

造波機によって発生する斜め波の特性について

高山 知 司*

1. ま え が き

実際の海の波が方向スペクトルを有する不規則波であることはよく知られている。このような不規則波を実験水槽内に再現し、実際の海に近い条件で模型実験を行うことは非常に重要なことである。

英国の水理研究所においては、10 台の造波機を円弧状に並べ、各造波機で不規則波を発生させ、円弧の中心付近に方向スペクトル波を起す方法が行われている¹⁾。また、英国のエジンバラ大学では、スネークタイプの造波機で斜め波を発生させ、これを成分波として方向スペクトル波を起す方法がとられている²⁾。さらに、ノルウェイの水理実験所でもスネークタイプの造波機で方向スペクトル波を起す方法がとられている³⁾。このように、既にいくつかの水槽では方向スペクトル波を発生させることができるようになっているが、起された波の特性に関してはまだ発表されていない。

本論文は、スネークタイプの造波機で起した不規則波の方向スペクトル特性を調べるための基礎として、その成分波である斜め波の特性を理論的に解析したものである。

2. 単一造波板による発生波の理論とその特性

(1) 理論解析

理論解析するに当たって、流体は非粘性で非圧縮、流体運動は非回転運動と仮定する。また、水深は一樣で、造波板の運動振幅は水深や発生波の波長に比して十分小さいとする。以上の仮定によって、流体運動は次式のラプラスの式を満足する速度ポテンシャル Φ によって表わすことができる。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 x および y, z 座標は 図-1 および 2 で示されるようにとる。水面と水底における境界条件は

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \Big|_{z=0} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=-h} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここに、 t, g および h はそれぞれ時間、重力加速度および水深を示す。

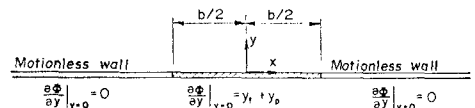


図-1 境界条件

図-1 で示すように幅 b の造波板の両側に半無限の静止壁があり、図-2 で示すようにこの造波板がそれぞれ振幅 Y_p と Y_f の並進運動と回転運動を同時に起すと仮定すると、境界条件は次式のようになる。

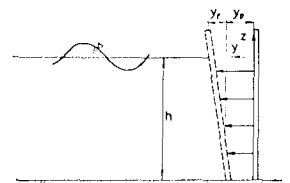


図-2 造波板の運動

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} \Big|_{y=0} = \begin{cases} \sigma \left(Y_p + Y_f \frac{h+z}{h} \right) \cos \sigma t & (|x| \leq b/2) \\ 0 & (|x| > b/2) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 σ は造波板の運動の角周波数で、運動周期を T とすると、 $\sigma = 2\pi/T$ となる。

図-1 に示す単一の造波板で起された波は、造波板から十分離れた地点では次式のラディエーション条件を満足しなければならない。

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{k}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 、 $k (= 2\pi/L)$ は波数、 L は波長である。

式 (3) の水底条件を満足する速度ポテンシャルを次式のように表わす。

$$\begin{aligned} \Phi = & \left[\phi_k^*(x, y) \cosh k(h+z) \right. \\ & + \sum_j \left[\phi_k^*(x, y) \cos \nu(h+z) \right] \cos \sigma t \\ & + \left[\phi_k^*(x, y) \cosh k(h+z) \right. \end{aligned}$$

* 正会員 工博 運輸省港湾技術研究所海洋水理部波浪研究室長

$$+\sum_y \phi_k^s(x, y) \cos \nu(h+z) \Big] \sin \sigma t \dots\dots\dots (6)$$

式 (6) を式 (2) に代入すると、 k および ν はそれぞれ式 (7) と (8) の実数解となる。

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \dots\dots\dots (7)$$

$$\sigma^2 = -g\nu \tan \nu h \dots\dots\dots (8)$$

式 (6) を式 (1) に代入すると

$$\frac{\partial^2 \phi_k^s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_k^s}{\partial y^2} + k^2 \phi_k^s = 0 \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_\nu^s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_\nu^s}{\partial y^2} - \nu^2 \phi_\nu^s = 0 \dots\dots\dots (10)$$

となり、さらに、式 (6) を式 (4) の境界条件に代入すると、次のようになる。

$$\left. \frac{\partial \phi_k^s}{\partial y} \right|_{y=0} = \begin{cases} 2\sigma(Y_p \alpha_p + Y_f \alpha_f) / \sinh kh & (|x| \leq b/2) \\ 0 & (|x| > b/2) \end{cases} \dots\dots\dots (11)$$

$$\left. \frac{\partial \phi_\nu^s}{\partial y} \right|_{y=0} = \begin{cases} 2\sigma(Y_p \beta_p + Y_f \beta_f) / \sin \nu h & (|x| \leq b/2) \\ 0 & (|x| > b/2) \end{cases} \dots\dots\dots (12)$$

$$\left. \frac{\partial \phi_k^s}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \dots\dots\dots (13)$$

$$\left. \frac{\partial \phi_\nu^s}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \dots\dots\dots (14)$$

ここに、

$$\alpha_p = \sinh^2 kh / [kh \{1 + \sinh 2kh / 2kh\}] \dots\dots\dots (15)$$

$$\beta_p = \sin^2 \nu h / [\nu h \{1 + \sin 2\nu h / 2\nu h\}] \dots\dots\dots (16)$$

$$\alpha_f = [\sinh kh - (\cosh kh - 1) / kh] \times \sinh kh / [kh \{1 + \sinh 2kh / 2kh\}] \dots\dots\dots (16)$$

$$\beta_f = [\sin \nu h - (\cos \nu h - 1) / \nu h] \times \sin \nu h / [\nu h \{1 + \sin 2\nu h / 2\nu h\}] \dots\dots\dots (16)$$

図-2 に示すように、境界条件は y 軸に関して対称であるので、 ϕ_k^s および ϕ_ν^s は x に関して偶関数となる。そこで、式 (9) と (10) および境界条件式 (11) ~ (14) に関して x の正の半直線において余弦フーリエ変換を施し、式 (5) のラディエーション条件も考慮して解き、逆変換によって ϕ_k^s および ϕ_ν^s を求める。その結果、速度ポテンシャル Φ は次式のように求まる⁴⁾。

$$\begin{aligned} \Phi = & \left[\frac{\sigma}{k} (Y_p \alpha_p + Y_f \alpha_f) \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \right. \\ & \times \int_{-kb/2}^{kb/2} N_0(\sqrt{(kx-q)^2 + (ky)^2}) dq \\ & - \sum_y \frac{\sigma}{\nu} (Y_p \beta_p + Y_f \beta_f) \frac{\cos \nu(h+z)}{\sin \nu h} \\ & \times \int_{-\nu b/2}^{\nu b/2} \frac{2}{\pi} K_0(\sqrt{(\nu x-q)^2 + (\nu y)^2}) dq \Big] \cos \sigma t \\ & - \frac{\sigma}{k} (Y_p \alpha_p + Y_f \alpha_f) \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \sin \sigma t \\ & \times \int_{-kb/2}^{kb/2} J_0(\sqrt{(kx-q)^2 + (ky)^2}) dq \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

ここに、 $J_0(x)$ 、 $N_0(x)$ および $K_0(x)$ はそれぞれ 0 次のベッセル関数、ノイマン関数および変形ベッセル関数である。

(2) 波高と波向の分布

速度ポテンシャルが式 (17) のように求まると、水面変動量は線型化されたベルヌーイの方程式から得られる。波高 H は水面変動量の振幅の 2 倍で与えられるので、無次元波高 R_H を次式の第 1 式のように定義すると、式 (17) を用いて、 R_H は次式の第 2 式のように求まる。

$$\begin{aligned} R_H = & \frac{H}{2(Y_p \alpha_p + Y_f \alpha_f)} \\ = & \left[\left\{ \int_{-kb/2}^{kb/2} N_0(\sqrt{(kx-q)^2 + (ky)^2}) dq \right. \right. \\ & + \sum_y \frac{Y_p \beta_p + Y_f \beta_f}{Y_p \alpha_p + Y_f \alpha_f} \\ & \times \left. \int_{-\nu b/2}^{\nu b/2} \frac{2}{\pi} K_0(\sqrt{(\nu x-q)^2 + (\nu y)^2}) dq \right\}^2 \\ & + \left. \left\{ \int_{-kb/2}^{kb/2} J_0(\sqrt{(kx-q)^2 + (ky)^2}) dq \right\}^2 \right]^{1/2} \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

式 (18) 中の $K_0(\sqrt{(\nu x-q)^2 + (\nu y)^2})$ の項は、定常減衰波を示し、造波板から 1 波長も離れると、非常に小さくなる。そこで、この項を無視すると、 R_H は造波板の幅および計算点の座標で決まり、水深や造波板の運動周期には直接関係しない関数となる。

各点における波向角は水粒子速度から定めるとする。ここで、 x および y 方向の水粒子速度 u および v は速度ポテンシャルの定義に従って式 (17) から求まる。ただし、波向は進行波の波向であるので、式 (17) 中の定常減衰波の項は無視する。しかし、 u と v の間には位相差があるため、流速の軌跡を描くと、図-3 のようになる。そこで、合成流速 V

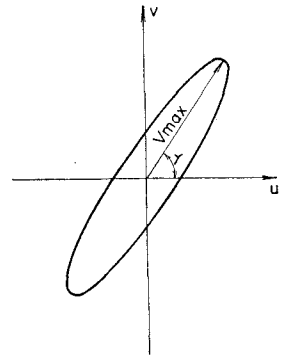


図-3 水粒子速度の軌跡

$= \sqrt{u^2 + v^2}$ が最大となる $V_{\max}$ の方向を波向として、波向角 γ は図-3 のように定義し、次式で計算した。

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \arctan \{ (u)_{\max} / (v)_{\max} \} \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 $(u)_{\max}$ と $(v)_{\max}$ はそれぞれ $V_{\max}$ の u 、 v 成分で、 $(v)_{\max}$ は常に正とする。

式 (18) の R_H および式 (19) の γ の分布を $b/L = 0.05$ および 2 について示したのがそれぞれ図-4 および 5 である。図-4 の場合、 b/L が非常に小さいため、 R_H は同心円弧状に分布し、計算点と座標原点との間の距離 r

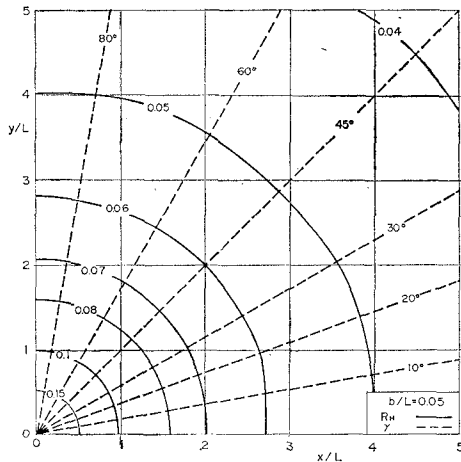


図-4 $b/L=0.05$ の場合の無次元波高と波向角の分布

の平方根に比例して減衰している。一方、 γ は原点から放射状に広がり、

$$\gamma_p = \arctan(y/x) \dots \dots \dots (20)$$

で計算される γ_p の値に非常に近い。また、 γ の線は R_H の線と直交する。このことから、波は円筒波となって伝わるのがわかる。

図-5 の $b/L=2$ の場合、造波板の幅が波長の2倍と広くなったため、 R_H は非常に複雑な分布形を示し、 x 軸に平行な線上で波状分布となる。一方、 γ の線は R_H の線と直交せず、ほぼ平行になっている線もある。 γ の値は式 (20) で計算した γ_p と大きく異なるが、 $\gamma \leq 45^\circ$ では、 γ の線の傾き角は γ の値とほぼ等しく、この範囲では波は γ の線に沿って進行する波になる。

図-6 は、 b/L の値を変えたときの、 $y/L=5$ の線上の R_H および γ の変化を示したものである。 $b/L=16$ や 64 と、波長に比して造波板の幅を広くしても、波高および波向角はそれぞれ $R_H=2$ および $\gamma=90^\circ$ を中心にして波状変動を示す。しかし、造波板の幅を広くすれば、

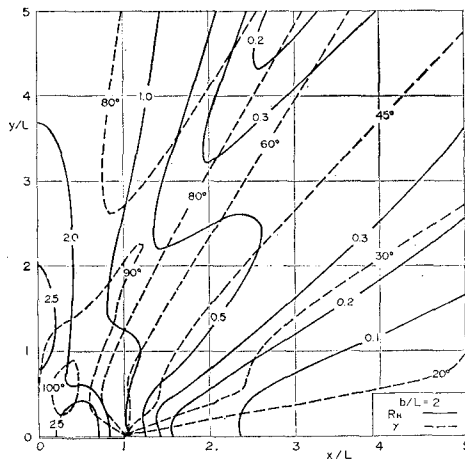


図-5 $b/L=2$ の場合の無次元波高と波向角の分布

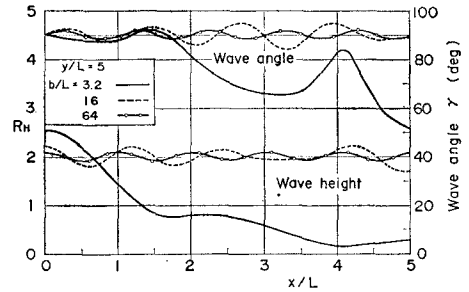


図-6 b/L の相違による波高と波向角の変化

波状変動の振幅は小さくなり、一様化する。

(3) 実験による理論の検証

式 (18) で得られた無次元波高に関する理論解の妥当性を調べるために実験を行った。実験に用いた水槽は、長さ 25m、幅 15m、高さ 1m で、水槽の壁は消波工や砕石マウンドによって消波されている。この水槽には幅 5m の造波板を有するピストンタイプの造波機が3台設置されており、この3台のうちの中央の1台を駆動させて実験した。水深は 0.63m の一様水深で、造波板の運動は振幅を ± 2 cm 程度とし、変位計で測定した。波高は図-7 に示すような配置において約 140 の点で測定した。

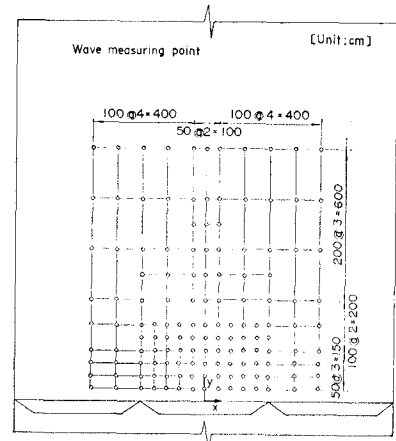
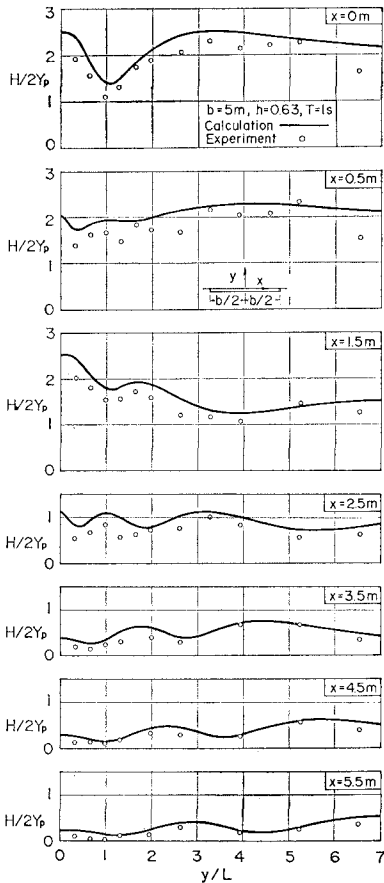


図-7 波高測定の配置

運動周期 1.0s に対する実験結果を示すと、図-8 のようになる。この実験ではピストンタイプの造波機を用いているので、図中の実線の計算値は式 (18) で $Y_f=0$ として計算している。図-8 は造波板に直角方向の線上における波高に関して実験値と計算値を比較している。実験値は計算値より約 10% 程度小さい傾向を示すが、計算値の変化傾向とは非常によく一致している。実験値が計算値より小さくなったのは、造波板の下端と水底との間に 4cm 程度の間隙があることや造波板の運動に伴って両側の造波板との間に段差ができることによって、波のエネルギーがもれたり、渦によって失われたりしたためだと考えられる。



図—8 波高に関する実験値と計算値の比較

3. 斜め波の特性

(1) 斜め波の理論

幅 b の造波板を何台も直線状に並べて、波向 θ の方向に進行する斜め波を発生させるためには、位相差 $-k b \cos \theta$ をもたせて隣接する造波板を動かさねばよい。このように造波板を動かしたときの合成波の速度ポテンシャル Φ_{0b} は次式のように求まる。

$$\begin{aligned} \Phi_{0b} = & \sum_{i=-N_-}^{N_+} \left[\frac{\sigma}{k} (Y_p \alpha_p + Y_f \alpha_f) \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \right. \\ & \times \left\{ \cos(\sigma t - i k b \cos \theta) \right. \\ & \times \int_{(i-1/2)kb}^{(i+1/2)kb} N_0 \sqrt{(kx-q)^2 + (ky)^2} \cos(\sigma t - q \cos \theta) \\ & - \sin(\sigma t - i k b \cos \theta) \\ & \times \left. \int_{(i-1/2)kb}^{(i+1/2)kb} J_0 \sqrt{(kx-q)^2 + (ky)^2} dq \right\} \Big] \\ & \dots\dots\dots(21) \end{aligned}$$

ここに、 N_+ と N_- はそれぞれ x 軸の正と負の側における造波板の数で、 $(N_+ + N_- + 1)$ が全造波板数となる。ただし、式 (21) では、定常減衰波の項は無視している。

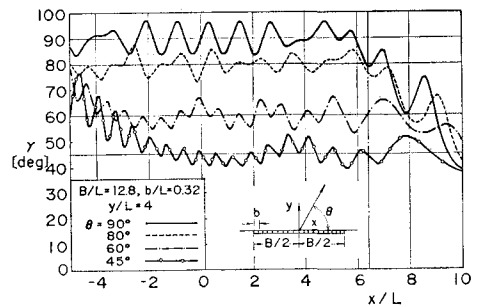
各造波板の幅を無限小にすると、式 (21) は

$$\begin{aligned} \Phi_{0b} = & (Y_p \alpha_p + Y_f \alpha_f) \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \\ & \times \int_{-kb_-}^{kb_+} \{ N_0 \sqrt{(kx-q)^2 + (ky)^2} \cos(\sigma t - q \cos \theta) \\ & J_0 \sqrt{(kx-q)^2 + (ky)^2} \sin(\sigma t - q \cos \theta) \} dq \\ & \dots\dots\dots(22) \end{aligned}$$

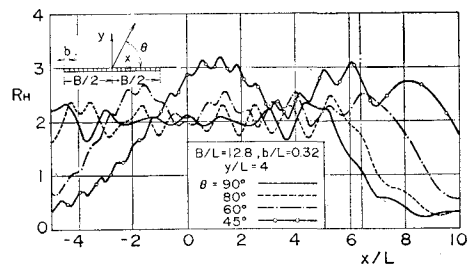
のようになる。ここに、 $B_+ = (N_+ + 1/2)b$ 、 $B_- = (N_- + 1/2)b$ である。

(2) 斜め波の特性

斜め波の無次元波高と波向角は、式 (21) あるいは (22) を用いて、それぞれ式 (18) および (19) と同じ形で定義した。図—9 は、 $b/L = 0.32$ の造波板を 40 台並べたときの斜め波の波高と波向角を $y/L = 4$ の直線上において計算したものである。



(a) 波向角



(b) 波高

図—9 目標波向に対する斜め波の波高と波向角の変化

図—9(a) の波向角 γ の場合、造波板の幅が $b/L = 0.32$ と比較的小さくても、 γ の値は一樣にならず、目標値 θ のまわりを $\pm 10^\circ$ 範囲で細く変動している。 $\theta = 45^\circ$ および 60° では、 θ が小さいため、図の左端から波状形を示しながら目標波向に近づいている。

図—9(b) の波高の場合も、 γ の場合と同様に波状変動を示すが、 θ が小さくなるに従って、無次元波高 R_H は細かい変動からゆっくりした変動に変化し、その変動振幅は大きくなる。また、 R_H の平均値も大きくなる。

図—10 は、 $\theta = 45^\circ$ に関して、 b を変えたときの γ と R_H の変化を示したものである。 γ が 45° 近くなるのは、 $b \leq 0.5m$ のときで、 $b = 2m$ では波向が目標値より大きく異なり、 $b = 1m$ では波向角が大きく変動しすぎる。

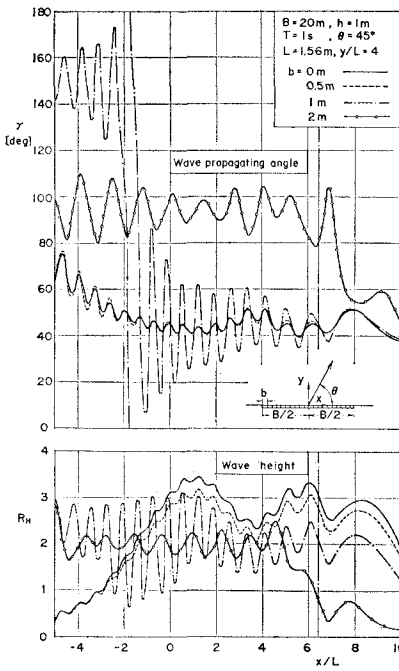


図-10 b の値による波高と波向角の変化

なる。このように、 b を細くすることによって波向は目標値に近づくが、波高は b を狭くしてもその変動を消すことはできない。

(3) 反射壁を有する水槽内の斜め波

反射側壁を有する水槽内で斜め波を発生させた場合、波向および波高がどのように変化するか調べてみた。反射壁がある場合には、図-11 で示すような鏡像関係を利用して斜め波を計算した。

図-12 はこの方法によって求めた波向と波高の変化を示している。造波板の幅は $b=0\text{m}$ と 1m の2種類とし、反射壁がない場合についても $b=1\text{m}$ に関して示してある。この計算法では、仮想の水槽として無限個の水槽を考えなければならないが、ここでは計算時間を節約するため、両側に一つ一つの仮想の水槽を考えた。側壁の存在によって水槽中央部以外は大きく波向が変動している。また、水槽中央部では、 γ は 50° から 70° の間にあり、目標波向に近い。一方、波高は側壁からの反射

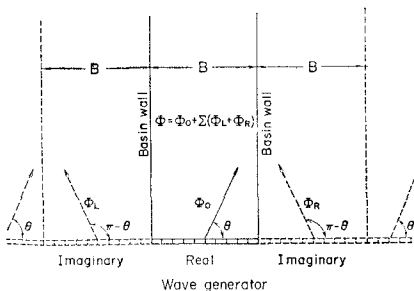


図-11 水槽の側壁からの反射波の計算図

R_H の変化は、 $b=2\text{m}$ では $R_H=2$ のまわりを小さく変動しているが、 $b=1\text{m}$ になると、変動が細くなるとともに変動振幅が大きくなる。また、 $b=0\text{m}$ と 0.5m では、 R_H は細かい変動も含みながら、大きく、ゆっくりした変動が顕著に

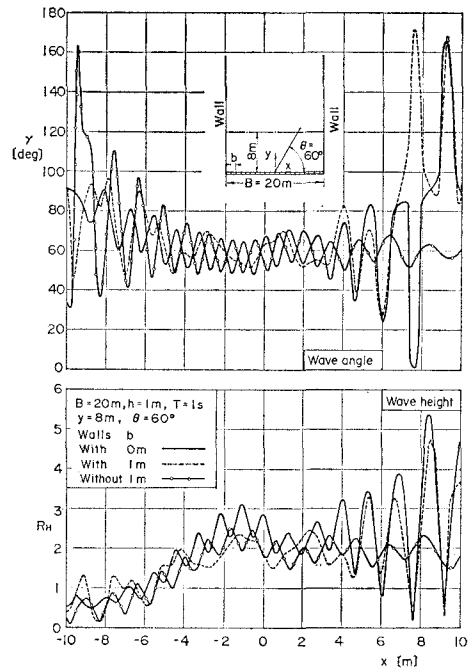


図-12 反射側壁を有する水槽内の波高と波向角の変化

で、 $x>5\text{m}$ では顕著な重複波が現われている。この図は $y=8\text{m}$ と比較的造波板に近いため、左側壁の近傍にしか重複波が現われていないが、さらに造波板から離れると、反射波の影響範囲が水路中央部に移動することが計算で示されている。

4. あとがき

単一の造波板による発生波の理論解を求め、発生波の特性を調べると同時に、実験によって理論の妥当性を確認した。この理論解を応用して、スネークタイプの造波機で起された波の理論を導き、斜め波の特性を調べた結果、斜め波の波高および波向は場所的に変動し、この変動は造波板の幅を無限小にしても消すことができないことが明らかになった。

造波機で起した斜め波の特性が明らかになったので、今後は、この斜め波を成分波として方向スペクトル波を起した場合における方向スペクトルの特性について検討することとしている。

参考文献

- 1) Huntington, S. M. and D. M. Thompson: Forces on a large vertical cylinder in multi-directional random waves, OTC 2539, 1976.
- 2) Edinburgh Wave Power Project, Fourth Year Report, Vol. 3 of 3, 1978.
- 3) Naeser, H.: Generation of uniform directional spectra in a wave basin using natural diffraction of waves, POAC79, 1979, pp. 621~632.
- 4) Takayama, T.: Theoretical properties of oblique waves generated by serpent-type wavemakers, Rept. Port and Harbour Res. Inst., Vol. 21, No. 2, 1982.