

一方向流を伴う振動流に関する実験

田 中 仁*・首 藤 伸 夫**

1. はじめに

波動場における底質移動量, 波高減衰の算定に当たり, 底面剪断力に関する知識は, 必要不可欠なものである。

振動流のみのケースについては, Jonsson¹⁾, Kajiura^{2), 3)}, Riedel, Kamphuis and Brebner⁴⁾ 等の研究をはじめ, 数多くの研究成果が発表されており, 壁面摩擦力の算定が可能である。しかし, 実際の自然現象における波は, 一方向流に重畳したかたちで存在することが多い。

そこで以前に著者らは, Kajiura²⁾ の理論をもとに, 波・流れ共存時の抵抗則を導いた⁵⁾ (以下, 文献 5 を前報と呼ぶこととする)。前報においては, 渦動粘性係数を時間的に不変とし, また, 底面から自由表面まで直線的な分布を仮定した一層モデルを用いて, 方程式系を完結させている。ただし, 現在までのところ, 波・流れ共存時の水理現象に関する実験例は数少なく, 著者等のモデルの適否を判断するには不十分であった。

そこで, 今回, 風洞を用いて一方向流を伴う振動流に関する実験を行ない, モデルの妥当性を検証した。また, 新たに, 二層モデルによる解を導き, 両者の相違, 適用限界を明らかにした。従来, 波・流れ共存時の二層モデルとしては, Grant and Madsen⁶⁾ のものがある。彼らのモデルでは, 内層・外層の接続点として, Kajiura³⁾ のモデルを準用しており, 定常流成分の影響を無視している。また, 定常成分の代表流速について, 物理的意味が不明確である。本論文における二層モデルでは, これらの点が改良されている。

2. 二層モデルについて

ここでは, Mellor and Gibson⁷⁾ をもとに, 次式の様に内層・外層において渦動粘性係数を仮定する。

$$K_z = \begin{cases} \kappa \hat{u}_{cw}^* z & \text{for } 0 < z < d \quad (1) \\ K \cdot \text{Max} \left\{ \int_0^{z_h} (U - u) dz \right\} = \kappa \hat{u}_{cw}^* d & \text{for } d < z < z_h \quad (2) \end{cases}$$

ここに, K_z : 渦動粘性係数, κ : カルマン定数(=0.4),

$\hat{u}_{cw}^*$: 底面摩擦速度の最大値(= $\sqrt{\tau_{0m}/\rho}$), z : 底面から鉛直上方に測った距離, d : 内層の上端, K : 定数(=0.016), z_h : 開水路においては水深, 平行壁間流においては壁間距離の 1/2, u, U : 境界層内, 及び外縁における水平方向流速であり, Max は { } の内の関数の最大値をとることを表わす。以下では, 添字“c”, “w”により, それぞれ, 定常成分, 振動成分を表わすものとする。また, ここでは簡単のために波と流れは同方向に進むものとする。

まず, 定常流成分について考える。

内層においては, 剪断応力一定と考えて次式を得る。

$$\tau_c = \rho u_c^{*2} = \rho \kappa \hat{u}_{cw}^* z \frac{\partial u_c}{\partial z} \quad (3)$$

これを解いて,

$$u_c = \frac{u_c^{*2}}{\kappa \hat{u}_{cw}^*} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (4)$$

となる。ここに, z_0 : 粗度長さ。一方, 外層においては, 水表面で剪断力零とする。

$$\rho u_c^{*2} \left(1 - \frac{z}{z_h} \right) = \rho \kappa \hat{u}_{cw}^* d \frac{\partial u_c}{\partial z} \quad (5)$$

$$\therefore u_c = \frac{u_c^{*2}}{\kappa \hat{u}_{cw}^*} \left\{ \frac{1}{d} \left(z - \frac{z^2}{2z_h} \right) + \ln \left(\alpha \frac{z_h}{z_0} \right) - 1 + \frac{\alpha}{2} \right\} \quad (6)$$

ここに, $\alpha = d/z_h$ であり, 積分定数は, $z = d$ における流速の連続条件より定めた。式 (4), 式 (6) により, 定常成分の流速分布が与えられた。式中の u_c^{*2} は, 断面平均流速 $\bar{u}_c$ を用いて次の様に表わされる。

$$u_c^{*2} = \kappa \bar{u}_c \hat{u}_{cw}^* \left/ \left\{ \ln \left(\alpha \frac{z_h}{z_0} \right) + \frac{1}{3\alpha} - \frac{\alpha^2}{3} - 1 \right\} \right. \quad (7)$$

一方, 波動成分については, 線型境界層方程式を用いる。すなわち,

$$\frac{\partial}{\partial t} (u_w - U_w) = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial u_w}{\partial z} \right) \quad (8)$$

$U_w - u_w = v = \hat{v} e^{i\sigma t}$ (σ : 角振動数) において, 次式を得る。

$$K_z \hat{v}'' + K_z' \hat{v}' - i\sigma \hat{v} = 0 \quad (9)$$

ここに, ダッシュは, z に関する微分を表わす。

内層については, 式 (1) と式 (9) を用いることにより, 前報と同一の解を得る。

* 学生会員 工修 東北大学大学院工学研究科

** 正 会 員 工博 東北大学教授 土木工学科

$$\dot{v}=A_1J_0(\xi)+A_2N_0(\xi)\cdots\cdots(10)$$

ここに、 A_1, A_2 : 積分定数、 J_0, N_0 : 零次のベッセル関数、ノイマン関数、 $\xi=2e^{-i\pi/4}\sqrt{cz}$ 、 $c=\sigma/(\kappa\hat{u}_{cw}^*)$ である。

一方外層の解は、次の様になる。

$$\dot{v}=B_1e^\zeta+B_2e^{-\zeta}\cdots\cdots(11)$$

ここに、 B_1, B_2 : 積分定数、 $\zeta=\sqrt{cd}e^{i\pi/4}z$ である。

境界条件として、① $z=z_0$ で $u_w=0$ 、② $z=d$ で、 u_w が連続、③ $z=d$ で $\partial u_w/\partial z$ が連続、④ $z=z_h$ で剪断力がゼロ、の4つを用いると、積分定数が定まり、次式を得る。

$$A_1=2\hat{U}_w\left\{iN_0(\xi_a)\sinh\left(\zeta_h-\frac{i\xi_a}{2}\right)-N_1(\xi_a)\cosh\left(\zeta_h-\frac{i\xi_a}{2}\right)\right\}/D\cdots\cdots(12)$$

$$A_2=-2\hat{U}_w\left\{iJ_0(\xi_a)\sinh\left(\zeta_h-\frac{i\xi_a}{2}\right)-J_1(\xi_a)\cosh\left(\zeta_h-\frac{i\xi_a}{2}\right)\right\}/D\cdots\cdots(13)$$

$$B_1=-\hat{U}_we^{-\zeta}\{J_0(\xi_a)N_1(\xi_a)-N_0(\xi_a)J_1(\xi_a)\}/D\cdots\cdots(14)$$

$$B_2=-\hat{U}_we^{\zeta}\{J_0(\xi_a)N_1(\xi_a)-N_0(\xi_a)J_1(\xi_a)\}/D\cdots\cdots(15)$$

ここに、

$$D=2i\sinh\left(\zeta_h-\frac{i\xi_a}{2}\right)\{J_0(\xi_0)N_0(\xi_a)-N_0(\xi_0)J_0(\xi_a)\}-2\cosh\left(\zeta_h-\frac{i\xi_a}{2}\right)\{J_0(\xi_0)N_1(\xi_a)-N_0(\xi_0)J_1(\xi_a)\}\cdots\cdots(16)$$

$\xi_a=2e^{-i\pi/4}\sqrt{cd}$ 、 $\xi_0=2e^{-i\pi/4}\sqrt{cz_0}$ 、 $\zeta_a=\sqrt{cd}e^{i\pi/4}z_h$ 、 J_1, N_1 : 1次のベッセル関数、ノイマン関数、 $\hat{U}_w: U_w$ の振幅である。

以上により、共存時の流速が求まった。 $z=z_0$ における勾配より、底面剪断力 τ_0 は、

$$\tau_0=\rho K_z\partial u/\partial z|_{z=z_0}=\rho\hat{u}_{cw}^{*2}+\rho\sqrt{\kappa\hat{u}_{cw}^*\sigma z_0}\{A_1J_1(\xi_0)+A_2N_1(\xi_0)\}e^{-i\pi/4}e^{i\sigma t}\cdots\cdots(17)$$

となる。ここで [] 内の関数を $\hat{U}_wAe^{i\theta}$ (A, θ : 実数)とおけば、 θ は、境界層外縁流速に対する、底面剪断力の位相の進みを表わしている、式(17)の最大値をとると、

$$\frac{\hat{u}_{cw}^*}{\hat{U}_w}=\frac{\kappa}{\ln\left(\alpha\frac{z_h}{z_0}\right)+\frac{1}{3\alpha}-\frac{\alpha^2}{3}-1}\cdot\frac{\hat{u}_c}{\hat{U}_w}+\sqrt{\frac{\kappa\sigma z_0}{\hat{u}_{cw}^*}}\cdot A\cdots\cdots(18)$$

となる。上式における α 、すなわち、 K_z の接続点に関する情報を得るために、式(2)を用いる。式(2)を、定常成分、非定常成分に分け、前記の流速値を代入し、次式を得る。

$$\kappa\frac{\hat{u}_{cw}^*}{\hat{U}_w}\cdot\alpha=K\left\{\sqrt{\frac{\kappa\hat{u}_{cw}^*}{\sigma z_0}}\cdot\frac{z_0}{z_h}\cdot A\right.$$

$$\left.+\frac{\hat{u}_c}{\hat{U}_w}\frac{\frac{\alpha}{2}+\frac{\alpha^2}{3}+\frac{1}{6\alpha}}{\ln\left(\alpha\frac{z_h}{z_0}\right)+\frac{1}{3\alpha}-\frac{\alpha^2}{3}-1}\right\}\cdots\cdots(19)$$

ここで、波・流れ共存時の摩擦係数を、前報と同様に次式で定義する。

$$\tau_{0m}=\rho\hat{u}_{cw}^{*2}=\frac{\rho}{2}f_{cw}\hat{U}_w^2\cdots\cdots(20)$$

以上より、式(18)、(19)を連立させれば、 f_{cw} 、 θ 、および α が、 $\hat{U}_w/\sigma z_0$ 、 z_h/z_0 、 $\hat{u}_c/\hat{U}_w$ の関数として表わされる。

なお、これまでの議論は、粗面に関するものであったが、前報と同様に、粗度長さを粘性底層厚と置き換えれば、滑面に対する抵抗則が導かれる。支配パラメータは、 $\hat{U}_wam/\nu$ 、 z_h/am 、 $\hat{u}_c/\hat{U}_w$ であり、ここに、 $am=\hat{U}_w/\sigma$ である。

数値計算例を、図-1、図-2に示した。図中には、一層モデルによる理論値も描かれている。図より、底面剪断力の最大値については、一層モデル、二層モデルのいずれを用いても大差ないが、位相差については、差異を生じることがわかる。両モデルと実験値との比較は、第4節で行なう。

3. 実験装置と方法

今回の実験に使用した装置の概要を図-3に示す。装置はアクリル製で全長6m、10cm×15cmの矩形断面を有する。上流端にはピストンが取り付けられており、正弦的な運動を行なう。一方向流を発生させるために、当初は図-3のピストン(A)の様な開閉弁を用いた。平均流速の波形を図-4に示す。第1モードに対する第2

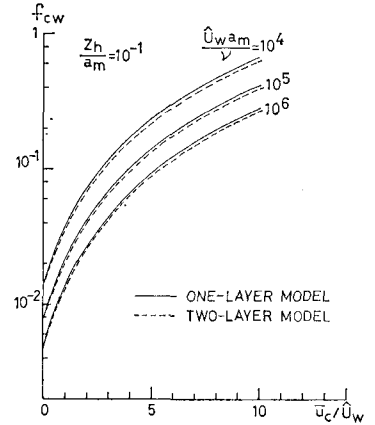


図-1 滑面における摩擦係数 f_{cw}

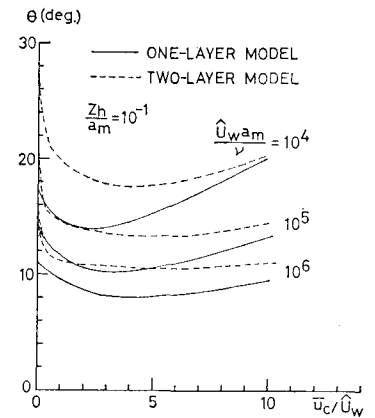


図-2 位相差 θ

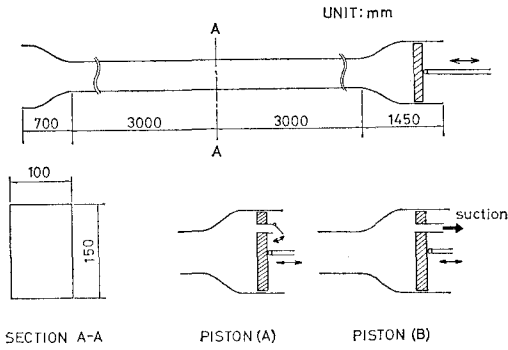


図-3 実験装置

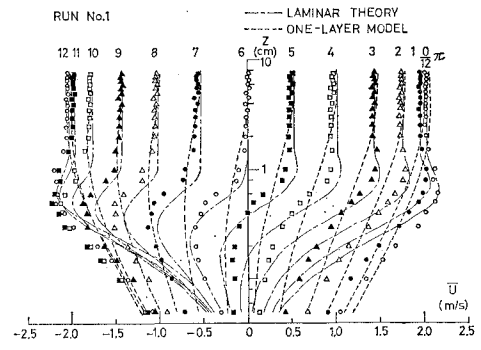


図-6 平均流速分布 (Run 1)

(1) Run 1 について

Run 1 は、振動流のみのケースであり、予備的な実験として行なわれた。平均流速分布を 図-6 に示す。図は、実測値の負値になるべき位相区間をマイナス側に折り返し、調和分解により 1st モードのみを取り出したものである。位相は、断面中央流速最大時を $at=0$ とした。図中、一点鎖線は層流解⁸⁾、破線は一層モデルによる理論値である。

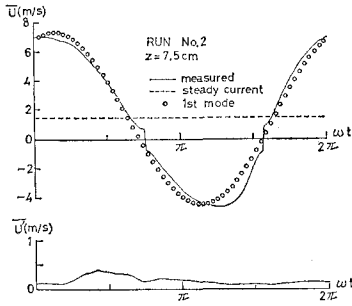


図-4 ピストン (A) による流速波形

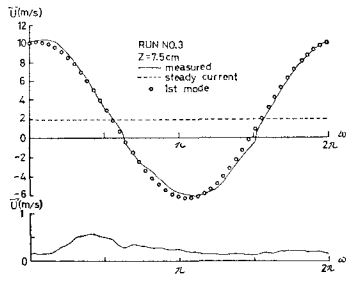


図-5 ピストン (B) による流速波形

モードの振幅は $1/6 \sim 1/7$ であり、望ましいものとは言えない。その後、改良を加え、図-3 のピストン (B) の様に、サクションにより一定量を吸引する方法に切り替えた。得られた流速波形を 図-5 に示す。極めて正弦波に近い波形となっている。

流速測定には、熱線流速計 (日本科学工業製) を用いた。流速データは、ピストンに取り付けた変位計の出力電圧とともに磁気テープに記録した。これを AD 変換して一時、フロッピディスクに記録した後、大型形算機に転送して処理を行なった。解析に使用したデータの波数は 50 波であり、サンプリング間隔は 10 ms である。

4. 実験結果と考察

本実験では、合計 3 ケースの実験を行なった。各ケースの実験条件を表-1 に示す。各ケースはすべて、滑面に対して行なった。

表-1 実験条件

	Run 1	Run 2	Run 3
ピストン変位 [cm]	8.0	32.0	24.0
周期 [sec]	1.78	1.78	1.39
$\bar{u}_c/\bar{U}_w$	0.0	0.229	0.227
$\bar{U}_w am/\nu$	8.46×10^4	7.12×10^5	1.10×10^6
zh/am	0.130	0.0448	0.0410
ピ ス ト ン	—	(A)	(B)

(2) Run 2 について

Run 2 では、図-3 中のピストン (A) を用いているため、図-4 の様にきれいな正弦波は得られていない。Run 1 と同様に調和分解により、定常成分と 1st モードを取り出した結果を 図-7 に示す。図中の実線は、一層モデルによる理

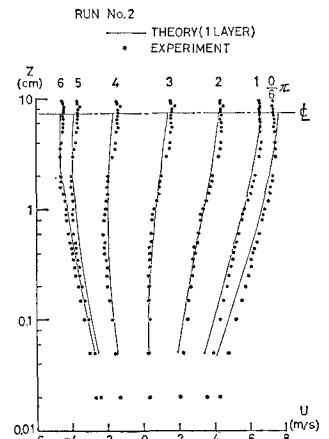


図-7 平均流速分布 (Run 2)

論値である。実験値と理論値との一致度は良好である。しかし、本 Run では、2nd モードがある程度大きく、理論値との詳細な比較に耐え得るデータとは言い難い。従って、モデルの妥当性の検証は、Run 3 のデータを以てする。

(3) Run 3 について

Run 3 においては、図-3 中のピストン (B) が用いられており、図-5 に示した様にほぼ正弦的な波形が得られた。平均流速の経時変化を 図-8 に示す。図中、黒丸は実測値であり、実線および破線は、それぞれ一層モデルおよび二層モデルによる理論値を表わしている。

後述する様に、本 Run においては、減速位相に高周波の乱れが発生し、加速期に入ると、それはほぼ消滅してしまう。すなわち、乱れは間欠的に発生・消滅を繰り返している。したがって、渦動粘性係数を時間的に不変であるとし、再層流化の影響を全く考慮していない一層・二層モデルは、確かに不合理なものであると言える。にもかかわらず、実験値と理論値との一致度は良好である。このことより、乱れによる運動量輸送過程について、ある意味での時間平均を施したモデルによって、現象の平均的な部分を説明しうることがわかる。ただし、一層モデルでは壁面近傍の位相の進みを、幾分、過小評価してしまう。これは、第 1 近似としての一層モデルの限界であると考えられる。

以上より、平均流速分布については、二層モデルによれば、ほぼ満足の行く予測値を得られることがわかった。

次に、乱れ強度 $\sqrt{u'^2}$ の分布を 図-9 に示す。乱れとしては、各位相毎のアンサンブル平均からのズレを以て定義する。 $st=0$ 、および π より始まる減速期に爆発的に乱れが発生し、徐々に上方に拡散し、減衰する様子がとらえられている。流速計の出力波形を見ると、減速期の乱れは高周波乱れであり、加速期に入ると急速に消滅する。この点は、従来の純粋な振動流に関する実

験において観測されたことと一致している⁸⁾。ただし、順流時 ($u>0$; ほぼ $st=-\frac{3}{2}\pi\sim\frac{\pi}{2}$) と逆流時 ($u<0$; ほぼ $st=\frac{\pi}{2}\sim\frac{3}{2}\pi$) では、乱れの発生・拡散過程に大きな相異が見られる。順流時には、かなり強い乱れが瞬時的に発生し、なかなか減衰せずに上方まで伝わる。一方、逆流時に発生する乱れはそれ程強いものとは言えず、 $z=1\text{cm}$ までにほとんど減衰してしまう。一方向流を伴う振動流においては、順流時・逆流時において圧力勾配の値が異なり、バーストの発生周期・間隔に差異が生じるものと考えられる。

最後に、剪断力について述べる。本実験では次の 5 つの方法を用いて剪断力を求め、それぞれの比較を行なった。ただし、測点は $z=0.5\text{cm}$ である。

(i) X 型プローブにより u' , v' を測定し $-\rho\overline{u'v'}$ を算定する (図-10 の黒丸印)。

(ii) 運動方程式の数値積分による (同点線)。すなわち、
$$\frac{\tau}{\rho} = \int_z^{z_h} \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial t} \right) dz + \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_c}{\partial x} \right) (z_h - z) \dots\dots\dots(21)$$

上式中、圧力勾配については差圧計による実測を試みたが、応答性が悪く、良い結果が得られなかった。そこで、 $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_w}{\partial x}$ については、断面中心の加速度に置き換え、 $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_c}{\partial x}$ については、実測値の一周期平均値を用いた。

(iii) 壁面近傍の流速分布に対数則をあてはめ、勾配より剪断力を求める (同実線)。

(iv) 一層モデルによる (同一点鎖線)。

(v) 二層モデルによる (同二点鎖線)。

図-11 によれば、上記の 5 通りの方法で求められた剪断力は、一周期にわたる時間波形については良く似て

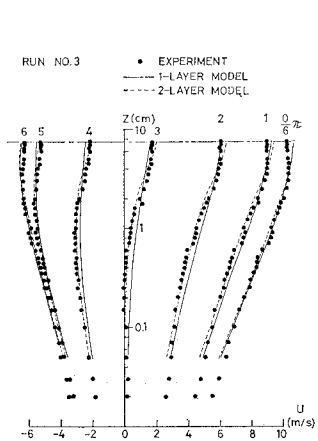


図-8 平均流速分布 (Run 3)

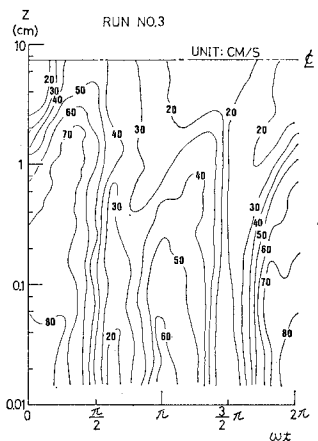


図-9 乱れ強度分布

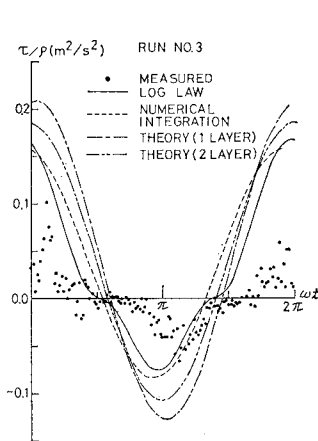


図-10 剪断応力

いる。しかし、値については、(i)の方法によるものがかなり小さいである。方法(i)については、乱れの定義方法により値が異なり、これを真値とすることは疑問が残る。一方、(ii),(iii)の方法による値はほぼ等しく、Jonsson¹⁰⁾と同様の結果を得た。方法(ii),(iii)によるものを真値とするならば、一層・二層モデルによる予測値は、最大値についてそれぞれ30%、16%の過大評価となるものの、誤差は小さい。なお、図-10に示した剪断力は $z=0.5\text{ cm}$ における値であるために、一層モデルと二層モデルに差があるが、壁面での値はほぼ一致している。このことは、図-1に示したとおりである。

方法(ii)で求めた剪断力と、図-8の流速値から渦動粘性係数 K_z を逆算した結果が図-11である。 K_z が

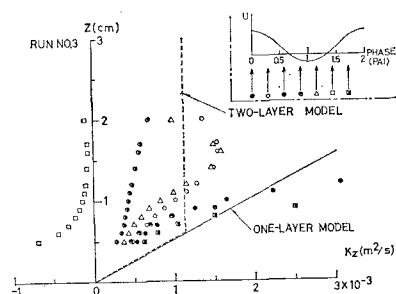


図-11 渦動粘性係数 K_z

負値となる位相が見られ不合理な点も見られるが、二層モデルによる仮定が平均的に妥当なものであることがわかる。

5. 結 論

本論文で得られた結論をまとめると以下のとおりである。

(i) 一層モデルと二層モデルとでは、 f_{cw} についてはほぼ等しい値を与えるが、位相差については差異が生じる。従って、漂砂量を対象とする時の様に、底面剪断力の最大値のみを知りたい時は一層モデルで充分である。ただし、剪断力の時間的空間的分布形状は両モデルでかなり違う場合があるので、対象とする現象によっては二層モデルでなくてはならない。

- (ii) 実測した平均流速は、理論値と良く合う。特に二層モデルによる予測値との一致度が良好である。
- (iii) 乱れは、振動流のみのケースと同様に、減速期に爆発的に発生する。ただし、一方向流の存在により、順流時と逆流時では乱れ強度に差がある。
- (iv) 5通りの方法により剪断力を求めたが、ひとつを除いた他は、ほぼ同様な値となった。
- (v) 渦動粘性係数は、時間的な変動を示すもの、平均的には、二層モデルの仮定と近いものであった。

謝 辞： 本研究の実験、解析にあたって、東北大学土木工学科山路弘人技官、ならびに当時本学学部生佐藤輔君（現東急建設）には多大の助力を得た。また、本研究の一部は、文部省科学研究費（代表者：東工大日野幹雄教授）により行なわれた。ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Jonsson, I. G.: Wave boundary layers and friction factors, Proc. 10th Conf. on Coastal Engng., pp. 127~148, 1968.
- 2) Kajiura, K.: On the bottom friction in an oscillatory current, Bull. Earthquake Res. Inst., Vol. 42, pp. 147~174, 1964.
- 3) Kajiura, K.: A model of bottom boundary layer in water waves, Bull. Earthquake Res. Inst., Vol. 46, pp. 75~123, 1968.
- 4) Riedel, H. P., J. W. Kamphuis and A. Brebner: Measurement of bed shear under waves, Proc. 13th Conf. on Coastal Engng., pp. 587~603, 1972.
- 5) Tanaka, H. and N. Shuto: Friction coefficient for a wave-current coexisting system, Coastal Engng. in Japan, Vol. 24, pp. 105~128, 1981.
- 6) Grant, W. D. and O. S. Madsen: Combined waves and current interaction with a rough bottom, J. Geophys. Res., Vol. 84, pp. 1797~1808, 1979.
- 7) Mellor, G. L. and D. M. Gibson: Equilibrium turbulent boundary layers, J. Fluid Mech., Vol. 24, pp. 225~253, 1966, 1966.
- 8) 日野幹雄・柏柳正之・中山哲蔵・原 輝彦：交番振動流における流れの発生とエネルギー輸送機構，東京工業大学土木工学科研究報告，No. 27，12月，1980。
- 9) 岩垣雄一・浅野敏之・小谷敏樹：周期波と流れの共存場における乱れの定義とその特性について，第28回海岸工学講演会論文集，pp. 10~14，1981。
- 10) Jonsson, I. G.: Measurements in the turbulent wave boundary layer, I.A.H.R., Proc. 10th Congress, 1, pp. 85~92, 1963.