鉛直方向の係留力、および、その重心に関するモーメントを F_x, F_z, M_θ とすると、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 \xi}{dt^2} &= P_x + F_x, \quad M \frac{d^2 \eta}{dt^2} = P_z + F_z \\ I \frac{d^2 \theta}{dt^2} &= T_\theta + M_\theta \end{aligned} \right\}$$

.....(5)

ここで、

$$\left. \begin{aligned} M &= \rho \nu_1 l_0^3, \quad I = \rho \nu_2 l_0^4 \quad (\nu_1, \nu_2 \text{ は定数}) \\ P_x &= \oint p \, dz_S, \quad P_z = - \oint p \, dx_S \\ T_\theta &= - \oint p [(x_S - x_G - \xi) dx_S + (z_S - z_G - \eta) dz_S] \\ \oint &: \text{物体表面に沿う線積分} \end{aligned} \right\}$$

.....(6)

図-1 に示すように、 i 番目の係留索について、係留点を $^{(i)}D(^{(i)}a_0, ^{(i)}b_0)$ 、 $^{(i)}E(^{(i)}c_0, ^{(i)}d_0)$ 、物体静止時の平衡状態における弾性索の長さを $^{(i)}m_0$ 、ばね定数を $^{(i)}K$ 、初期張力を $^{(i)}F_0$ 、係留索と水平軸のなす角度を $^{(i)}\omega_0$ とし、物体運動時の弾性索の長さ $^{(i)}m$ と水平軸のなす角度を、 $^{(i)}m_0 + ^{(i)}m, ^{(i)}\omega_0 + ^{(i)}\omega$ とすると、 $^{(i)}F_x, ^{(i)}F_z, ^{(i)}M_\theta$ は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} ^{(i)}F_x &= ^{(i)}F_0 \cos ^{(i)}\omega_0 \\ &- (^{(i)}F_0 + ^{(i)}K \cdot ^{(i)}m) \cos (^{(i)}\omega_0 + ^{(i)}\omega) \end{aligned} \right\}$$

* 正 会 員 工博 九州大学教授 工学部水工土木学科
** 学生会員 工修 九州大学大学院工学研究科 博士課程
*** 工修 大成建設

$$\begin{aligned}
 {}^{(i)}F_x &= {}^{(i)}F_0 \sin {}^{(i)}\omega_0 \\
 &\quad - ({}^{(i)}F_0 + {}^{(i)}K \cdot {}^{(i)}m) \sin ({}^{(i)}\omega_0 + {}^{(i)}\omega) \\
 {}^{(i)}M_\theta &= ({}^{(i)}F_0 + {}^{(i)}K \cdot {}^{(i)}m) [\{ (x_G - {}^{(i)}a_0) \cos \theta \\
 &\quad + (z_G - {}^{(i)}b_0) \sin \theta \} \tan ({}^{(i)}\omega_0 + {}^{(i)}\omega) \\
 &\quad - \{ (x_G - {}^{(i)}a_0) \sin \theta + (z_G - {}^{(i)}b_0) \cos \theta \}] \\
 &\quad \times \cos ({}^{(i)}\omega_0 + {}^{(i)}\omega) \\
 &\quad - {}^{(i)}F_0 [(x_G - {}^{(i)}a_0) \tan {}^{(i)}\omega_0 - (z_G - {}^{(i)}b_0)] \\
 &\quad \times \cos {}^{(i)}\omega_0
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

よって、係留力は n^* を係留索の数とすると、次のようになる。

$$F_x = \sum_{i=1}^{n^*} {}^{(i)}F_x, \quad F_z = \sum_{i=1}^{n^*} {}^{(i)}F_z, \quad M_\theta = \sum_{i=1}^{n^*} {}^{(i)}M_\theta
 \tag{8}$$

また、流体域を囲む境界線を N^* 個の微小要素に分割し、各要素の中点を $j=(x_j, z_j)$ ($j=1 \sim N^*$)、線分の長さを ΔS_j 、外向き法線を ν とすると、次のグリーン

$$\begin{aligned}
 \Phi(i) &= \frac{1}{\pi} \left[\sum_{j=1}^{N^*} \Phi(j) \int_{\Delta S_j} \frac{\partial \log R}{\partial \nu} dS \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{j=1}^{N^*} \Phi_j(j) \int_{\Delta S_j} \log R dS \right] \dots\dots\dots (9)
 \end{aligned}$$

次に、無次元の微小パラメータ ε を用いて、 $\Phi, \zeta, \xi, \eta, \theta, m, \omega$ を $\Phi = \varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(2)}$ のように第2次までの展開を行い、自由表面と物体表面の条件は、静止位置に関してテーラー展開を行うと、式(2), (3), (4), (5)は第1次、第2次近似に対して次のようになる。

a) 第1次近似

$$\begin{aligned}
 \phi_i^{(1)} &= -g \zeta_i^{(1)} \quad (z=0) \\
 \zeta_i^{(1)} &= \phi_z^{(1)} \quad (z=0) \\
 \phi_v^{(1)} &= 0 \quad (\text{水底面}) \\
 \phi_v^{(1)} &= l \xi_i^{(1)} + m \eta_i^{(1)} + (m \bar{x} - l \bar{z}) \theta_i^{(1)} \quad (\text{物体表面}) \\
 \rho \nu_1 l_0^2 \xi_{ii}^{(1)} &= -\rho \int_S \phi_i^{(1)} dz \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{n^*} [{}^{(i)}_x K_\xi \cdot \xi^{(1)} + {}^{(i)}_x K_\eta \cdot \eta^{(1)} + {}^{(i)}_x K_\theta \cdot \theta^{(1)}] \\
 \rho \nu_1 l_0^2 \eta_{ii}^{(1)} &= \rho \int_S \phi_i^{(1)} dx \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{n^*} [{}^{(i)}_z K_\xi \cdot \xi^{(1)} + {}^{(i)}_z K_\eta \cdot \eta^{(1)} + {}^{(i)}_z K_\theta \cdot \theta^{(1)}] \\
 \rho \nu_2 l_0^3 \theta_{ii}^{(1)} &= \rho \int_S (\bar{x} dx + \bar{z} dz) \phi_i^{(1)} \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{n^*} [{}^{(i)}_\theta K_\xi \cdot \xi^{(1)} + {}^{(i)}_\theta K_\eta \cdot \eta^{(1)} + {}^{(i)}_\theta K_\theta \cdot \theta^{(1)}]
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

b) 第2次近似

$$\begin{aligned}
 \phi_i^{(2)} &= -g \zeta_i^{(2)} - \frac{1}{2} (\phi_x^{(1)2} + 3 \phi_z^{(1)2}) - \zeta_i^{(1)} \phi_{zi}^{(1)} \quad (z=0) \\
 \zeta_i^{(2)} &= \phi_z^{(2)} - \zeta_i^{(1)} \phi_{xx}^{(1)} - \phi_x^{(1)} \zeta_{xx}^{(1)} \quad (z=0) \\
 \phi_v^{(2)} &= 0 \quad (\text{水底上})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \phi_i^{(2)} &= l \xi_i^{(2)} + m \eta_i^{(2)} + (m \bar{x} - l \bar{z}) \theta_i^{(2)} + [A] \\
 &\quad (\text{物体表面}) \\
 \rho \nu_1 l_0^2 \xi_{ii}^{(2)} &= -\rho \int_S [(\phi_i^{(2)} + [B]) dz + \phi_i^{(1)} \theta^{(1)} dx] + [R_x] \\
 \rho \nu_1 l_0^2 \eta_{ii}^{(2)} &= \rho \int_S [(\phi_i^{(2)} + [B]) dx - \phi_i^{(1)} \theta^{(1)} dz] + [R_z] \\
 \rho \nu_2 l_0^3 \theta_{ii}^{(2)} &= \rho \int_S (\bar{x} dx + \bar{z} dz) (\phi_i^{(2)} + [B]) + [R_\theta]
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

ただし、

$$l = dz/dS, \quad m = -dx/dS, \quad \bar{x} = x - x_G, \quad \bar{z} = z - z_G$$

$$\begin{aligned}
 [A] &= \xi^{(1)} (l \phi_{ss}^{(1)} + m \phi_{ss}^{(1)}) - \eta^{(1)} (l \phi_{vs}^{(1)} - m \phi_{ss}^{(1)}) \\
 &\quad - \theta^{(1)} [\phi_s^{(1)} + m \xi_i^{(1)} - l \eta_i^{(1)} + (l \bar{x} + m \bar{z}) \phi_{ss}^{(1)} \\
 &\quad - (m \bar{x} - l \bar{z}) \phi_{ss}^{(1)}]
 \end{aligned}$$

$$[B] = \frac{1}{2} (\phi_s^{(1)2} + \phi_v^{(1)2})$$

$$\begin{aligned}
 &+ [l \xi_i^{(1)} + m \eta_i^{(1)} + (\bar{x} m - \bar{z} l) \theta_i^{(1)}] \phi_s^{(1)} \\
 &+ \{-m \xi_i^{(1)} + l \eta_i^{(1)} + (\bar{x} l + \bar{z} m) \theta_i^{(1)}\} \phi_s^{(1)} \\
 &+ [l \xi^{(1)} + m \eta^{(1)} + (\bar{x} m - \bar{z} l) \theta^{(1)}] \phi_v^{(1)} \\
 &+ \{-m \xi^{(1)} + l \eta^{(1)} + (\bar{x} l + \bar{z} m) \theta^{(1)}\} \phi_v^{(1)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [R_x] &= \sum_{i=1}^{n^*} [{}^{(i)}_x K_\xi \cdot \xi^{(2)} + {}^{(i)}_x K_\eta \cdot \eta^{(2)} + {}^{(i)}_x K_\theta \cdot \theta^{(2)} \\
 &\quad + {}^{(i)}_x K_{\xi\xi} \cdot \xi^{(1)2} + {}^{(i)}_x K_{\eta\eta} \cdot \eta^{(1)2} + {}^{(i)}_x K_{\theta\theta} \cdot \theta^{(1)2} \\
 &\quad + {}^{(i)}_z K_{\xi\eta} \cdot \xi^{(1)} \cdot \eta^{(1)} + {}^{(i)}_z K_{\eta\theta} \cdot \eta^{(1)} \cdot \theta^{(1)} \\
 &\quad + {}^{(i)}_z K_{\theta\xi} \cdot \theta^{(1)} \cdot \xi^{(1)}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [R_z] &= \sum_{i=1}^{n^*} [{}^{(i)}_z K_\xi \cdot \xi^{(2)} + {}^{(i)}_z K_\eta \cdot \eta^{(2)} + {}^{(i)}_z K_\theta \cdot \theta^{(2)} \\
 &\quad + {}^{(i)}_z K_{\xi\xi} \cdot \xi^{(1)2} + {}^{(i)}_z K_{\eta\eta} \cdot \eta^{(1)2} + {}^{(i)}_z K_{\theta\theta} \cdot \theta^{(1)2} \\
 &\quad + {}^{(i)}_x K_{\xi\eta} \cdot \xi^{(1)} \cdot \eta^{(1)} + {}^{(i)}_x K_{\eta\theta} \cdot \eta^{(1)} \cdot \theta^{(1)} \\
 &\quad + {}^{(i)}_x K_{\theta\xi} \cdot \theta^{(1)} \cdot \xi^{(1)}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [R_\theta] &= \sum_{i=1}^{n^*} [{}^{(i)}_\theta K_\xi \cdot \xi^{(2)} + {}^{(i)}_\theta K_\eta \cdot \eta^{(2)} + {}^{(i)}_\theta K_\theta \cdot \theta^{(2)} \\
 &\quad + {}^{(i)}_\theta K_{\xi\xi} \cdot \xi^{(1)2} + {}^{(i)}_\theta K_{\eta\eta} \cdot \eta^{(1)2} + {}^{(i)}_\theta K_{\theta\theta} \cdot \theta^{(1)2} \\
 &\quad + {}^{(i)}_\theta K_{\xi\eta} \cdot \xi^{(1)} \cdot \eta^{(1)} + {}^{(i)}_\theta K_{\eta\theta} \cdot \eta^{(1)} \cdot \theta^{(1)} \\
 &\quad + {}^{(i)}_\theta K_{\theta\xi} \cdot \theta^{(1)} \cdot \xi^{(1)}]
 \end{aligned}$$

$${}^{(i)}_x K_\xi = -({}^{(i)}K \cos {}^{(i)}\omega_0 + {}^{(i)}f_0 \sin {}^{(i)}\omega_0)$$

$${}^{(i)}_x K_\eta = {}^{(i)}_z K_\xi = -[K] \sin {}^{(i)}\omega_0 \cos {}^{(i)}\omega_0$$

$$\begin{aligned}
 {}^{(i)}_x K_\theta &= {}^{(i)}_\theta K_\xi = {}^{(i)}K \cdot {}^{(i)}S_1 \cos {}^{(i)}\omega_0 \\
 &\quad - ({}^{(i)}f_0 \cdot {}^{(i)}S_2 \sin {}^{(i)}\omega_0)
 \end{aligned}$$

$${}^{(i)}_z K_\eta = -({}^{(i)}K \sin {}^{(i)}\omega_0 + {}^{(i)}f_0 \cos {}^{(i)}\omega_0)$$

$$\begin{aligned}
 {}^{(i)}_z K_\theta &= {}^{(i)}_\theta K_\eta = {}^{(i)}K \cdot {}^{(i)}S_1 \sin {}^{(i)}\omega_0 \\
 &\quad + ({}^{(i)}f_0 \cdot {}^{(i)}S_2 \cos {}^{(i)}\omega_0)
 \end{aligned}$$

$${}^{(i)}_\theta K_\theta = -({}^{(i)}K \cdot {}^{(i)}S_1^2 + {}^{(i)}f_0 \cdot {}^{(i)}S_2^2 + {}^{(i)}f_0 \cdot {}^{(i)}m_0 \cdot {}^{(i)}S_2)$$

$${}^{(i)}_x K_{\xi\xi} = -3[K] \sin^2 {}^{(i)}\omega_0 \cdot \cos {}^{(i)}\omega_0 / (2 \cdot {}^{(i)}m_0)$$

$${}^{(i)}_x K_{\eta\eta} = -[K] \cos {}^{(i)}\omega_0 (3 \cos^2 {}^{(i)}\omega_0 - 2) / (2 \cdot {}^{(i)}m_0)$$

$${}^{(i)}_x K_{\theta\theta} = -0.5 [{}^{(i)}f_0 \cdot {}^{(i)}S_1 \sin {}^{(i)}\omega_0$$

$$+ {}^{(i)}K \cdot {}^{(i)}S_2 \cos {}^{(i)}\omega_0$$

$$+ [K] \cdot {}^{(i)}S_2 \cdot ({}^{(i)}S_2 \cos {}^{(i)}\omega_0$$

$$- 2 \cdot {}^{(i)}S_1 \sin {}^{(i)}\omega_0) / ({}^{(i)}m_0)$$

$${}^{(i)}_x K_{\xi\eta} = -[K] \cdot \sin {}^{(i)}\omega_0 \cdot (3 \sin^2 {}^{(i)}\omega_0 - 2) / ({}^{(i)}m_0)$$

$$\begin{aligned}
{}^{(i)}K_{\eta\theta} &= -[K] \cdot ({}^{(i)}S_1 \sin 2 \cdot ({}^{(i)}\omega_0) \\
&\quad - 2 \cdot ({}^{(i)}S_2 \cos 2 \cdot ({}^{(i)}\omega_0)) / (2 \cdot ({}^{(i)}m_0)) \\
{}^{(i)}K_{\theta\xi} &= -[K] \sin ({}^{(i)}\omega_0) \cdot (2 \cdot ({}^{(i)}S_2 \cos ({}^{(i)}\omega_0) \\
&\quad - ({}^{(i)}S_1 \sin ({}^{(i)}\omega_0)) / ({}^{(i)}m_0) \\
{}^{(i)}K_{\xi\xi} &= -[K] \sin ({}^{(i)}\omega_0) \cdot (3 \sin^2 ({}^{(i)}\omega_0 - 2) / (2 \cdot ({}^{(i)}m_0)) \\
{}^{(i)}K_{\eta\eta} &= -3[K] \sin ({}^{(i)}\omega_0) \cdot \cos^2 ({}^{(i)}\omega_0) / (2 \cdot ({}^{(i)}m_0)) \\
{}^{(i)}K_{\theta\theta} &= -0.5[{}^{(i)}K \cdot ({}^{(i)}S_2 \sin ({}^{(i)}\omega_0) \\
&\quad - ({}^{(i)}f_0 \cdot ({}^{(i)}S_1 \cos ({}^{(i)}\omega_0) \\
&\quad + [K] \cdot ({}^{(i)}S_2 \cdot ({}^{(i)}S_2 \sin ({}^{(i)}\omega_0) \\
&\quad + 2 \cdot ({}^{(i)}S_1 \cos ({}^{(i)}\omega_0)) / ({}^{(i)}m_0)] \\
{}^{(i)}K_{\xi\eta} &= -[K] \cos ({}^{(i)}\omega_0) \cdot (3 \cos^2 ({}^{(i)}\omega_0 - 2) / ({}^{(i)}m_0) \\
{}^{(i)}K_{\eta\theta} &= [K] \cos ({}^{(i)}\omega_0) \cdot (2 \cdot ({}^{(i)}S_2 \sin ({}^{(i)}\omega_0) \\
&\quad + ({}^{(i)}S_1 \cos ({}^{(i)}\omega_0)) / ({}^{(i)}m_0) \\
{}^{(i)}K_{\theta\xi} &= -[K] \cdot ({}^{(i)}S_1 \cdot \sin 2 \cdot ({}^{(i)}\omega_0) \\
&\quad - 2 \cdot ({}^{(i)}S_2 \cos 2 \cdot ({}^{(i)}\omega_0)) / (2 \cdot ({}^{(i)}m_0)) \\
{}^{(i)}K_{\xi\xi} &= [K] \sin ({}^{(i)}\omega_0) \cdot ({}^{(i)}S_1 \sin ({}^{(i)}\omega_0) \\
&\quad - 2 \cdot ({}^{(i)}S_2 \cos ({}^{(i)}\omega_0)) / (2 \cdot ({}^{(i)}m_0)) \\
{}^{(i)}K_{\eta\eta} &= [K] \cos ({}^{(i)}\omega_0) \cdot ({}^{(i)}S_1 \cos ({}^{(i)}\omega_0) \\
&\quad + 2 \cdot ({}^{(i)}S_2 \sin ({}^{(i)}\omega_0)) / (2 \cdot ({}^{(i)}m_0)) \\
{}^{(i)}K_{\theta\theta} &= 0.5[3 \cdot [K] \cdot ({}^{(i)}S_1 \cdot ({}^{(i)}S_2 - ({}^{(i)}f_0 \cdot ({}^{(i)}m_0) \cdot ({}^{(i)}S_1) \\
&\quad + 3[K] \cdot ({}^{(i)}S_1 \cdot ({}^{(i)}S_2) / ({}^{(i)}m_0)] \\
{}^{(i)}K_{\xi\eta} &= [K] \cdot (2 \cdot ({}^{(i)}S_2 \cdot \cos 2 ({}^{(i)}\omega_0 - ({}^{(i)}S_1 \sin 2 ({}^{(i)}\omega_0) / \\
&\quad (2 \cdot ({}^{(i)}m_0)) \\
{}^{(i)}K_{\eta\theta} &= ({}^{(i)}f_0 \cdot ({}^{(i)}S_1 \cos ({}^{(i)}\omega_0) - ({}^{(i)}K \cdot ({}^{(i)}S_2 \cdot \sin ({}^{(i)}\omega_0) \\
&\quad - [K] \cdot ({}^{(i)}S_2 \cdot ({}^{(i)}S_2 \sin ({}^{(i)}\omega_0 + 2 ({}^{(i)}S_1 \cos ({}^{(i)}\omega_0)) / \\
&\quad ({}^{(i)}m_0) \\
{}^{(i)}K_{\theta\xi} &= -[{}^{(i)}f_0 \cdot ({}^{(i)}S_1 \sin ({}^{(i)}\omega_0 + ({}^{(i)}K \cdot ({}^{(i)}S_2 \cos ({}^{(i)}\omega_0) \\
&\quad - [K] \cdot ({}^{(i)}S_2 \cdot (2 ({}^{(i)}S_1 \sin ({}^{(i)}\omega_0 - ({}^{(i)}S_2 \cos ({}^{(i)}\omega_0)) / \\
&\quad ({}^{(i)}m_0)] \\
{}^{(i)}S_1 &= (xg - ({}^{(i)}a_0) \sin ({}^{(i)}\omega_0 - (zg - ({}^{(i)}b_0) \cos ({}^{(i)}\omega_0) \\
{}^{(i)}S_2 &= (xg - ({}^{(i)}a_0) \cos ({}^{(i)}\omega_0 + (zg - ({}^{(i)}b_0) \sin ({}^{(i)}\omega_0) \\
{}^{(i)}f_0 &= ({}^{(i)}F_0) / ({}^{(i)}m_0), \quad [K] = ({}^{(i)}K - ({}^{(i)}f_0) \\
&\quad \dots\dots\dots(12)
\end{aligned}$$

3. 時間ステップ法

これは、式(10)、(11)における時間微分に対して、時間差分をとり、時間間隔を τ , $t = n\tau$ ($n=0, 1, 2, \dots$) として、各時刻の諸量を求めていく方法である。

この方法で求めた浮体運動と水面変動量を、実験値と比較した。用いた浮体は、塩ビパイプを用いた、幅 77 cm, 半径 10.9 cm の円形断面浮体で、断面両端に、コンクリート版を挿入して、重量 (11 kg) を調整し、重心位置を、円の図心に一致させたもので、造波板から 11.1 m の所に設置した。係留索には、線径 1.60 mm, コイル外径 16.0 mm で、はね定数 $K=14.6$ kg/m のばねを用いた。また、係留方法は、左右対称の open type とし、浮体にフックをつけ、水底に鉄製フレームを沈設し、係留した。浮体運動の測定には、ビデオカメラを用い、

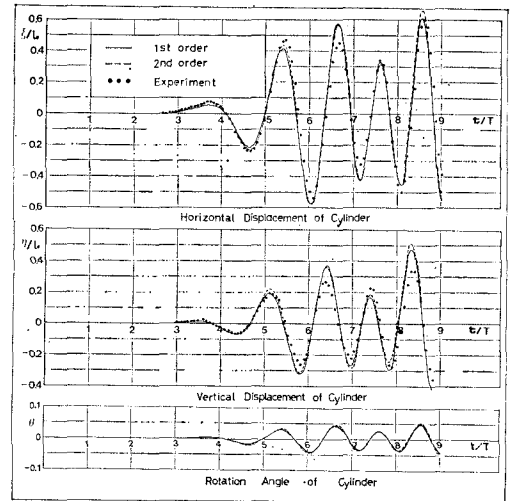


図-2 (a) 円形断面係留浮体の水平、鉛直、回転運動

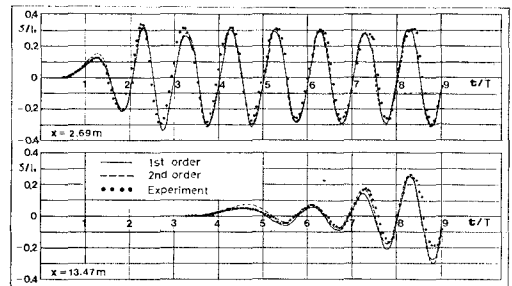


図-2 (b) 水面の時間変化

浮体前後に容量式波高計を設置し、入射波と通過波を測定した。

図-2 (a) は、 $\sigma^2 h/g = 1.151$ (一様水深 $h=56$ cm, $T=1.4$ sec), $a/h=0.0815$ (a : 静水面上での造波板半振幅), $l_0/h=0.1946$, $K'/\rho g l_0=0.3476$ (K' : 換算ばね定数²⁾), $f_0/\rho g l_0=0.1960$, $d/h=0.3214$, $m_0/h=0.9750$, $\omega_0=2.5009$, $a_0/h=0.1946$, $b_0/h=-0.3214$, $\nu_1=1.9936$, $\nu_2=0.9838$ の場合での浮体の水平、鉛直、回転変位の時間変化、図-2 (b) は、造波板から 2.69 m, 13.47 m 位置での水面変動を示しており、実線と点線は、それぞれ第 1, 第 2 近似値、黒丸は実験値である。回転変位の実験値は、微小であって読みとりができなかった。図-3 (a), (b) は、 $\sigma^2 h/g=0.322$ ($h=50$ cm, $T=2.5$ sec), $a/h=0.1100$, $l_0/h=0.2180$, $K'/\rho g l_0=0.6987$, $f_0/\rho g l_0=0.2908$, $d/h=0.5600$, $m_0/h=0.9430$, $\omega_0=2.6561$, $a_0/h=0.2180$, $b_0/h=-0.5600$, $\nu_1=1.9936$, $\nu_2=0.9838$ の場合の同様な図である。図-3 (a) における計算値と実験値のずれは、浮体重量に対し 11% 程度となるばねの重量を、計算では無視したためと思われる (図-2 の場合は、5%)。このことを考えると、計算値と実験値の一致は満足すべきものであると思われる。浮体は、対称に

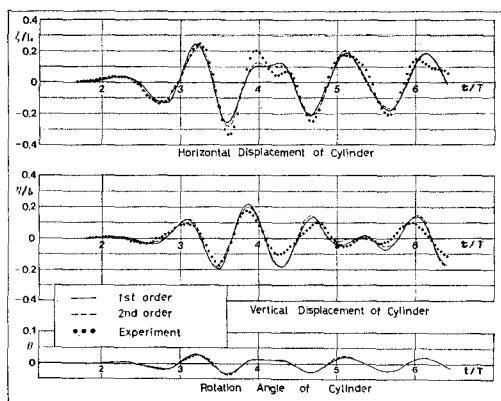


図-3 (a) 円形断面係留浮体の水平、鉛直、回転運動

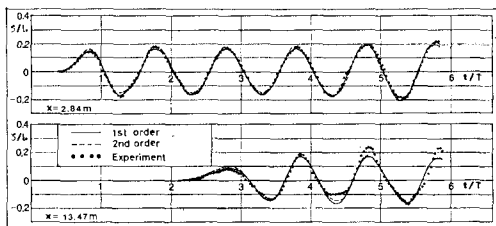


図-3 (b) 水面の時間変化

係留されているために、水平変位と回転変位が、同位相であること、また、半没水係留浮体の運動と比較すると、復元力、復元モーメントとしての静水圧の変化が存在しないために、定常運動までに時間が必要であることが、わかる。なお、2次元造波水路は、幅 0.8 m、長さ 22 m、深さ 0.8 m で、フラップ式造波装置をもっている。計算においては、流体域を十分広くとり、仮想境界面は不透過な固定壁と考えた。計算点は、いずれの場合も、 $N_1=290$, $N_2=20$, $N_3=170$, $N_0=N'_0=10$ である。

4. フーリエ級数展開法

この方法は、仮想面での境界処理に対する必要性から、過渡状態の波を、無数の周波数の成分波の重合として取り扱う方法であり、有限領域で、過渡状態から定常状態までの解析が可能で、その有効性については、前論文¹⁾において示した。

主な部分について概説すると、流体域の大きさと、時間を代表する値を t_0 , $1/\sigma$ とし、各量を無次元化し、 ϕ , ζ , ξ , η , θ , ω , m を、 $-b_1 T \leq t \leq b_2 T$ の区間 (b_1, b_2 は正の整数) で

$$\phi^{(1)}(x, z; t) = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^N n \phi_n^{(1)}(x, z) e^{in(\sigma^*/\sigma) t} \right]$$

$$\phi^{(2)}(x, z; t) = \text{Re} \left[\sum_{n=-(N-1)}^{2N} n \phi_n^{(2)}(x, z) e^{in(\sigma^*/\sigma) t} \right]$$

の形にフーリエ級数展開すると、式(10)、(11)の境界条件、運動方程式は、各成分波に対する式(第1近似では N 個、第2近似では $3N$ 個)となる。 BB' 境界は通過

波のみであるので、前論文¹⁾と同様に扱える。 AA' 境界では、入射波と反射波が存在するので、ポテンシャル ϕ と水平流速 ϕ_x を次のように与える。

$$\left. \begin{aligned} n\phi^{(1)} &= n\phi_i^{(1)} + nK_r^{(1)} \frac{\cosh \lambda_n(z+h)}{\cosh \lambda_n h} \\ n\phi_x^{(1)} &= n\phi_{ix}^{(1)} + i\lambda_n nK_r^{(1)} \frac{\cosh \lambda_n(z+h)}{\cosh \lambda_n h} \\ n\phi^{(2)} &= n\phi_i^{(2)} + nK_r^{(2)} \frac{\cosh \lambda_n(z+h)}{\cosh \lambda_n h} \\ n\phi_x^{(2)} &= n\phi_{ix}^{(2)} \mp i\lambda_n nK_r^{(2)} \frac{\cosh \lambda_n(z+h)}{\cosh \lambda_n h} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} (n < 0 \text{ の時 } -) \\ (n > 0 \text{ の時 } +) \end{aligned}$$

$$\lambda_n = k_n \cdot l_0, \quad \Gamma = \sigma^2 h / g, \quad n^2 \Gamma = \lambda_n \tanh \lambda_n$$

.....(13)

ここで、 $n\phi_i^{(1)}$, $n\phi_i^{(2)}$ は入射波のポテンシャル、 $nK_r^{(1)}$, $nK_r^{(2)}$ は、複素定数である。境界 AA' で流速を与えて、境界条件を代入してグリーンの式と、運動方程式を連立し、浮体運動を求める場合、 $n\phi_{ix}^{(1)}$, $n\phi_{ix}^{(2)}$ は既知であるが、 $n\phi_i^{(1)}$, $n\phi_i^{(2)}$ は未知であるので、このままでは、問題は解けないが、 $n\phi_i^{(1)}$, $n\phi_i^{(2)}$ が入射波に対するポテンシャルであることを考えると、浮体が存在しない場合(境界の一端で流速が与えられる場合の発生波の問題)について、グリーンの公式を解くことにより、 $n\phi_i^{(1)}$, $n\phi_i^{(2)}$ を求めることができ、問題は解決する。

図-4 は、図-2 における条件での、この方法による計算値であり、浮体の水平、鉛直、回転変位の時間変化を示している ($N_1=60$, $N_2=20$, $N_3=30$, $N_0=N'_0=10$, $b_1=14$, $b_2=10$, $N=50$)。実験条件では、造波板から浮体までの距離が、浮体半径の 102 倍もあり、この方法で、これだけの流体域を確保することは困難であり(波の 1 波長につき、60 点程度の計算点が必要)、主旨からはずれるので、浮体中心から、浮体半径の 19 倍の位置で、次のような流速を与え、他の条件は、図-2 の条

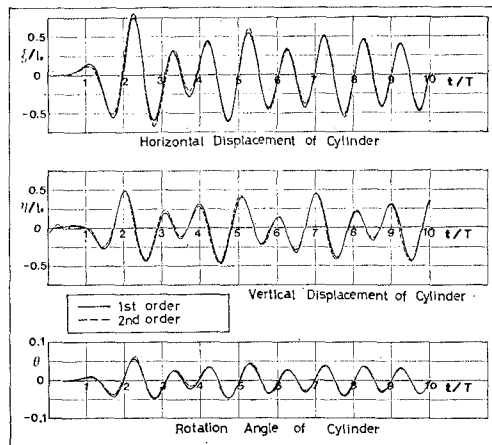


図-4 円形断面係留浮体の水平、鉛直、回転運動

件と同じにした。

$t \leq 0$ のとき,

$$\phi_x = 0$$

$t \geq 0$ のとき,

$$\phi_x = \frac{g\zeta_0 k}{\sigma} \left[\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \sin \sigma t + \zeta_0 k \tanh kh \cdot \frac{3 \cosh 2k(z+h)}{4 \sinh^4 kh} \sin 2\sigma t \right]$$

ζ_0 : 実験における入射波振幅

.....(14)

この図は, wave front の様子が違うために, 図-2 と, 直接, 比較はできないが, やはり, 定常状態までに, 時間が必要であることがわかる。

5. 結 論

ここで示したように, グリーンの公式を用いる方法は, 流体と浮体の連成問題に容易に適用でき, 実験値との一

致も良好である。実験例は, 入射波振幅が小さく, 非線型性の影響が十分に表われていないが, これは, 入射波振幅が大きくなると, 浮体変位も大きくなり, ばねが弾性限界を越え, その対策として, ばねの数を増すと, 浮体自重に比べ, ばねの自重を無視できなくなるからである。また, フーリエ級数展開法では, 関数における零から周期関数への移行部分を, フーリエ級数で完全に近似できないために, 運動の初期に誤差が生じることがあるが, 時間の経過後は問題ない。

参 考 文 献

- 1) 井島武士・永田修一: 水中物体の非定常および定常有限振幅運動の解析, 第 28 回海講論文集, pp. 416~420, Nov. 1981.
- 2) 井島武士・吉田明徳・山本督夫: 任意断面浮体の 2 次元係留運動と波の変形, 土木学会論文報告集, 第 272 号, 1978 年 4 月.