

波による砂粒子の運動と掃流砂量に関する研究

日野 幹雄*・山下 俊彦**・米山 晋***

1. はじめに

従来、波による岸沖方向の掃流砂量の見積りは、一方向流れのものを準用し、底面に働く摩擦力 τ_0 または摩擦速度 u_* のべき乗の形で行なわれている。Madsen & Grant (1976)¹⁾ は、波の場を準定常とし、Einstein-Brown 公式を適用することにより掃流砂量公式を導いている。実用的には、Madsen & Grant の掃流砂量公式でよいであろうが、掃流砂のメカニズムを知るとい立場からすると、もう少し立ち入った解析をする必要がある。その1つの方法として、個々の砂粒子の運動を追跡する方法がある。砂粒子の運動に関する研究は、すでに Eagleson & Dean (1961)²⁾ によって行なわれているが、その後あまり発展していない。また、一方向流れの場合の個々の砂粒子運動に関する研究には、Yalin (1963)³⁾、岸・福岡 (1966)⁴⁾ のものがある。

本研究では、まず、掃流砂のメカニズムを知るために、従来とは異なった次の2つの観点から、最も基本的である個々の砂粒子の運動を理論的・実験的に調べた。① 従来の研究のほとんどのものは、波による砂移動とはいってもそこで用いられている流速場はいわゆる振動流であって、場所による流速変化の位相差の効果は考慮されていない。波には場所的位相差があり、砂粒子が移動するにつれて流速に位相差が生じるため、これによる運動の補正が必要である。② 岸沖方向の掃流砂を取り扱う場合、つまり、斜面上の砂粒子を追跡する場合には、波の浅水変形が重要であり、流速場の場所的・時間的変化を考慮する必要がある。また、重力の斜面方向成分の作用も考慮する必要がある。

次に、上で調べられた個々の砂粒子の運動、特に砂粒子の半周期移動距離と地形変化から求めた掃流砂量との関連を調べた。

2. 砂粒子の運動に関する基礎方程式

掃流砂を対象としているので、底面に砂連がない一定

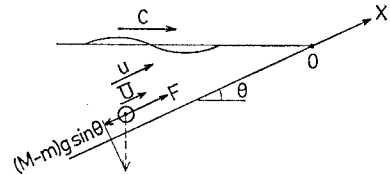


図-1 座標系

勾配斜面上の砂粒子の運動を考える。座標系を図-1 のようにとり、斜面方向の砂粒子の運動にのみ着目すると基礎方程式は式(1)のようになる⁵⁾。ただし、砂粒子は球形、係数 C_D , C_M は一周期を通じて定数とし、底面での境界層の影響は無視した。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= U(t) \\ \frac{dU}{dt} &= A_1 |u(X, (t-\phi)) - U(t)| (u(X, (t-\phi)) - U(t)) + A_2 \frac{du(X, (t-\phi))}{dt} - A_3 \\ \frac{d\phi}{dt} &= \frac{U(t)}{C(X(t))} \\ A_1 &= \frac{3C_D}{4d(\rho_s/\rho_w + C_M)}, \quad A_2 = \frac{1+C_M}{\rho_s/\rho_w + C_M}, \\ A_3 &= \frac{(\rho_s/\rho_w - 1)g \sin \theta}{\rho_s/\rho_w + C_M} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

ここに、 U : 砂粒子の速度、 u : 水粒子の速度、 C_D : 抗力係数、 C_M : 仮想質量係数、 d : 砂の粒径、 ρ_s : 砂粒子の単位体積の質量、 ρ_w : 水の単位体積の質量、 C : 波の波速、 ϕ : 位相遅れである。例えば、水平床上の微小振幅波を考えた場合には、流速 u は

$$u(X, (t-\phi)) = u(X_0 - C(t-\phi)) \dots \dots \dots (2)$$

となる。式(1)の特徴は、砂粒子が初期位置 X_0 から移動するにつれて発生する位相差 $\phi(X-X_0)$ の効果を考慮したこと、水粒子速度 u を時間的に変化させるだけでなく場所的にも変化させたことである。式(1)は Runge-Kutta-Gill 法により簡単に計算できる。

3. 解析結果

3.1 振動流と波による砂粒子運動の差異

砂粒子が移動することによって発生する位相差の効果

* 正員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科

** 正員 工修 東京工業大学助手 工学部土木工学科

*** 正員 工修 野村総合研究所(株)

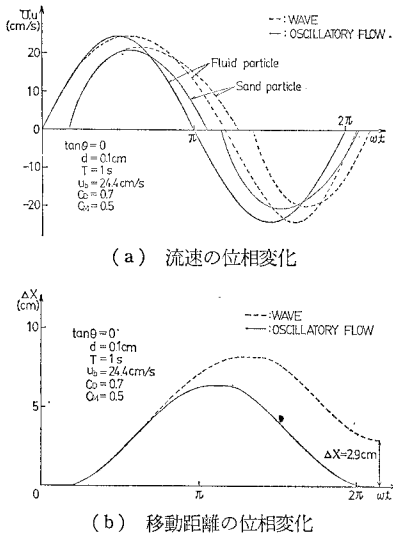


図-2 砂粒子運動の振動流と波による差異

を調べるために、水平床上の砂粒子の運動を考える。振動流では、流速は流れ方向に同位相であるので砂粒子が移動しても位相差は生じない。

図-2 に流速場を振動流とした場合と波とした場合の砂粒子運動の結果を示す。波は微小振幅波とし、移動限界流速 u_c は砂粒子に働くモーメントの釣り合いより求め⁵⁾ $u_c=11.8$ cm/sec とした。この図によると、流速場を振動流とした場合には、砂の移動方向が岸沖を問わず砂の移動速度は同じであり、正味の砂移動は生じない。一方、流速場を波とした場合には、砂が岸向きに移動する時に砂の移動方向と波の進行方向が一致しているためその半周期が引き延ばされ振動流の場合より移動距離が大きく、反対に冲向きに移動するときには移動距離が小さくなり、波を微小振幅波としても岸向きの正味の砂移動が生じる。岸沖方向の砂移動を考える際にはこのような正味の掃流砂量が重要であり、波の流速場を単に振動流として取り扱ったのでは十分でないことがわかる。

3.2 斜面上の砂粒子の波による運動

(1) 斜面上の微小振幅波

斜面上の波の場合には、3.1 節で述べた位相差の効果のほかに、波の変形の効果および重力の斜面方向成分を考慮する必要がある。砂の移動がはげしい砕波点付近では、波は非線型性を増し、微小振幅波で表わすことはできなくなるが、まずはじめには、理論的に取り扱うために微小振幅波の浅水変形による流速の振幅の場所的変化を考慮する。底面流速 u は次式のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} u(X, t-\phi) &= u_0(X) \sin(\omega(t-\phi)) \\ u_0(X) &= \frac{\pi}{T} \cdot \frac{H}{\sinh(2\pi h/L)}, \quad H = \left(\frac{c_0}{c} \cdot \frac{n_0}{n} \right)^{1/2} \\ \frac{c_0}{c} &= \frac{\tanh(2\pi h_0/L_0)}{\tanh(2\pi h/L)} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{n_0}{n} = \frac{1 + \frac{4\pi h_0/L_0}{\sinh(4\pi h_0/L_0)}}{1 + \frac{4\pi h/L}{\sinh(4\pi h/L)}} \quad (3)$$

ここで、添字ゼロは一樣水深部での値を示す。

図-3 は、砂粒子速度への波の変形の効果を調べたものである。斜面上での砂粒子の移動は、5 章

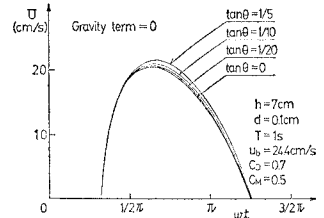


図-3 砂粒子速度への波の変形の影響

で述べる実験結果と比較するために、一樣水深部の水深 $h_0=25$ cm, 沖波条件 $T=1.0$ sec, $H_0=4$ cm とした。図には斜面勾配を 0, 1/20, 1/10, 1/5 の 4 種類に変化させた場合の、水深 $h=7$ cm の位置で砂粒子が岸向きに移動する位相での砂粒子速度 U を示してある。この図によると、斜面勾配がきついほど波の変形の効果が大きくなっている。これは、微小振幅波の浅水変形が水深のみによって規定されるため、砂粒子が一定距離動いた際には斜面勾配がきついほど波が大きく変形するためである。また、微小振幅波の変形の影響は他の要素に比べると小さいことがわかる。しかし、実際の波は浅水変形が進むと流速の時間変化が正負で非対称となり、これは正味の砂移動量に大きく影響する (5.2 節参照)。

図-4 は、砂粒子速度への重力の斜面方向成分の影響を調べたものである。重力の成分は、斜面勾配 1/20 程度でもかなり砂移動速度に影響し、この項を無視できないことがわかる。

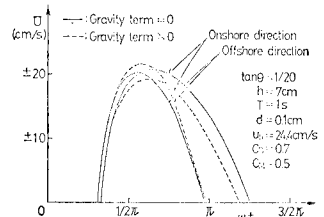


図-4 砂粒子速度への重力の影響

(2) 斜面上の実際の波

斜面上を進行する波は非対称となりもはや微小振幅波で表わすことはできない。そこで実測で得られた斜面上の流速変動を用いる。しかし、斜面上のすべての点での流速変化を求めることはできないし、意味がないので、任意の点でのオイラー流速 $u(x, t)$ を因子分析法を用いて次のように表わす⁶⁾。

$$u(x, t) = \sigma(t) \cdot \sum_{k=1}^N F_k(t) \cdot f_k(x) + \bar{u}(t) \quad (4)$$

ここに、 $\bar{u}(t)$: 流速の場所的平均値, $\sigma(t)$: 標準偏差, $F_k(t)$: 因子パターン, $f_k(t)$: 因子評点である。計算結果は 5.1 節で述べる。

4. 実験

実験は一定勾配斜面 (1/5, 1/10, 1/20) を設置した二次元造波水路を用いて行なった。移動床実験は、斜面上に一樣に 5 cm の厚さで砂 ($d=0.7$ mm) を敷いて行なった。個々の砂粒子の運動は、移動床上に着色した数個の砂粒子を投入し、その移動状況をビデオカメラにより撮影し、それを解析することにより求めた。シャッタースピードは 1/500 秒、シャッター間隔は 1/60 秒である。底面流速は、レーザー流速計を用いて測定した。測定位置は底面より 1 cm 上の所で、測定間隔は 1/50 秒で 50 波分をアンサンブル平均した。掃流砂量は地形変化から次式により求めた。

$$\bar{q} = -(1-\lambda_b) \cdot \int_{x_0}^x \frac{\partial z}{\partial t} \cdot dx \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $\bar{q}$: 単位幅・単位時間当りの正味の掃流砂量 (岸向きを正)、 λ_b : 空隙率、 z : 底面高さ (鉛直上向きを正) である。

実験条件は、斜面勾配のほかは同一で、一樣水深部での水深 $h_0=25$ cm、沖波は周期 $T=1.0$ sec、波高 $H_0=4.3$ cm である。地形変化パターンは、斜面勾配 1/10, 1/20 が堆積型で、1/5 が侵食型である。また、3 ケースとも底面には砂澁は発生していない。以下の実験結果は斜面勾配 1/20 のものについて述べる。

5. 実験結果及び考察

5.1 砂粒子の移動速度

図-5 は、砂粒子移動速度の実験結果の一例を示した

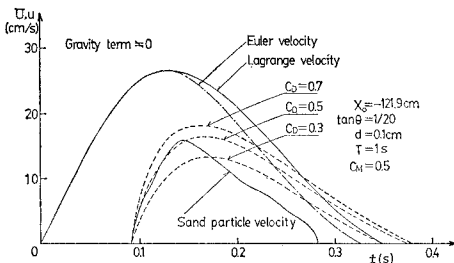


図-5 砂粒子速度 (実験と理論の比較)

ものである。図中の実線は、実験で得られた砂粒子速度および因子分析結果を用いて計算した砂粒子位置での流速を示し、破線は理論より計算した砂粒子速度を示す。砂粒子速度の計算にあたっては、位相差および波の変形の効果を考慮した。平均的砂の移動開始位相は、非定常の場合のシールズ図表等で見積ることが可能であるが、個々の砂が移動を開始する位相は、その砂が置かれた状態 (周りの粒子との関係) により決定されるため、かなり確率的である。このことは、実験で得られた砂の半周期移動距離 l が非常に不規則であることに対応している

(図-6 参照)。ここでは、移動開始後の砂粒子速度の時間変化を実験と理論と比較するために、理論計算においては砂の移動開始位相として実測のものを用いた。移動を開始した砂は、流れから受ける力によって砂自身の速度がゼロになった時に止まると考えた。また、比較のため一点鎖線で砂の初期位置でのオイラー流速を示す。

砂粒子速度について実験値と理論値を比較すると加速時には比較的一致しているものの、減速時にはかなりの相違が見られる。この原因としては、① 斜面方向の運動についてしか考えていないこと、② 底面流速としては底面より 1 cm 上のものを用いたこと、すなわち境界層の影響を無視したこと、③ ①の原因と関連して、移動している砂が静止するメカニズムと、他の粒子 (底面あるいは移動している) と衝突する効果を考慮していないこと、④ 係数 C_D , C_M が正確でないこと等が考えられる。上で述べた原因は、かなり難しい問題であるが、さらに実験を進め、それを理論の中に組み入れて行こうと考えている。

5.2 砂粒子の半周期移動距離

図-6 は、初期位置 X (横軸) にあった砂粒子が半周

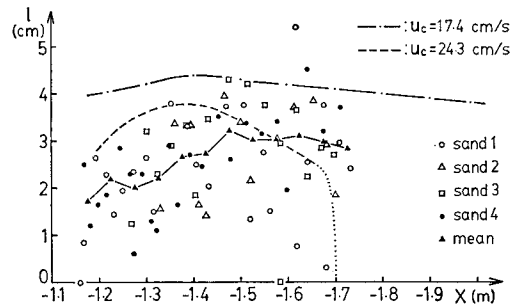


図-6 砂粒子の半周期移動距離

期間に移動する距離 l (縦軸) を示したものである。斜面勾配 1/20 の条件では、 $X=-1.8 \sim -1.1$ m の範囲の砂は岸向きにしか移動せず、 $X \leq -1.8$ m では砂は移動しなかった。これは、波が浅水変形するにつれて、岸向き最大流速は増大するが、沖向き最大流速はほぼ一定であるためである⁶⁾。このように、波の浅水変形に伴う底面流速の正負の非対称性は net の砂移動量に大きく影響する。

図には実験結果の一例として、10 個の測定データ中 4 個の砂のデータのみをプロットしてある。個々のデータは確率的である。これは、主として砂の移動距離を規定する移動開始位相および跳び出し角度が砂の底面に置かれた状態に依存し、その状態が確率的であるからである。

砂の移動距離 l を確率的に論じることは、現段階では困難であるので、平均した移動距離 $\bar{l}$ を考えてみる。図中の黒三角は、初期位置が 5 cm の範囲にあった (例えば $-1.60 \sim -1.65$ m) 砂の半周期移動距離 l の平均値を示

す。平均個数は20個前後である。一点鎖線および破線は l の計算結果を示し、一点鎖線は移動限界流速 u_c をMadsenら¹⁾と同様に非定常の場合のシールズ図表から求めたもの($u_c=17.4$ cm/s)、破線は地形変化の実験および底面流速の測定から求めたもの($u_c=24.3$ cm/s)である。限界流速が違う1つの原因は、シールズ図表から求めたものには勾配の効果が入っていないことが考えられる。計算にあたっては、流速変化は実験値を因子分析したものを用いた。計算値と実験値を比較すると、両者とも沖側から砕波点 $X=-1.35$ mまでは半周期移動距離が徐々に増加し、砕波後は減少している。これは、岸向き最大流速の場所の変化とよく一致する。絶対値については、計算値と実験値との間に差がある。この原因としては、5.1節で述べたと同様のことが考えられる。

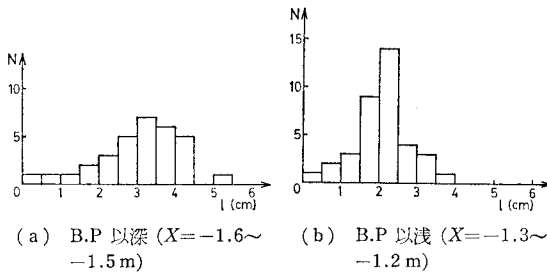


図-7 半周期移動距離の度数分布

図-7は、半周期移動距離 l の確率特性を調べるための第一歩として、砕波点より沖側 $X=-1.6\sim-1.5$ mと岸側 $X=-1.3\sim-1.2$ mでの l の度数分布を示したものである。分布は両方ともほぼ正規分布をしている。この l の分布形は、前述のように砂の置かれた状態に密接に関係していると思われる。また、分散は岸側で小さくなっている。これは、後述する掃流砂量(図-10)を見るとわかるように、砕波点より岸側では移動している砂の個数が多く、移動中に他の粒子に衝突し、平均化されるためと考えられる。

5.3 砂粒子の半周期移動距離とシールズ数との関係

前節までは、掃流砂のメカニズムを知るために、個々の砂粒子の運動について調べてきた。以下の節では、砂粒子の運動と掃流砂量との関係について調べてみる。

単位幅・単位時間当りの掃流砂量 $\bar{q}$ は、砂粒子の半周期移動距離 l を用いて次のように表わすことができる。表層の砂のみが移動すると仮定すると、図-8のようなモデルが考えられる。A-A断面を通過できる砂は、A-A断面とそこから l だけ手前のB-B断面の間にあるものである。すなわち、単位幅当りA-A断面を通過できる砂の個数は $(k_1^2 \times 1/d \times l/d)$ である。表層のすべての砂が移動するわけではないので移動確率 P を導入し、単位時間当りの掃流砂量 $\bar{q}$ になおすと次式のようになる。

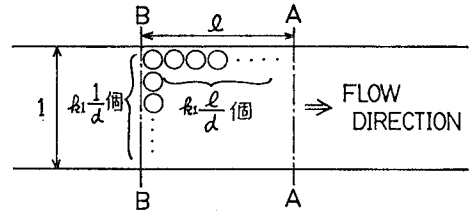


図-8 砂移動のモデル

$$\bar{q} = \left(k_1^2 \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{l}{d} \right) \cdot P \cdot (k_2 d^3) \cdot \frac{2}{T} = \frac{2k_3 P d l}{T} \quad \dots (6)$$

ここに、 k_1, k_2, k_3 は砂粒子の形状に関する定数である。表層の砂だけでなく下層の砂も動く場合には、 l を求める際の仮定からかなりずれてくるが、適当な移動確率 P の導入により、(6)式で評価できると考えられる。

また、掃流砂量 $\bar{q}$ は一般には $w_0 d$ で無次元化した $\bar{\Psi} (= \bar{q}/w_0 d)$ で取り扱われ、 $\bar{\Psi}$ はシールズ数 $\bar{\Psi}$ に関係することがよく知られている¹⁾。

$$\bar{\Psi} = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_2} \Psi(t) dt \quad \left. \begin{array}{l} \Psi(t) = \Psi_m |\sin \omega t| |\sin \omega t| \end{array} \right\} \dots (7)$$

ここで、 w_0 : 砂の沈降速度、 $\Psi_m = \tau_{om}/(\rho_s - \rho_w)gd$ 、 τ_{om} : 底面せん断力の振幅で Jonsson (1966)²⁾の摩擦抵抗係数 f_w を用いて計算した。 t_1, t_2 は、 $\Psi(t)$ が砂移動が始まる限界シールズ数 Ψ_c を越える位相である。そこで、同様に式(6)を $w_0 d$ で無次元化し、まず、 $2l/Tw_0$ と $\bar{\Psi}$ との関係について調べてみる。

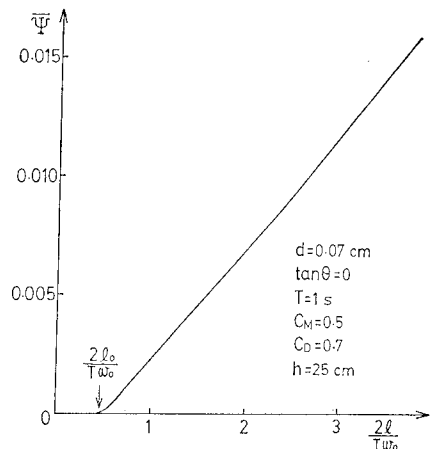


図-9 $\bar{\Psi}$ と $\frac{2l}{Tw_0}$ との関係

図-9は、 Ψ_c をシールズ図表から求め、波としては水平床上の微小振幅波を用いた時の $\bar{\Psi}$ と $2l/Tw_0$ との関係を調べたものである。波の条件としては、周期 $T=1$ 秒とし、底面流速の振幅 u_0 が $17.4\sim45.0$ cm/sの範囲のものを用いた。 l への位相差の効果は、式(1)より流速 C と砂移動距離に關係するが、ここでは、水深 h_0 を $h_0=25$ cmとし、 $C=130.2$ cm/sとした。

この図に示した $\bar{\Psi}$ と $2l/Tw_0$ はともに計算値であり、両者の間には必然的にある関数関係が存在する。しかし、ここで重要なのは、 $\bar{\Psi}$ と $2l/Tw_0$ が非常に simple な関係になっていることである。上の2つのこと、式(6)と図-9より、流砂量が式(8)のように $\bar{\Psi} + \bar{\Phi}$ のべき乗に比例することが理論的に推論される。

$$\bar{\Phi} \propto 2l/Tw_0 (\bar{\Psi} + \bar{\Phi})^m \quad \dots\dots\dots (8)$$

5.4 岸沖掃流砂量

前節で、 $2l/Tw_0$ および $\bar{\Psi}$ によって掃流砂量を見ることが可能であることがわかったので、ここでは実際に実測の $\bar{q}$ を用いて $\bar{\Phi}$ と $2l/Tw_0$ および $\bar{\Psi}$ の関係を調べてみる。

図-10 は地形変化より得られた $\bar{\Phi}$ と因子分析によ

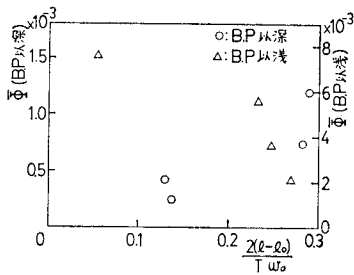


図-10 (a) $\bar{\Phi}$ と $\frac{2(l-l_0)}{Tw_0}$ との関係

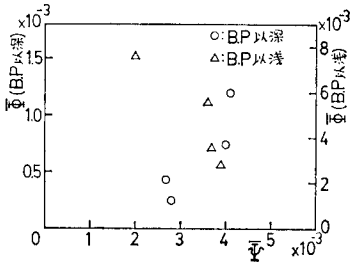


図-10 (b) $\bar{\Phi}$ と $\bar{\Psi}$ との関係

て表現した流速を用いて計算した $2(l-l_0)$ 、 Tw_0 および $\bar{\Psi}$ の関係を示したものである。この図を見ると、砕波点の沖側と岸側で全く違った傾向を示している。砕波点より沖側では、 $\bar{\Phi}$ は次式で表わせようである。

$$\bar{\Phi} = c_1 (2(l-l_0)/Tw_0)^{m_1} \quad \dots\dots\dots (9)$$

この場合には、式(6)中の移動確率 P は $2(l-l_0)/Tw_0$ のべき乗の形で表現されている。 $\bar{\Phi}$ と $\bar{\Psi}$ との関係は、前節で示した理論式(8)を少し変形した次式で表わすことができる。

$$\bar{\Phi} = c_2 \bar{\Psi}^{m_2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

これは、Madsen らが提案した式と同様である。一方、砕波点より岸側では、 $2(l-l_0)/Tw_0$ および $\bar{\Psi}$ は徐々に減少している(図-6 参照)にもかかわらず、掃流砂量は急激に増加しており、式(9)、(10)ではとうてい表わすことができない。図-6 によると、砕波後後半周期移動

距離 l は計算値と実測値の傾向は一致しており、原因は式(6)の移動確率 P の見積りにあると考えられる(注: Bar が形成されたのは $X \geq -1.0$ m であり、図-6 に示した地点では底面に急激な地形変化はない)。すなわち、砕波により発生した圧力変動が、砂の初期移動を起こしやすくしているため、 P を $2(l-l_0)/Tw_0$ のべき乗の形で表わしきれないためだと考えられる。

5. 結 論

掃流砂のメカニズムの把握を目的として、まず個々の砂粒子の運動を理論的・実験的に調べ、次に砂粒子の運動を基にして掃流砂量の定式化を試みた。得られた主要な結論は次のようである。

1) 位相差および波の変形の効果を考慮した個々の砂粒子の運動の解析を行ない、改良すべき点(5.1 節参照)もあるが、この理論でほぼ実際の現象をとらえられることがわかった。特に、理論で求めた半周期間の砂の移動距離 l と実測値の傾向はよく一致することがわかった。

2) 砕波点より沖側では、無次元掃流砂量 $\bar{\Phi}$ は l を用いて $(2(l-l_0)/Tw_0)$ のべき乗の形で表わせることがわかり、従来、経験的に知られていた式(10)の理論的根拠を与えることができた。しかし、本実験で得られた結果は、測定数が少ない上に、掃流砂量も少ない限られた条件のものであり、一般性のある式を誘導することはできなかった。今後、実験を重ねて、移動確率をも考慮した定量的な式を導きたいと考えている。

3) 砕波点より岸側では、砕波による圧力変動が砂の移動確率を増大させるため、従来用いられてきた式(10)で表わすことはできず、この領域での掃流砂量を定量的に把握するためには、砕波による圧力変動の効果を考慮しなければならないことがわかった。

参 考 文 献

- 1) Madsen, O. S. and W. D. Grant (1976): Sediment transport in the coastal environment, Rept. No. 209, Dept. Civil Eng., MIT.
- 2) Eagleson, P. S. and R. G. Dean (1961): Wave-induced motion of bottom sediment particles, Trans. ASCE, Vol. 126, Part 1, pp. 1162~1189.
- 3) Yalin, M. S. (1963): An expression for bed-load transportation, Journal of the Hydraulics Division, Proc. ASCE, pp. 221~250.
- 4) 岸 力・福岡捷二 (1966): 河床粒子の Saltation の機構と掃流砂量, 第 10 回水理講演会講演集, pp. 59~64.
- 5) 日野幹雄・山下俊彦・米山 晋 (1981): 波動場における水平床および斜面上の砂粒子の運動に関するノート, 東京工業大学土木学科研究報告, No. 29, pp. 27~36.
- 6) 日野幹雄・山下俊彦・米山 晋 (1981): 着色砂による岸沖方向の海浜過程に関する実験, 第 28 回海岸工学講演会論文集, pp. 183~187.
- 7) Jonsson, I. G. (1966): Wave boundary layers and friction factors, Proc. 10th Conf. Coastal Eng., ASCE, Vol. 1, pp. 127~148.