

波のエネルギー分配と砕波過程

土 屋 義 人*・筒 井 茂 明**

1. 緒 言

砕波条件に関しては、従来より波頭における水粒子速度と波速あるいは重力加速度との関係、波形の非対称性、砕波波高と水深との関係などの砕波時の特定の物理量に視点を置いた言わば局所的な砕波条件に関する研究がほとんどである。一方、波の運動を観察すると、砕波直前では水粒子の運動は活発になっており、波のエネルギーなどが砕波現象と重要な係わりを持っていると考えられる。しかし、砕波時あるいは砕波に至る間に波動内部で生起しているであろう波動量（位置・運動エネルギー、radiation stress、質量輸送速度など）の変化特性に基づく砕波に関する議論は数少ない。わずかに、磯部ら¹⁾により波動エネルギーが砕波以前より減少することが指摘されているにすぎない。

本研究は、このような観点から、砕波過程を波のエネルギー分配より議論し、波動内部における砕波条件を示すものである。すなわち、砕波現象は上述のような局所的な砕波条件にのみ支配されるのではなく、波の位置・運動両エネルギーの分配率に深く関与し、砕波時にはこのエネルギー分配に不均衡が生じ、波が全体として不安定となる結果、砕波に至ることを述べる。

2. 波のエネルギー分配

緩勾配斜面上を伝播する波を考え、位置・運動エネルギーおよび群速度をそれぞれ E_p 、 E_k および c_g とする。波のエネルギー・フラックスが保存されると仮定すると、 $(E_p + E_k)c_g = \text{const.}$ の条件から、

$$(E_k/E_{ki})_1 = c_{gi}/c_g + (E_{pi}/E_{ki})(c_{gi}/c_g - E_p/E_{pi}) \quad (1)$$

が得られる。ここに、添字 i は入射波の諸量を表わす。また、波のエネルギー分配率を、運動・位置両エネルギーの比で定義すると、次のようになる。

$$(E_k/E_p)_1 = (c_{gi}/c_g)(E_{pi}/E_p)(E_{ki}/E_{pi} + 1) - 1 \quad (2)$$

ここで、入射波として $kh \gg 1$ (k : 波数, h : 平均水深)

が満足されるような領域での波を考えると、

$$E_{ki}/E_{pi} \cong 1 \quad (3)$$

であるから、式 (1) および (2) は、

$$(E_k/E_{ki})_1 = 2c_{gi}/c_g - E_p/E_{pi} \quad (4)$$

$$(E_k/E_p)_1 = 2(c_{gi}/c_g)(E_{pi}/E_p) - 1 \quad (5)$$

となる。同様に、波の全エネルギーが保存されると仮定すると、式 (4) および (5) はそれぞれ次式のようになる。

$$(E_k/E_{ki})_2 = 2 - E_p/E_{pi} \quad (6)$$

$$(E_k/E_p)_2 = 2E_{pi}/E_p - 1 \quad (7)$$

エネルギー・フラックスの保存則による波のエネルギー変化を例示すると、図-1 のようになる。用いた理論は、波速の第 1 定義に基づく Stokes 波 (S-3)²⁾、土屋・安田による擬 Stokes 波 (QS-4)³⁾、およびクノイド波 (NC-3)⁴⁾ の各理論である。また、砕波条件として Rankine-Stokes の条件を用いるとともに、砕波指標⁵⁾をも併記してある。ただし、座標原点を汀線におき、沖方向を x の正方向とする。さらに、 H は波高、 L は波長である。図-1 から判るように、浅海域 $h/L_0 < 0.1$ において波長および群速度は一様に減少するが、波のエネルギー

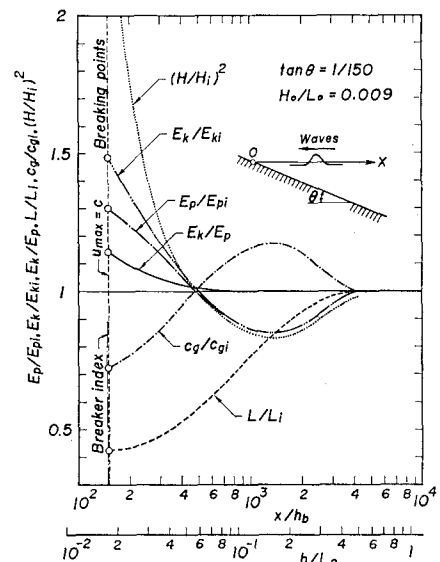


図-1 波の shoaling に伴う波動量の変化

* 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

** 正会員 工修 琉球大学助手 工学部土木工学科

一は逆に増加している。この計算例では、砕波点において $E_b/E_p \approx 1.14$ で、運動エネルギーが位置エネルギーより若干大きい。このようなエネルギー分配を実験的に検証するためには、式(4)~(7)の右辺に含まれている群速度および位置エネルギーを評価する必要がある。位置エネルギーは、波の空間波形を計測することによりその定義式に基づき計算することができる。したがって、群速度を何らかの方法で評価することができれば、波のエネルギー分配と砕波とを関連付けて論議することが可能となる。

3. 実験

3.1 空間波形の計測方法

実験に用いた水槽は、京都大学防災研究所附属宇治川水理実験所に設置されている2重床波浪水槽(幅0.5m, 長さ36.4m)で、水槽中央部に勾配1/150の斜面が設置されている。詳細は、砕波の質量輸送⁶⁾に関する実験に用いたものと同じであるので、紙面の都合上省略する。

空間波形は35mmカメラによる写真観測により求めた。その概略が図-2に示されている。すなわち、水槽底に幅10cmのアルミニウム箔を張り付け鏡面とし、水槽側面からの光を反射させ、水面と水槽側面のガラスとの間にできるメニスカスを輝かすようにする。このメニスカスを、特定波をその波速とほぼ同速度で追尾する自走式台車上のカメラにより写真撮影(3コマ/sec)する。このような方法を、各実験条件に対してそれぞれ3

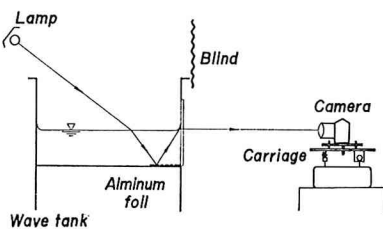


図-2 空間波形の写真撮影方法

回実施した。なお、ガラス面には、水位読み取りのための基準となるメッシュ(縦2cm, 横4cm)が付されている。

次に、ネガフィルムをほぼ原寸大に拡大投影し、波の峯付近では1cm, 谷付近では2cm間隔で水位変動を読み取った。

砕波点での実験諸元は、表-1に示す通りである。ただし、 T ; 波の周期, g ; 重力加速度である。

3.2 実験波の基本特性

写真-1は、空間波形の撮影結果の1例である。波長を、このような一連の写真から、2波峰間の距離で定め、2波峰の中点における波長であると定義した。



写真-1 空間波形の写真撮影例 (Run 3)

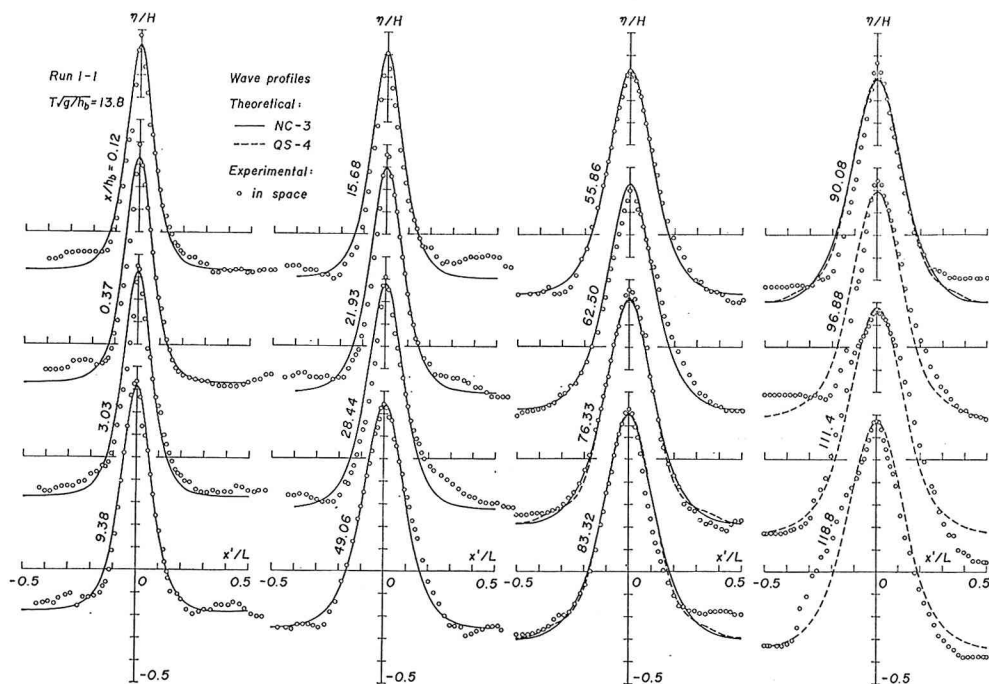
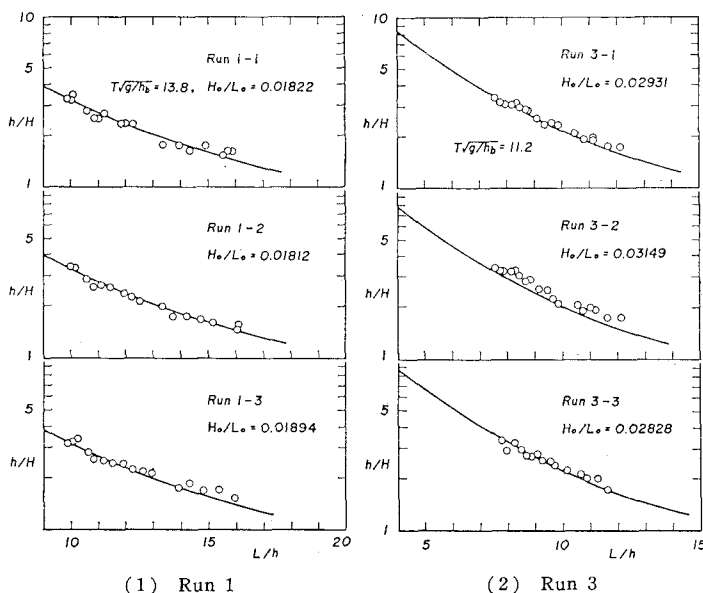


図-3 空間波形と理論波形との比較 (Run 1-1)

図—3 は、空間波形の変化を Run 1-1 について例示したものである。ただし、以下では、座標原点は斜面上端におかれている。同図には、擬 Stokes 波およびクノイド波の理論波形がそれぞれ破線および実線で併記されている。沖側付近での実験波形はやや歪んでいるが、これは、水平床から斜面への水深変化部の影響が現われたものと考えられる。全般的に、実験・理論両波形は砕波点付近をも含めて良く一致していることが判る。他の場合にも同様の結果が得られている。

次に、図-4 は、斜面上での波形勾配の変化を示したもので、図中の実線は理論曲線である。砕波点は、理論によるそれより沖側に位置しているが、計測全範囲にわたり、実験値と理論値は非常に良い一致を示している。なお、砕波波高とその水深などの砕波条件については、従来の研究成果とほぼ一致することが判明している⁶⁾。



3.3 波のエネルギー分配

前述のように、波のエネルギー分配を究明するためには、群速度の変化を的確に評価する必要があるが、ここでは、次のような近似を行うことにする。図—5 は、図—1 と同様に、波動量の変化を Run 3-1 について示したものである。ただし、 S は radiation stress である。同図に併記されている実験波長の変化曲線と理論による波長および群速度のそれを比較して判るように、波長と群速度はほぼ一致しており、その差異は 5% 程度である。水深変化に伴う周期の変化を無視できるとすると、波長変化 L/L_0 と波速変化 c/c_0 は互換性が有るので、砕波点近くにおける群速度の変化 c_g/c_{g0} は、次式で近似することができる。

$$c_g/c_{gi} \cong L/L_i = c/c_i \quad \dots\dots\dots (8)$$

一方、本実験においては、Run 1 および 3 に対して、

$E_{ki}/E_{pi} \equiv 1.027$ および 1.029 であるから、式 (4)~(7) に対する条件式 (3) が十分成立する。したがって、式 (4) および (5) は、それぞれ次式となる。

$$(E_k/E_{ki})_1 \cong 2c_i/c - E_p/E_{pi} \dots\dots\dots (9)$$

$$(E_k/E_p)_1 \cong 2(c_i/c)(E_{pi}/E_p) - 1 \dots\dots\dots (10)$$

図-6 は、以上の近似に基づいて、位置・運動エネルギーの変化 E_p/Ep_i 、および E_k/E_{ki} の実験結果を示したもので、図中の曲線は実験値に対する内挿曲線である。Run 3 においては、 $80 < x/h_b < 95$ で実験値が変動しているが、これは波のわずかな蛇行に起因するものと考えられる。図-5 および 6 を比較すれば判るように、両者の根本的な相違が位置エネルギーの変化曲

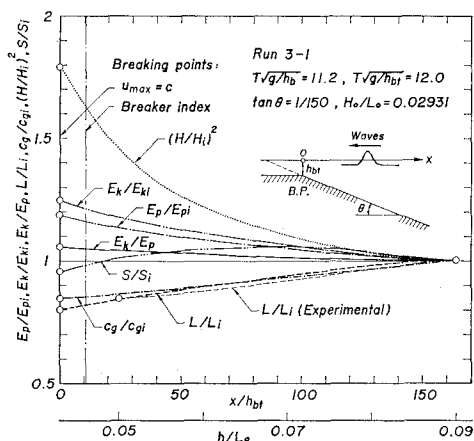


図-5 波の shoaling に伴う波動量の変化 (Run 3-1)

線に現われている。すなわち、理論によると、位置エネルギーは、砕波点に近づくにつれて漸増しているが、実験値は沖側領域より逆に漸減し、 $x/h_0 < 50$ 以浅においては、その減少率が急増することである。このような位置エネルギーの激減に伴って、運動エネルギーは、エネルギー・フラックスの保存則および全エネルギーの保存則に基づくいずれの場合にも、理論推算値よりかなり大きくなっている。また、位置エネルギー減少の開始点は、図-5 に記されている radiation stress の極大点とほぼ一致することは注目すべきで、砕波過程における radiation stress の役割の重要性が現われている。

ここで、式(8)の近似に基づくこれら波動特性の結果を正当化するため、流れ関数法⁷⁾によりこの近似を検証しておく。ただし、流れ関数は波速と等速度の移動座

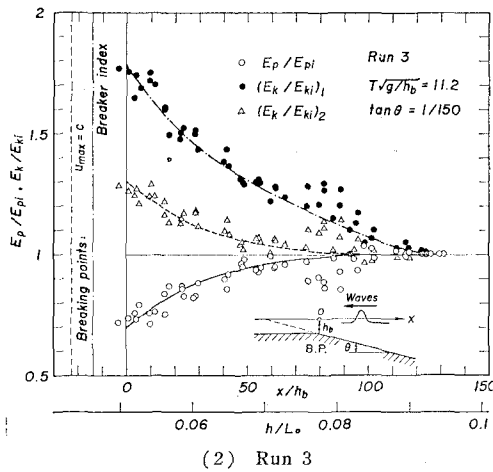
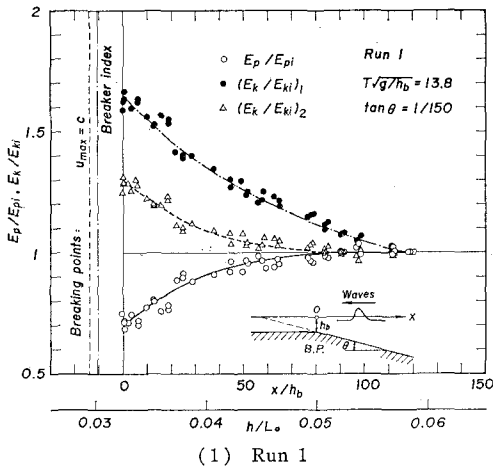


図-6 波の shoaling に伴う位置・運動エネルギーの変化

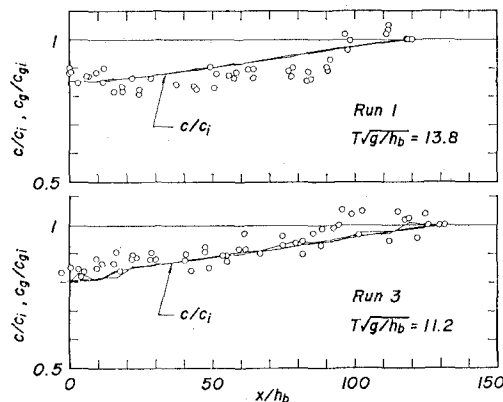


図-7 波の群速度と波速との比較

標において一定となるので、ここではあくまでも空間波形を用いる。また、周期および波長の実測値を用いて運動学的境界条件を $10^{-4} \sim 10^{-5}$ の精度で満足するように Fourier 係数を定めたのち、力学的境界条件の満足度を Bernoulli 定数の分散⁷⁾で評価し、この値をすべての実験

波に対して $10^{-3} \sim 10^{-4}$ 程度とならしめた。さらに、群速度はエネルギー・フラックスと全エネルギーの比で定義する。このようにして得られた群速度と波速の実測値とを比較すると図-7 のようになる。運動エネルギーは波形の歪に対して極めて敏感であるから、図-3 の波形変動に対応して、群速度の値は沖側領域で若干ばらついているが、全般的に式(8)がほぼ満足されることが判る。図-8 は、同様に、運動エネルギーの変化を検証したもので、図中の鎖線は図-6 に示されている実験曲線である。この場合にも、式(8)に基づく実験値と流れ関数法による推算値とは良く一致している。

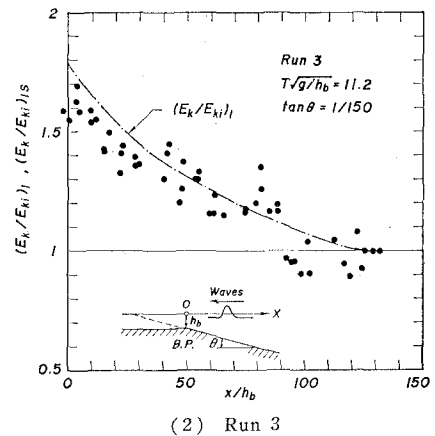
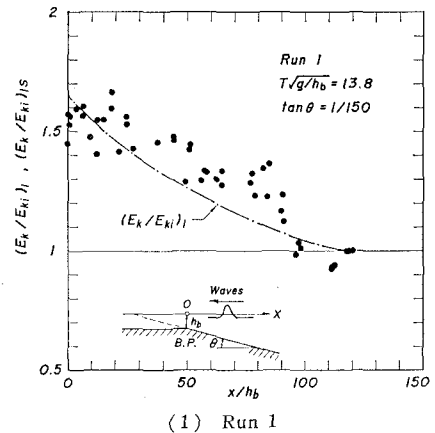
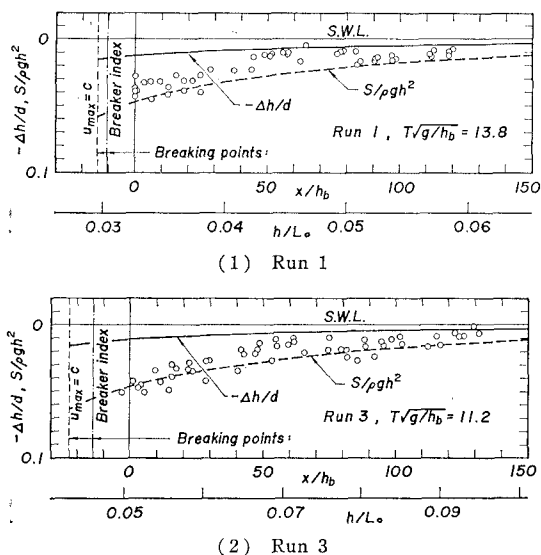


図-8 波の shoaling に伴う運動エネルギーの変化

斜面上での砕波過程において生起する重要な現象の 1 として wave set-down は周知の通りである。図-9 は、wave set-down ($-\Delta h/h$) の変化を示すもので、radiation stress の変化曲線も併記されている。ただし、 ρ は水の密度である。wave set-down は、位置エネルギーの変化と同様に、 $x/h_b > 50$ では漸減し、 $x/h_b < 50$ においては減少割合が急増し、砕波点においては理論推算値の約 3 倍である radiation stress の程度となっている。

次に、図-6 中の実験曲線を用いて、波のエネルギー分配を示すと図-10 のようになる。図中の描点は流れ



図—9 波の shoaling に伴う wave set-down の変化

関数法によるものである。図—5 と比較すれば判るように、エネルギー分配率は理論推算値の約 2 倍に達しており、碎波点においては、 $(E_k/E_p)_1 \approx 2.4$, $(E_k/E_p)_2 \approx 1.9$ である。すなわち、碎波直前においては、全エネルギー中で運動エネルギーが非常に卓越することになる。したがって、波動内部のエネルギー分配の平衡が破れ、波は全体として不安定な状態となり、やがて碎波に至るものと考えられる。

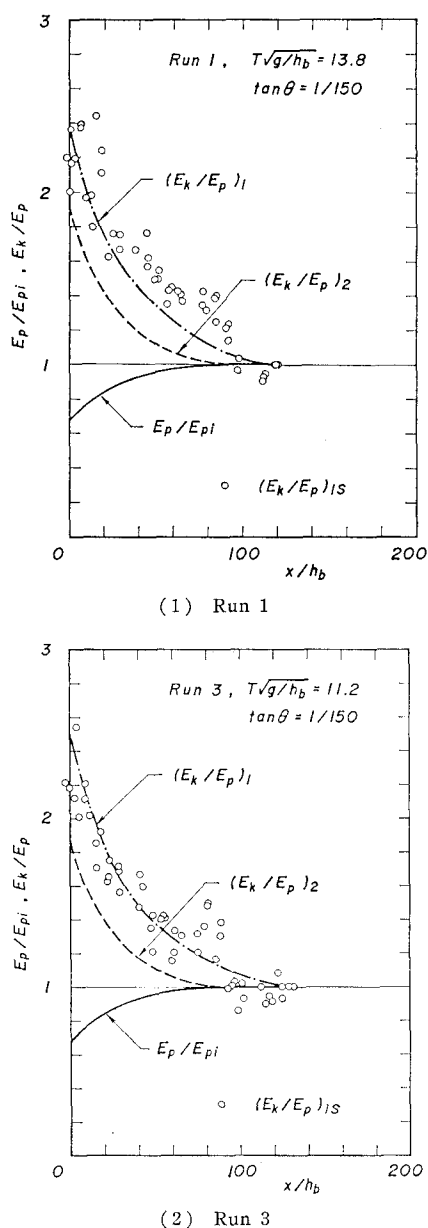
4. 結 言

波の伝播に伴う位置エネルギーの変化を実験により調べ、碎波過程におけるエネルギー分配を検討して得られた主要な結果は、次の通りである。

(1) 波が伝播し碎波点に近づくと、波の位置エネルギーは、碎波点より前方で激減し始める。(2) 一方、運動エネルギーは逆に急増する。(3) これらの現象は、碎波の前駆現象として波動内部で生起するもので、その結果生じるエネルギー分配の不均衡により、波は不安定となり碎波する。

参 考 文 献

- 磯部雅彦・西村仁嗣・柄 登志彦：不規則波の碎波変形に関する実験的研究，第 27 回海岸工学講演会論文集，1980，pp. 139~142.
- Skjelbreia, L.: Gravity Waves, Stokes' Third Order Approximation, Tables of Function, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, 1959, 337 p.
- 土屋義人・安田孝志：通減せつ動法による擬 Stokes 波理論，第 25 回海岸工学講演会論文集，1978，pp. 6~9.



図—10 波のエネルギー分配

- 土屋義人・安田孝志：新しいクノイド波理論の試み，第 21 回海岸工学講演会論文集，1974，pp. 65~71.
- 合田良実：浅海域における波浪の碎波変形，港湾技術研究所報告，第 14 巻，第 3 号，1975，pp. 59~107.
- 土屋義人・筒井茂明・安田孝志・山下隆男・平口博丸：碎波の質量輸送について，第 27 回海岸工学講演会論文集，1980，pp. 45~49.
- Dean, R. G.: Stream function representation of nonlinear ocean waves, Jour. Geophysical Res., 1965, pp. 4561~4572.