

海浜循環流の数値シミュレーション

西 村 仁 嗣*

1. 緒 言

本研究の目的は任意の海浜地形を対象とし、与えられた入射波に対応する定常的な海浜流の場をシミュレートするための数値モデルを構成することである。波の計算に関しては減衰項を導入することによって一般の地形に対する適用を可能とし、また流れについては波との共存場における摩擦項の合理的な表示を考える。

全体の系は移流項等の非線形項ならびに波と流れの干渉項をほぼ完全にとり入れた形となっている。ただし、波の反射・回折は一切考慮されていない。静水状態から出発して定常的な海浜流の場に至る遷移過程を差分法によって計算するが、厳密な意味で非定常解析を行なうわけではない。すなわち、波の場の計算に際しては非定常項を除去し、また流れの定常化を早めるために底面摩擦係数を調節するといった便宜的な操作が加えられる。

最終節においては上記のモデルによる一連の試算例を示し、その一部については実験結果との照合を行なうこととする。

2. 波 の 計 算^{1),2)}

海浜流の計算に先立ち、砕波帯内外の波の場を知る必要がある。対象水域内の各地点で単一の進行波のみが存在するものとし、波数ベクトル場の非回転性に基づいて屈折に伴う波向の変化を計算する。静水面上に直交座標系 (x, y) をとり、波の進行方向が x 軸の正方向に対してなす角を θ 、波数を k とすれば

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial \theta}{\partial y} \sin \theta + \frac{1}{k} \frac{\partial k}{\partial x} \sin \theta - \frac{1}{k} \frac{\partial k}{\partial y} \cos \theta = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここでは波と流れの共存場を考えているので、波の角周波数を ω 、海浜流の x, y 軸方向成分をそれぞれ U, V として、分散関係式は

$$\omega = \sqrt{gk \tanh kd} + k(U \cos \theta + V \sin \theta) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 g は重力加速度、 d は平均水位の上昇量をも含めた実質水深である。

一方、波高は波動エネルギーの保存則に基づいて計算する。単位水面積当りの波動エネルギーを E として、

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(U + C_g \cos \theta)E] \\ + \frac{\partial}{\partial y} [(V + C_g \sin \theta)E] + S + D = 0 \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ただし、 C_g は波の群速度で、

$$C_g = n \sqrt{(g/k) \tanh kd}, \quad n = (1 + 2kd / \sinh 2kd) / 2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

また、 S は波に伴う radiation stress と流れの干渉項で、

$$S = \sigma_{xx} \frac{\partial U}{\partial x} + \sigma_{xy} \frac{\partial U}{\partial y} + \sigma_{yx} \frac{\partial V}{\partial x} + \sigma_{yy} \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} &= (n \cos^2 \theta + n - 1/2)E \\ \sigma_{yy} &= (n \sin^2 \theta + n - 1/2)E \\ \sigma_{xy} &= \sigma_{yx} = n \cos \theta \sin \theta \cdot E \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(3)左辺の最後の項 D は減衰項であって、これをその地点におけるエネルギー・フラックスに比例し、水深に反比例する形に書けば

$$D = \lambda C_g E / d \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 λ は無次元の係数である。

一様勾配斜面上の砕波限界およびその後の波高変化については簡単な関係式 $H = \gamma d$ がかなりの妥当性を有することが知られている。しかし、この間に波は著しく変形するので、微小振幅波形を仮定して単純に波高 H を波動エネルギー E に結び付けることはできない。磯部

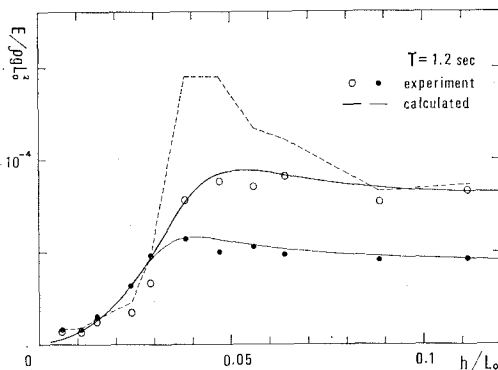


図-1 波動エネルギーの変化

らはこの点を考慮に入れて実測された時間波形から波動エネルギーの分布状態を推算し、図—1 のような結果を得ている³⁾。図中の記号 h は静水時の水深、 L_0 は沖波波長である。同図中の破線は ○ 印のケースについて見かけ上の波高 H から $E = \rho g H^2 / 8$ を求めたものであり、とくに砕波点前後でこれが相当な過大評価となることがわかる。実際には E の値の低減は砕波点より沖側で始まり、滑らかに推移する。これをモデル化して用いることは、砕波点における radiation stress の変化率の不連続性を除去する意味で合理的である。

いま、実効波高 H_* を

$$E = \rho g H_*^2 / 8 \quad \dots\dots\dots (8)$$

によって定義すると、式 (3) は H_* について次のように書き改められる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_*}{\partial t} + (U + C_g \cos \theta) \frac{\partial H_*}{\partial x} + (V + C_g \sin \theta) \frac{\partial H_*}{\partial y} \\ + \left[\frac{\partial}{\partial x} (U + C_g \cos \theta) + \frac{\partial}{\partial y} (V + C_g \sin \theta) \right. \\ \left. + \frac{S}{E} + \frac{\lambda}{d} C_g \right] \frac{H_*}{2} = 0 \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

エネルギー減衰に関する係数 λ を

$$\lambda = \alpha \exp(\beta H_*/d) \quad \dots\dots\dots (10)$$

の形に仮定して式 (9) を数値積分した結果が、それぞれの実験条件に対応して 図—1 中に実線で示されている。ここで用いた定数値は $\alpha = 2 \times 10^{-5}$ および $\beta = 13$ である。

3. 流れの計算²⁾

平均流速成分 U, V および平均水位の上昇量 η に関する運動方程式ならびに連続式はそれぞれ次のように書かれる。

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} + R_x + F_x + M_x &= 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} + R_y + F_y + M_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (Ud) + \frac{\partial}{\partial y} (Vd) = 0, \quad d = h + \eta \quad \dots\dots\dots (12)$$

上式中の R_x および R_y は流れを誘起する radiation stress 項であって、

$$R_x = \frac{1}{\rho d} \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} \right), \quad R_y = \frac{1}{\rho d} \left(\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} \right) \quad \dots\dots\dots (13)$$

F_x および F_y は底面摩擦項である。波と流れの共存場における摩擦力に関しては未だ定説がないので、ここでは従来の試行にならい、瞬間的な合成流速について定常流における同様の表示が成立するものとする。波に伴う底面近傍の水粒子速度の x, y 軸方向成分を

u', v' とすれば、合成流速成分はそれぞれ $u = U + u', v = V + v'$ である。このとき、

$$F_x = f \cdot u \sqrt{u^2 + v^2} / d, \quad F_y = f \cdot v \sqrt{u^2 + v^2} / d \quad \dots\dots\dots (14)$$

ただし、 f は摩擦係数であり、—— は一周期にわたる平均を表わす。 u' および v' に正弦波形を与えて厳密に平均操作を行なうことは、いたずらに表示を煩雑とするのみで必ずしも本質的ではない。そこで、これらを絶対流速の積分値において等価な短形波振動で置き換え、近似的な平均値を求めると次の表示を得る。

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{fW}{d} \left[\left(1 + \frac{w^2}{W^2} \cos^2 \theta \right) U + \frac{w^2}{W^2} \cos \theta \sin \theta \cdot V \right] \\ F_y &= \frac{fW}{d} \left[\frac{w^2}{W^2} \cos \theta \sin \theta \cdot U + \left(1 + \frac{w^2}{W^2} \sin^2 \theta \right) V \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\begin{aligned} W &= [\sqrt{U^2 + V^2 + w^2} + 2(U \cos \alpha + V \sin \alpha)w \\ &\quad + \sqrt{U^2 + V^2 + w^2} - 2(U \cos \alpha + V \sin \alpha)w] / 2 \\ w &= \omega H_*/\pi \sinh kd \end{aligned}$$

式 (9) 中の M_x および M_y は水平拡散項で、

$$\begin{aligned} M_x &= - \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_{xx} \frac{\partial U}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon_{xy} \frac{\partial U}{\partial y} \right) \\ M_y &= - \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_{yx} \frac{\partial V}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon_{yy} \frac{\partial V}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (16)$$

これらは主として砕波帯内に生じる乱れに起因する力であるが、その実態に関する我々の知見は極めて不十分である。前節で論じられた波動エネルギーの減衰についても砕波が支配的な要因となっており、この現象もまた乱れに依存するものと推察される。そこで、拡散係数をエネルギー減衰率に比例する共通の値

$$\epsilon = \mu D \quad \dots\dots\dots (17)$$

で与えることにする。ここに、 μ は無次元の定数である。

4. 計算の方法

対象水域を x, y 軸方向の等間隔の格子で覆い、前節までに示した各種の方程式を差分表示に改めて、時間ステップ毎に各計算点における波向、波高、平均流速成分、平均水位の上昇量等の分布を繰返し計算する。計算の便宜上、平均流速成分 U, V の計算点はこの諸量の計算点とそれぞれ x, y 軸方向に半格子間隔だけずらした形とし (図—2)、空間的には原則として中央差分、時間的には前進差分をとる。

具体的な計算の手順は次の通りである。

- ① 式 (2) によって各点の波数 k を求める。
- ② 沖側端点で入射波高を与え、これから岸に向かって各点の波向 θ を算定する。この計算には式 (1) を用いるが、差分化に際しては波向の岸沖方向微分を前方差分で表示し、岸側の波向値を未知量として解

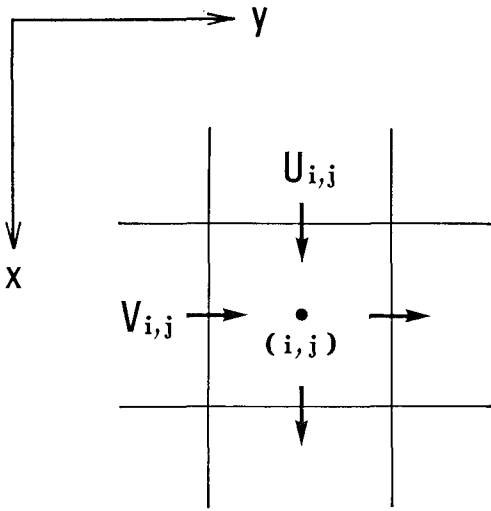


図-2 計算格子

く。

- ③ 全く同様に式(9)から各点の実効波高 H_* を算定する。ただし、時間微分項は除去する。
- ④ 運動方程式(12)中の各項を評価し、流速成分 U および V の時間的増分を求めて、新たな時間ステップにおける平均流速分布を決定する。
- ⑤ 連続式(13)から平均水位の上昇量 η の時間的増分を求め、新たな時間ステップにおけるその平面分布を定める。

静水状態を初期値として定常的な流れが得られるまで以上の計算を繰り返すが、前半の波の計算は流速場に有意な差異が生じる度に実行すれば十分である。上記の説明から明らかなように、波の計算は定常現象に関するものとなっている。本計算の目的は一定の入射波条件に応じて発生し、最終的に平衡状態に達した流れの場を求めることにあるので、その過程を厳密に追う必要はない。換言すれば流れに関する方程式中の時間項は各ステップの補正量を評価するための残差項として利用されているに過ぎない。

同じ理由から計算時間間隔も比較的自由にとることができる。計算の安定性維持の観点から、流速の補正量が過大とならないよう、ステップ毎に時間間隔を定めて行けばよい。このような手順で実際に計算を行なうと、静水状態に突然 radiation stress を作用させるため、水域全般に及ぶ規模の振動が生じて容易には減衰しない。この問題は計算開始当初大きな底面摩擦係数を与えて流れの加速を抑制し、計算の進行とともに所期の値まで係数値を低下させることによって解決される。

ある計算ステップにおいて未定義の諸量が必要となる場合は直前の定義値をそのまま用いる。また、流速の計算点における水深等、本来の定義点以外の位置での諸量

は周囲の2点もしくは4点の値から随時内挿して与える。

この種の計算における最も困難な問題の一つは境界条件の取り扱いにある。とくに自然海浜の一部を計算領域として側方境界を適宜に定めた場合には、当然その境界上の流れの条件を外的に与えざるを得ず、その条件が全域の流れの状況を決定的にもあり得る。これは数値計算特有の問題というわけではなく、模型実験においても全く同様である。

5. 試算例

長さ約 2 m、幅員 1.5 m の長方形の模型閉水域を想定し、図-3 に示すように x 軸および y 軸をとる。水域の底面は主方向勾配 1/9 の一様な固定斜面となっており、静水汀線は y 軸方向に対して 22.3° の傾角を有する。入射波周期は 0.64 sec、入射波高は水域の沖側端で一様で 4 cm、入射方向は x 軸の負方向とする。このような理想化された地形ならびに入射波条件に対して上述の数値モデルを適用したところ、2000 ステップの繰返し計算の結果として図-4 のような循環流況を得た。ただし、図中の破線は静水汀線であり、流速ベクトルは4点毎の流速値を平均したものとなっている。

この場合側方境界としては固定直立壁を考えているので、側端の各点における流れの条件は $V=0$ である。流れと水深変化のために波は屈折し、両側壁近傍は反射波との重合領域となる。本計算の条件下では回折波領域は殆んど存在しない。ここでは反射波および回折波の存在を考慮せず、側端の波の条件は水域の内波の分布から直線的に外挿して与えた。

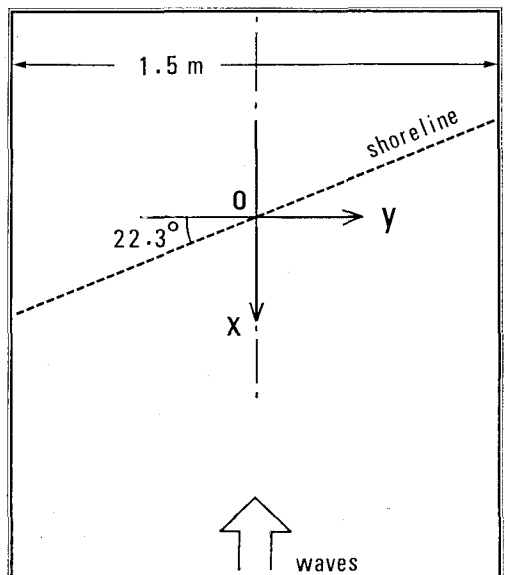
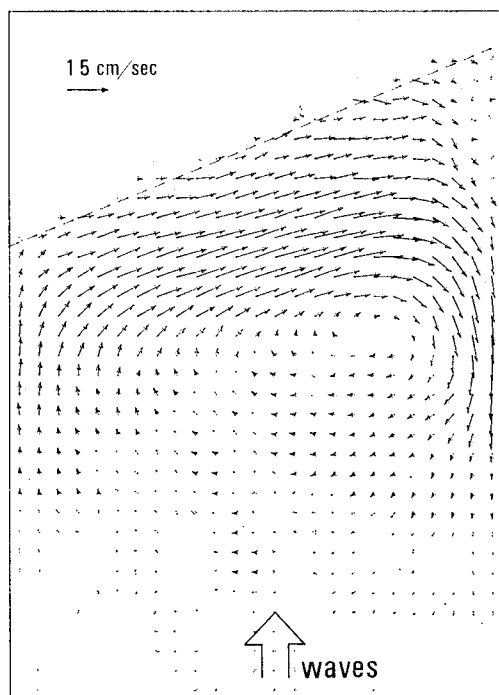


図-3 計算領域



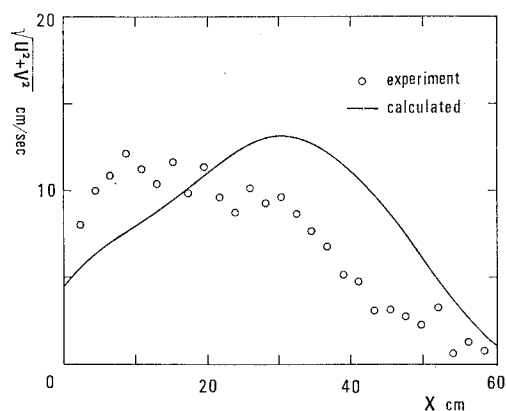
図—4 循環流 (1)

汀線側境界は平均水位の上昇によっていく分変動する。実質水深の極めて小さい領域については計算が物理的な意味を失なうので、ここでは実質水深が 5 mm 以下となる計算点は対象領域から除外し、これらの点ではすべての流速成分を 0 とした。

格子間隔は 3 cm, 流速補正量の上限は 5 mm/sec, 式 (17) 中の係数 $\mu=0.2$ とした。また、摩擦係数は計算開始当初 $f=0.2$ とし、50 ステップ毎にその値を 10% ずつ減じて最終的に $f=0.02$ とした。波向および波高の補正は 20 ステップ毎に行なった。

一方、同様の条件下で模型実験を行ない、波および沿岸流の状況を調べたり、流速測定には小型可逆プロベラ式流速計を用いた。実験水槽の長さは 17 m, 幅員は 3.2 m であり、上述の計算はその沿岸域のみをとって幅員を縮小した形になっている。これは沖側の一様水深領域では有意な流れが存在せず、また水槽の中央域では汀線方向にほぼ一様な現象が生じているとの判断から演算時間の節減を図ったものである。

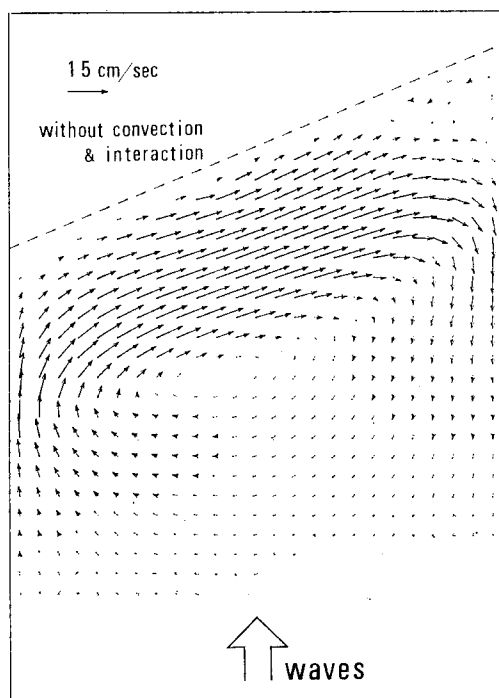
計算上の波高は実効波高であって実測波高と直接比較することはできないが、その砕波前後の低減傾向、沿岸方向の分布ともにほぼ満足すべき結果となっている。図—4 に示された循環流の平面形態も受け入れ得るものである。しかしながら、沿岸流速の岸沖分布に関して計算値と実測値を比較した図—5を見ると、実際の沿岸流は計算上のそれに比して大きく岸側に寄っている。全く同様の分布は水口による類似の実験においても観察されて



図—5 沿岸流速の岸沖分布

いる⁹⁾。摩擦係数および拡散係数として極端な値を与えることによって現実の流況を再現することは可能であるかも知れないが、これは swash zone の水理とも関連する問題であり、今後慎重に検討を加えて行く必要がある。

式 (6) で記述される radiation stress に流れの生因を求めるこの種のモデルでは、概して波動エネルギーの低減状況が流れの分布を直接規定する結果になる。この場合にも砕波直後の急激なエネルギー減少に対応する形で計算上の沿岸流のピークが生じている。砕波線付近に bar が存在するような地形についても試算を行なったが、波高が段階的に低下すると、それぞれの勾配に対応して複数の循環流が現われる。



図—6 循環流 (2)

同等の計算条件下で移流項を無視すると、循環流の中心が水域の中央側に移動し、離岸流の幅が広がってしまう。波と流れの相互干渉を無視した場合にも同じ傾向が現われる。図-6 はこれらの双方を無視した場合の計算結果であるが、海浜循環流の特徴を表わしたものとはいえない。定性的に正しい流況を求める上でもこれらの項が重要な意味を持つことがわかる。

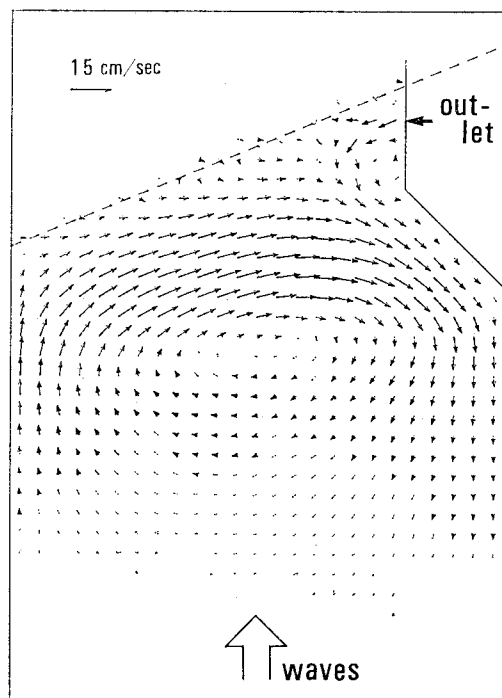


図-7 循環流 (3)

最後に地形境界が複雑化した場合の計算結果の一例を図-7 に示す。計算条件は上述の計算におけると殆んど同様であるが、ここでは側方に人工構造物による遮蔽域と沿岸流と対向する方向の放水が想定されている。放水流速は最大値 10 cm/sec の放物線分布をなすものとし、領域内の総水量に有意な影響が現われない段階で計算が終了しているの、計算境界からの流出は無視した。同時に沿岸流の上手側に遮蔽域を置き、順方向の放水を与えた場合の計算も行なったが、これらが全般の流況に及ぼす影響は図-7 におけるほど顕著ではない。

謝辞: この研究を進めるに当たり、種々の御支援を賜わった東京大学工学部 堀川清司教授、また計算に際して御協力を頂いた電力中央研究所 丸山康樹氏に深甚の謝意を表する。

参考文献

- 1) Noda, E. K., C. J. Sonu, V. C. Rupert and J. I. Collins: Nearshore circulations under sea breeze conditions and wave-current interactions in the surf zone, Tech. Rept. No. TC-149-4, Tetra Tech, Inc., Pasadena, Cal., 216 p., 1974.
- 2) Phillips, O. M.: The Dynamics of the Upper Ocean, Cambridge Univ. Press, London, 261 p., 1969.
- 3) 磯部雅彦・西村仁嗣・柄登志彦: 不規則波の碎波変形に関する実験的研究, 第27回海講論文集, pp. 139~142, 1980.
- 4) 土屋義人他: 高潮の発生機構とその極値に関する研究, 3.3 浅海域における波浪の変形 (西村仁嗣), 自然災害特別研究研究成果, No. A-56-4, pp. 80~88, 1981.
- 5) 本間 仁(監)・堀川清司(編): 碎波帯のダイナミクスに関する共同研究 (その1, 自然海岸), 3-5 検証実験 (水口優), 海岸環境工学研究センター, Rept. No. 8, pp. 130~135, 1979.