

大断面二次元構造体に作用する波力特性

喜 岡 渉*・角 南 安 紀**

1. ま え が き

着底式ケーソンなど大断面を持つ海洋構造物に作用する波力の算定には、線型回折波理論にもとづくポテンシャル接続法あるいはグリーン関数法が一般的に用いられるようになってきた。しかしながら、通常設計時に与えられるような波形勾配の大きい入射波については線型理論による解析方法では適確な評価は期待できない。入射波として Stokes 波を用いた非線型回折波理論による従来の解析結果は主として半解析的な取り扱いが可能な大口徑円柱に限られており^{1)~3)}、自由表面境界条件の処理の困難さから理論の適用性についてもまだ十分な検討がなされていないといえよう。本研究は任意形状の大断面をもつ二次元構造物について非線型回折波理論の第2次近似解による波力算定法を検討するもので、全没水型の矩形断面体について数値解を求めることにより波圧および波力に及ぼす非線型性の影響を調べるものである。また波圧に関して実験結果と比較することにより理論解の適用性について若干の検討を加えた。

2. 非線型回折波理論に基づく波力算定法

座標軸を図-1に示すようにとり、非粘性、非回転の流体運動を仮定する。また、物体表面 S は連続な外向法線ベクトル $\mathbf{n}$ をもつ任意形状の断面を仮定する。従

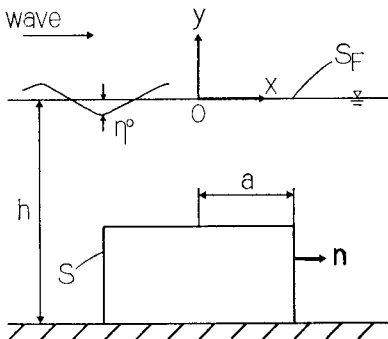


図-1 座標系と記号の定義

来のせつ動法による解析法にしたがい、速度ポテンシャル Φ が微小なパラメーター $\varepsilon=k\eta^0$ (ただし k : 波数, η^0 : 振幅) について式 (1) のように展開できるものとすれば、波力 $\mathbf{F}$ は式 (2) で表わすことができる。

$$\Phi = \varepsilon\Phi^{(1)} + \varepsilon^2\Phi^{(2)} + O(\varepsilon^3) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{または、} \Phi = \varepsilon(\Phi_I^{(1)} + \Phi_S^{(1)}) + \varepsilon^2(\Phi_I^{(2)} + \Phi_S^{(2)}) + O(\varepsilon^3)$$

$$\mathbf{F} = \varepsilon\mathbf{F}^{(1)} + \varepsilon^2\mathbf{F}^{(2)} + O(\varepsilon^3) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $\mathbf{F}^{(1)} = \rho \int_S \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \mathbf{n} dS$, $\mathbf{F}^{(2)} = \rho \int_S \frac{(\nabla \Phi^{(1)})^2}{2} \mathbf{n} dS + \rho \int_S \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial t} \mathbf{n} dS$. ただし、入射波、散乱波ポテンシャルをそれぞれ Φ_I , Φ_S とし、 $\varepsilon\Phi_I^{(1)} + \varepsilon^2\Phi_I^{(2)}$ は Stokes 波理論の第2次近似解として与えられている。また、式 (2) では構造物は水面下に完没しているものとして波圧を $y=\eta$ まで積分することによって生じる第2次近似項は省略してある。線型回折波理論により $\Phi_S^{(1)}$ がすでに与えられているとすれば、式 (2) 中未知の項は $\mathbf{F}^{(2)}$ の第2項、すなわち $\Phi_S^{(2)}$ による波力 $\mathbf{F}_S^{(2)}$ のみとなる。基本周波数を ω として $\Phi_S^{(2)} = \text{Re}\{\phi_S^{(2)} e^{-2i\omega t}\}$ と表わせば、

$$\mathbf{F}_S^{(2)} = \text{Re}\left\{-2i\rho\omega e^{-2i\omega t} \int_S \phi_S^{(2)} \mathbf{n} dS\right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

第2次近似解の散乱波ポテンシャル $\phi_S^{(2)}$ は以下の式および radiation 条件から定義される境界値問題を解くことにより求めることができる。

$$\nabla^2 \phi_S^{(2)} = 0 \quad (-h \leq y \leq 0) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial \phi_S^{(2)}}{\partial y} - 4\nu \phi_S^{(2)} = \gamma, \quad \nu = \omega^2/g \quad (y=0) \quad \dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial \phi_S^{(2)}}{\partial y} = 0 \quad (y=-h) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial \phi_S^{(2)}}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_I^{(2)}}{\partial n} \quad (\text{on } S) \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \gamma = & -\frac{\partial \phi_I^{(2)}}{\partial y} + (4\omega^2/g)\phi_I^{(2)} - i(\omega/2g)\phi_I^{(1)}\frac{\partial}{\partial y} \\ & \cdot \left\{ \frac{\partial \phi_I^{(1)}}{\partial y} - (4\omega^2/g)\phi_I^{(1)} \right\} + i(\omega/g)(\nabla \phi_I^{(1)})^2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (8)$$

いま、拘束波ポテンシャル $\phi_S^{(2)}$ 、自由波ポテンシャル $\phi_S^{(2)}$ により $\phi_S^{(2)} = \phi_{S1}^{(2)} + \phi_{S2}^{(2)}$ と表示できるものとすれば、式 (4)~(7) は次のように変形することができる。

$$\nabla^2 \phi_{S1}^{(2)} = 0, \quad \nabla^2 \phi_{S2}^{(2)} = 0 \quad (-h \leq y \leq 0) \quad \dots\dots (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \phi_{S1}^{(2)}}{\partial y} - 4\nu \phi_{S1}^{(2)} &= \gamma \\ \frac{\partial \phi_{S2}^{(2)}}{\partial y} - 4\nu \phi_{S2}^{(2)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (y=0) \quad \dots\dots\dots (10)$$

* 正会員 Ph.D. 名古屋工業大学助手工学部土木工学科
** 学生員 名古屋工業大学大学院工学研究科

$$\partial \phi_{S1}^{(2)} / \partial y = 0, \quad \partial \phi_{S2}^{(2)} / \partial y = 0 \quad (y = -h) \cdots (11)$$

$$\partial \phi_{S2}^{(2)} / \partial n = -\partial \phi_1^{(2)} / \partial n - \partial \phi_{S1}^{(2)} / \partial n \quad (\text{on } S) \cdots (12)$$

上式 (9)~(11) を満足する $\phi_{S1}^{(2)}$ は自由表面 S_F で γ により規定される圧力分布が加わった境界値問題と同値であり, S_F 上での x 座標を ξ とすれば次のように表わすことができる⁴⁾.

$$\begin{aligned} \phi_{S1}^{(2)}(x, y) &= -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(\xi) d\xi \\ &\quad \cdot \int_0^{\infty} \frac{\cosh \mu(y+h) \cos \mu(x-\xi)}{\mu \sinh \mu h - 4\nu \cosh \mu h} d\mu \\ &\quad - i \frac{\sinh 2kh \cosh 2k(y+h)}{4\nu h + \sinh^2 2kh} \\ &\quad \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(\xi) \cos 2k(x-\xi) d\xi \cdots (13) \end{aligned}$$

上式により物体表面 S 上での $\phi_{S1}^{(2)}$ を求めれば, $\phi_{S2}^{(2)}$ については式 (9)~(12) に示されているように線型回折波理論と数値的に同等な問題に帰着させて解くことができる.

上述の解析方法にしたがい, S_F 上での γ , S 上における $\phi_{S1}^{(2)}$, $\phi_{S2}^{(2)}$ を順次求め, 式 (3) を数値積分することにより波力 $F_S^{(2)}$ を算定することができる. しかしながら, 式 (13) も一般には数値的に求める必要があり, γ の収束性のため特に低周波領域においては多大な計算時間を必要とする. そこで, 式 (4)~(7) に対応する式 (14)~(17) を満足する水平方向 ($m=1$), 鉛直方向 ($m=2$) および物体重心点まわり ($m=3$) の強制振動による倍周波数の radiation ポテンシャル $\tilde{\phi}_m = R_e\{\tilde{\phi}_m e^{-2i\omega t}\}$, $m=1\sim 3$ を求め, 直接式 (3) を算定する.

$$\nabla^2 \tilde{\phi}_m = 0 \quad (-h \leq y \leq 0) \cdots (14)$$

$$\partial \tilde{\phi}_m / \partial y - 4\nu \tilde{\phi}_m = 0 \quad (y=0) \cdots (15)$$

$$\partial \tilde{\phi}_m / \partial y = 0 \quad (y=-h) \cdots (16)$$

$$\partial \tilde{\phi}_m / \partial n = n_m \quad (\text{on } S) \cdots (17)$$

ここで, 物体重心点の深さを d とすれば n_m は次式で与えられる.

$$(n_1, n_2) = \mathbf{n}, \quad n_3 = x n_2 - (y+d) n_1 \cdots (18)$$

式 (17) の境界条件を用いることにより, 式 (3) は次のように表わすことができる.

$$F_S^{(2)} = R_e \left\{ -2i\rho\omega e^{-2i\omega t} \int_S \phi_{S1}^{(2)} \frac{\partial \tilde{\phi}_m}{\partial n} dS \right\} \cdots (19)$$

ただし, $F_S^{(2)}$ はモーメントを示し, $\tilde{\phi}_1$, $\tilde{\phi}_2$ および $\tilde{\phi}_3$ はそれぞれ水平方向波力, 鉛直方向波力およびモーメントに対応する. 上式にさらにグリーン公式を適用すれば, 物体表面上 S と自由境界 S_F 上での積分項の和として次式のように変形することができる⁵⁾.

$$\begin{aligned} F_S^{(2)} = R_e \left\{ 2i\rho\omega e^{-2i\omega t} \int_S \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial n} \tilde{\phi}_m dS \right. \\ \left. - 2i\rho\omega \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(\xi) \tilde{\phi}_m(\xi, 0) d\xi \right\} \cdots (20) \end{aligned}$$

すなわち, 線型理論により γ を, 線型解を求める場合と全く同様な計算方法を用いて $\tilde{\phi}_m$ を求めれば, 上式を数値積分することにより第 2 次近似解による波力をただちに計算することができる.

3. 計算結果と考察

(1) 波力およびモーメント係数

図-1 に示すように, 水深 h の水底に置かれた長さ $2a$ で高さ a の矩形断面について, 倍周波数の radiation ポテンシャル $\tilde{\phi}_m$ を計算することにより第 2 次近似解までの作用波力を求めた. $\phi^{(2)}$, γ および $\tilde{\phi}_m$ の計算にはグリーン関数法を用いた. この場合, 断面は 60 要素線分に分割し, 各要素線分の中分点 (ξ, η) に節点を取り要素内の source 強度は一定とした. また, グリーン関数 $G(x, y; \xi, \eta)$ は式 (21) を, $|x-\xi|$ が小さな値をとるときには収束性の良い式 (22) を用いた⁶⁾.

$$\begin{aligned} G = & \frac{2\pi(k^2 - \nu)}{k(k^2 h - \nu^2 h + \nu)} \cosh k(y+h) \cosh k(\eta+h) \{ \sin k|x-\xi| - i \cos k|x-\xi| \} \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\pi(\mu_n^2 + \nu^2)}{\mu_n(\mu_n^2 h + \nu^2 h - \nu)} \cos \mu_n(y+h) \cos \mu_n(\eta+h) \exp(-\mu_n|x-\xi|) \cdots (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G = & \log r + \log r_1 - 2 \log h \\ & - 2 \int_0^{\infty} \left\{ \frac{\mu + \nu}{\mu} \frac{e^{-\mu h} \cosh \mu(y+h) \cosh \mu(\eta+h) \cos \mu(x-\xi)}{\mu \sinh \mu h - \nu \cosh \mu h} - \frac{e^{-\mu h}}{\mu} \right\} d\mu \\ & - 2\pi i \frac{\nu + h}{\mu} \frac{e^{-\mu h} \sinh kh \cosh k(y+h) \cosh k(\eta+h) \cos k(x-\xi)}{\nu h + \sinh^2 kh} \cdots (22) \end{aligned}$$

ただし,

$$\mu_n \tan(\mu_n h) + \nu = 0 \cdots (23)$$

$$\left. \begin{aligned} r &= \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}, \\ r_1 &= \sqrt{(x-\xi)^2 + (y+2h+\eta)^2} \end{aligned} \right\} \cdots (24)$$

また, 式 (20) の第 2 項は自由表面についての無限積分

であるが, γ が波長の 1.5 倍程度でほぼ消滅するため, $-15a \leq \xi \leq 15a$ の範囲で計算した.

図-2 に水平方向, 鉛直方向の波力係数およびモーメント係数の計算結果を示す. ここで, 入射波振幅は $\eta^0/a = 0.18$ とし, モーメント係数は底面中心点まわりの

のである。水深が $h/a=1.5, 2.0$ の各ケースでは第2次近似解による各係数値は第1次近似解に比べてすべて大きく、全没水型の構造物についても非線型効果は無視でき

ないことがわかる。ただし、 $ka < 0.2$ においては各係数値が急増する結果を得たが、この領域ではすでに Stokes 波理論そのものが成り立たないことから計算結果から除外した。

(2) 波圧に関する実験結果との比較検討

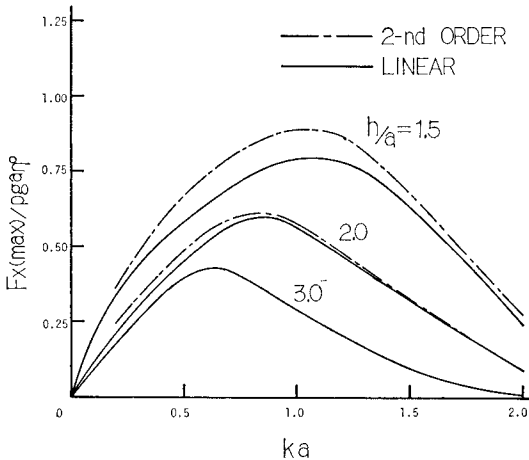
理論解の適用性を調べるため、(1) の解析条件と同様な矩形断面について各点の波圧を測定し数値解との比較を行なった。ただし、式 (20) を用いる解析方法では波圧を求めることができないため、式 (13) から $\phi_{12}^{(2)}$ を計算しグリーン関数法により $\phi_{12}^{(2)}$ を算定することにより断面上の波圧を求めた。

実験は長さ 27 m, 幅 60 cm, 深さ 120 cm の二次元波水槽を用いて行った。水槽のほぼ中央に長さ 50 cm, 高さ 25 cm の木製の矩形断面を設置し、水槽他端には反射波を防ぐために消波装置を設けた。波圧は断面に取り付けた波圧計により、また入射波高は断面を取り除いた状態で抵抗線式波高計によって測定した。実験においては、水深 h は 37.5 cm と 50 cm の2ケースとし、入射波については周期 $T=0.8 \text{ sec} \sim 2.2 \text{ sec}$, 波高 $H=8.2 \text{ cm} \sim 10 \text{ cm}$ とした。なお、波圧の測定点は断面の上面および両側面それぞれの中分点の計3点とした。

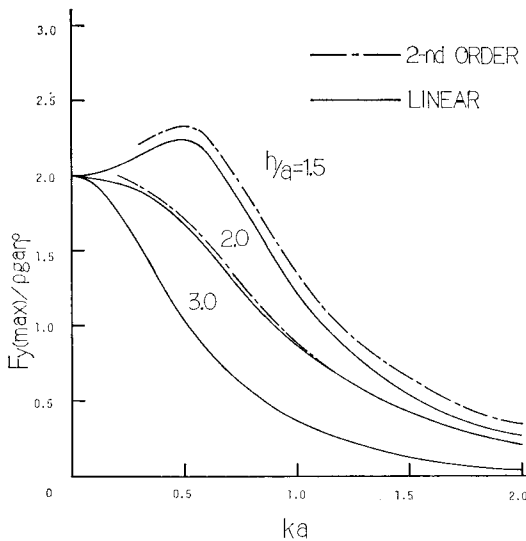
図-3は無次元表示した波圧 $p/\rho g(H/2)$ の時間的変化について実験結果および計算結果を示したものである。図中、実線、一点鎖線および破線はそれぞれ第1次近似解、第2次近似解および実験値を表わす。このうち (a) は水深比 $h/a=2.0$ における物体前面での波圧波形を示し、ここに示していないケースも含めて $h/a=2.0$ では実験結果は第2次近似解とよく一致している。ただし、波圧の最大値については第1次近似解と第2次近似解の差異は小さい。図-3 (b)~(d) は没水深が小さい $h/a=1.5$ のケースについて物体の前面、上面および後面での波圧波形を示したものである。これらの図によれば、第2次近似解による理論値は定性的には実験結果と一致しているが、波圧強度の理論値と実験値の差異は波長が比較的大きい場合において物体後面で著しい。これは、物体上面を通過する波が砕波に至り上面後端付近で波高が急減したため、(b)における側面前後での波圧の差異はきわめて大きい。

4. 結 語

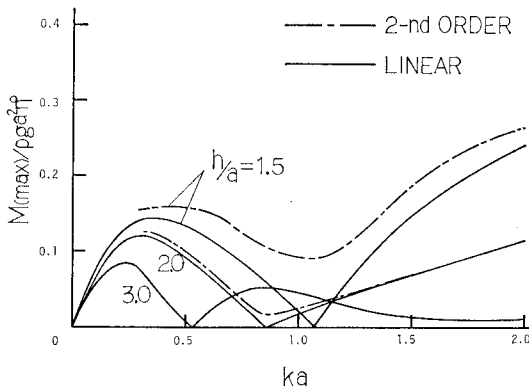
非線型回折波理論の第2次近似解の解析方法、特に自由表面境界条件の取り扱いについて検討し、二次元矩形断面体に作用する波圧・波力を求めた。波圧について数値解を実験結果と比較することにより解析理論の妥当性を調べた結果、水深・波長比の小さい場合を除いて理論解は実験値とよく一致することがわかった。しかしながら、水深・波長比の小さい場合には、入射波として仮定した Stokes 波理論そのものが適用できなくなることと、



(a) 水平方向の波力係数



(b) 鉛直方向の波力係数



(c) モーメント係数

図-2 波力・モーメント係数

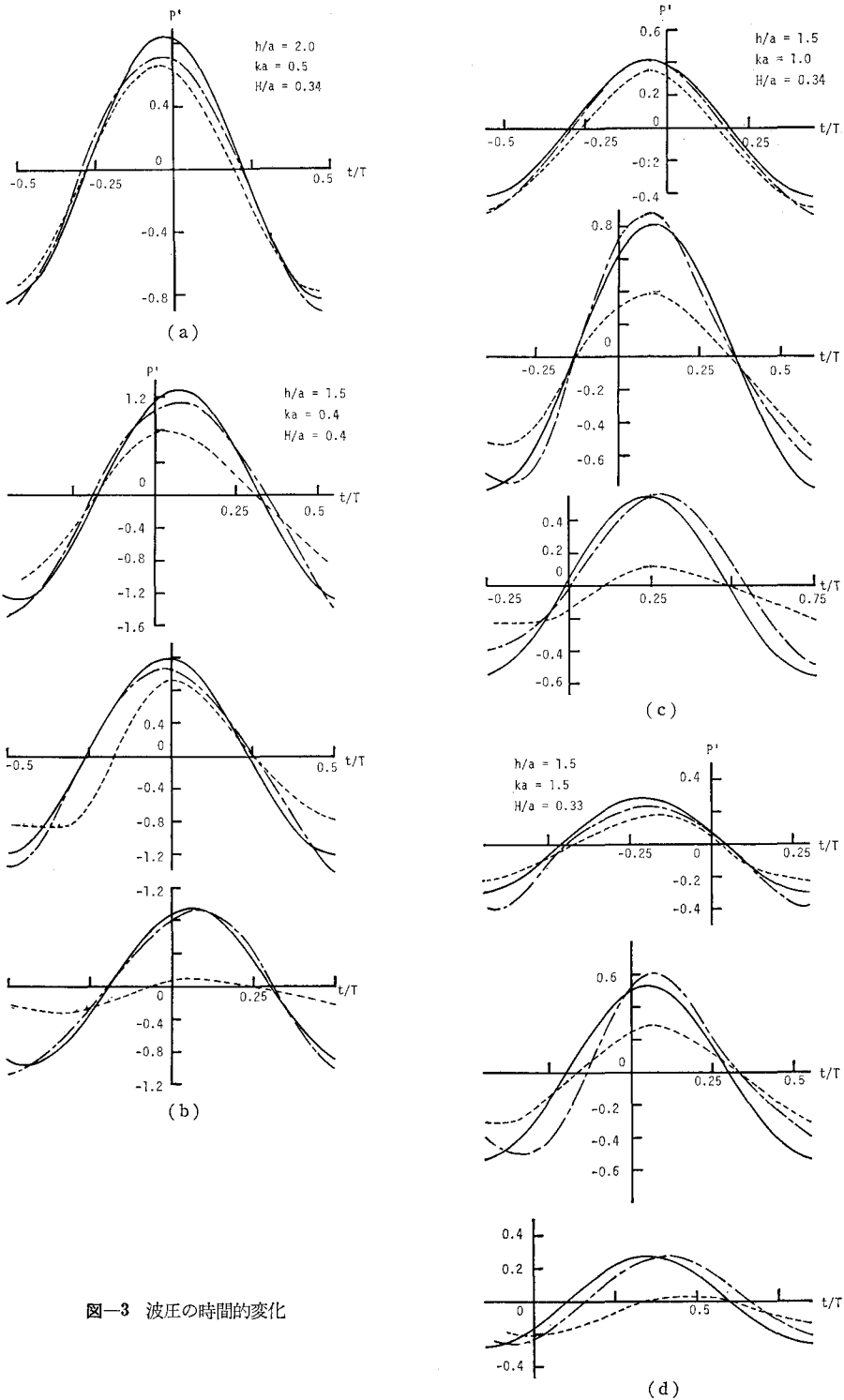


図-3 波圧の時間的変化

構造体上面において砕波を起こすことから、本解析方法の適用性には問題があるといわねばならない。完没型の構造物に対して波の非線型性の影響の強い領域での波力

評価にあたっては、今後構造物上面付近で生じる最高波を取り扱う算定方法の検討を行なう必要がある。

参 考 文 献

- 1) Chakrabarti, S. K.: Nonlinear wave forces on vertical cylinder, Proc. of ASCE, Vol. 98, No. HY11, pp. 1895~1909, 1972.
 - 2) 山口正隆・土屋義人: 大口径円柱に作用する波圧・波力に及ぼす波の非線型性の影響, 土木学会論文報告集, 第229号, pp. 41~53, 1974.
 - 3) Raman, H. and P. Venkatarasaiah: Forces due to nonlinear waves on vertical cylinders, Proc. of ASCE, Vol. 102, No. WW3, pp. 301~316, 1976.
 - 4) Wehasen, J. V. and E. V. Laitone: Surface waves, Encyclopedia of Physics, Vol. 9, Springer-Verlag, pp. 446~778, 1960.
 - 5) Newman, J. N.: The exciting forces on fixed bodies in waves, J. of Ship Res., Vol. 6, pp. 10~17, 1962.
 - 6) 前出 4).
-