

# 屈折と2次回折を考慮した大規模海岸構造物周辺の 波高分布予測手法

三 井 宏\*・宮 本 佳 明\*\*

## 1. 結 言

波の回折・散乱を取扱う解法は大別して、数値解法と解析解法の2種類が存在する。前者は任意の形状の構造物に適用でき、屈折も考慮できる<sup>1),2),3)</sup>という利点がある反面、対象領域が広範囲になると計算時間が長くなり、莫大な記憶容量を必要とする欠点をもっている。後者は計算時間は短く、大規模な海岸構造物への適用に有用だが、対象とする構造物の形状によって境界条件を設定しなければならないので、任意形状の構造物を対象とする場合に取扱いが複雑になる。

本研究では、これらの欠点を解決するために、1次回折波の解として平面波入射の場合の修正近似解<sup>4)</sup>を用い、2次回折波の解としては、円筒波入射の場合の近似解<sup>5)</sup>より求めた修正近似解を用いる。これらの解は大規模海岸構造物の基本形状である任意交角の単純隅角周辺の波についての近似解を隅角周辺の全領域に適用できるように修正したもので、これらの修正近似解と屈折計算法を組合せることにより、回折・散乱と屈折が同時に存在する場合の波高分布を計算する。この方法は回折計算を屈折計算に転換したものであるが、入射・回折境界線付近には、平面波と円筒波の両方の性質を持つ遷移領域が存在し、屈折計算に支障を来す。このため本研究では点源の位置を仮想的にずらす補正手法を導入して精度の向上をはかった。ついで、これらの手法の適合性を模型実験結果と比較し考察する。

## 2. 屈折と回折とが起こる場合の波高分布の計算手法とその適用性

本研究で用いる回折・散乱解には以下に示すように、1次回折と2次回折の種類式がある。

図-1に示すような単純隅角に平面波  $\exp\{ikr\cos(\theta-\alpha)\}$  が角度  $\alpha$  で入射する場合には、1次回折波の散乱項  $\chi$  の修正近似解は次式となる<sup>6)</sup>。

$$\chi = -\frac{X}{2} e^{-ikr} \left[ \frac{1 \pm (\delta_1 \beta_1, \delta_3 \beta_3) \cdot X/2 \cdot B/\sin(\pi^2/\mu)}{A + B \pm (\delta_1 \beta_1, \delta_3 \beta_3) \cdot \varepsilon X} \right]$$

\* 正会員 工博 徳島大学教授 工学部土木工学科  
\*\* 正会員 工修 (株)大林組

$$+ \frac{1 \pm (\delta_2 \beta_2, \delta_4 \beta_4) \cdot X/2 \cdot B/\sin(\pi^2/\mu)}{A' + B \pm (\delta_2 \beta_2, \delta_4 \beta_4) \cdot \varepsilon X} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、

$$\begin{aligned} X &= 2 \exp(-i\pi/4) / \sqrt{2\pi k r} \cdot \pi/\mu \cdot \sin \pi^2/\mu \\ A &= \cos\{\pi(\theta+\alpha)/\mu\} \\ A' &= \cos\{\theta-\alpha\}/\mu \\ B &= -\cos(\pi^2/\mu) \\ \beta_N &= 1 - |\theta - \gamma_N|/\theta'; \quad N=1, 2, 3, 4 \\ \theta' &= \cos^{-1}(1 - 3\pi/4kr), \quad kr \leq 3\pi/8, \quad 0 < \theta' \leq \pi \end{aligned}$$

であり、複号や  $\delta_N$  の選択法は参考文献 7) と同じである。

図-2に示すような単純隅角に円筒波  $H_0^{(2)}(kr)$  が点源  $(r_{0c}, \alpha_c)$  から入射する場合には、2次回折波の散乱項  $\chi_c$  の修正近似解は次式となる。

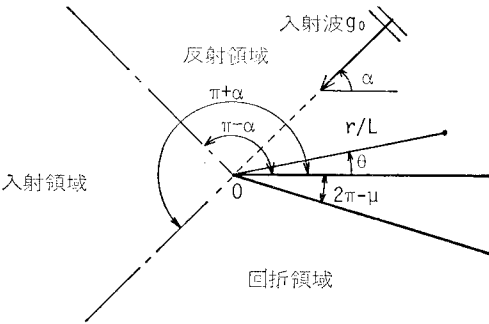


図-1 1次回折の場合の隅角周辺の座標

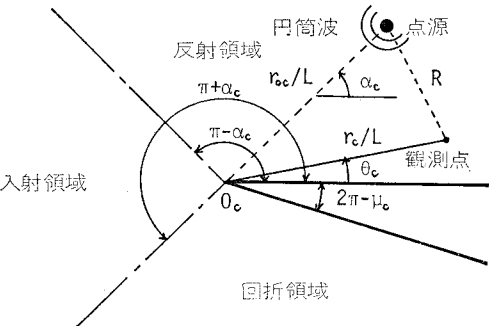


図-2 2次回折の場合の隅角周辺の座標

$$\chi_0 = -\frac{X_0}{2} \left[ \frac{1 \pm (\delta_1 \beta_1, \delta_3 \beta_3) \cdot X_0 / 2 \cdot B_0 / \{\sin \pi^2 / \mu_0 \cdot H_0^{(2)}(kR)\}}{A_0 + B_0 \pm (\delta_1 \beta_1, \delta_3 \beta_3) \cdot \varepsilon \cdot X_0 / H_0^{(2)}(kR)} + \frac{1 \pm (\delta_2 \beta_2, \delta_4 \beta_4) \cdot X_0 / 2 \cdot B_0 / \{\sin \pi^2 / \mu_0 \cdot H_0^{(2)}(kR)\}}{A'_0 + B'_0 \pm (\delta_2 \beta_2, \delta_4 \beta_4) \cdot \varepsilon \cdot X_0 / H_0^{(2)}(kR)} \right] \quad (2)$$

ここに,

$$X_0 = 2 \exp \{-ik(r_0 + r_{00})\} / \pi k \sqrt{r_0 \cdot r_{00}}$$

$$\cdot \pi / \mu_0 \cdot \sin \pi^2 / \mu_0$$

$$A_0 = \cos \{\pi(\theta_0 + \alpha_0) / \mu_0\}$$

$$A'_0 = \cos \{\pi(\theta_0 - \alpha_0) / \mu_0\}$$

$$B_0 = -\cos(\pi^2 / \mu_0)$$

$$\beta_N = 1 - |\theta_0 - \theta_N| / |\theta'_0|; \quad N=1, 2, 3, 4$$

$$\theta'_0 = \cos^{-1} \left\{ -\frac{(kr_0)^2 + (kr_{00})^2 - (kr_0 + kr_{00} - 3\pi/4)^2}{2kr_0 \cdot kr_{00}} \right\}$$

であり、複号や  $\delta_N$  の選択法は1次回折の場合とまったく同様である。

一様水深において図-3に示すように隅角点から放射状に波向線を描くと、相隣る波向線の間で輸送される波のエネルギーは保存され、波向線を横切ってエネルギーの出入りが無いものとする、波向線の間で単位時間に運ばれる波のエネルギーは一定であるから、次式が成立する。

$$l_{st} \cdot w_0 / 8 \cdot H_{st}^2 C_{gst} = l_n \cdot w_0 / 8 \cdot H_n^2 C_{gn} \quad (3)$$

ここに、 $C_{gst}$ 、 $C_{gn}$  はそれぞれ  $st$  地点、 $n$  地点の群速度である。周期  $T$  が不変であれば、 $C_{gst} = C_{gn}$  であるから、任意地点の波高  $H_n$  は波向線間隔の比  $l_{st}/l_n$  と基準地点の波高  $H_{st}$  を用いて次式のように示すことができる。

$$H_n = \sqrt{l_{st}/l_n} \cdot H_{st} = H_{st} / \sqrt{\beta_n} \quad (4)$$

ここに、 $\beta_n$  は波向線間隔比と呼ばれる指標である。一方、幾何学的に  $l_{st}/l_n = L_{st}/L_n$  の関係より、この式は

$$H_n = \sqrt{L_{st}/L_n} \cdot H_{st} \quad (5)$$

と書き換えられる。これは  $H_n$  が隅角点からの距離の平方根に反比例することで、円筒波の性質を表すことが分る。したがって、水深が一定でなく回折と屈折が同時に起こる場合には、前述の修正近似解により求めた  $H_{st}$  を用いて散乱波の屈折計算を行い、幾何光学波の屈折計算

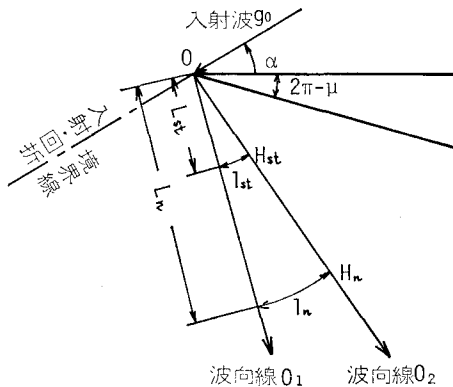


図-3 一様水深での波向線

結果と重ね合わせて任意地点の波高分布を計算する方法を用いる。すなわち、隅角点から基準地点  $st$  までの微小領域は一様水深として回折計算のみから基準地点の波高  $H_{st}$  を与え、その後は屈折計算のみから全領域の波高を求めるという手法である。

本研究では反射を考慮しなかったが、任意反射率<sup>2)</sup>を考慮することも可能である。また、採用した屈折計算手法の特性上、海底摩擦による波高減衰を考慮することも可能である。

2次回折波の等位相線(波峰線)を示した図-4から分るように、双曲線(遷移領域)の外部では堤先端を中心とする同心円になっているが、内部ではそれよりも小さな曲率の曲線になっている。したがって、2次回折波は双曲線領域外部では堤先端を点源とする円筒波と仮定できるが、内部では仮定できなくなる。このため、遷移領域内部では以下に述べるような、散乱波の曲率にあわせて点源を仮想的に移動させる補正手法を採用する。

図-5に示すように同一角度  $\theta_c$  上の2点  $P_{1c}$ 、 $P_{2c}$  の波高を  $K_{1c}$ 、 $K_{2c}$  とすると、式(5)と同じ

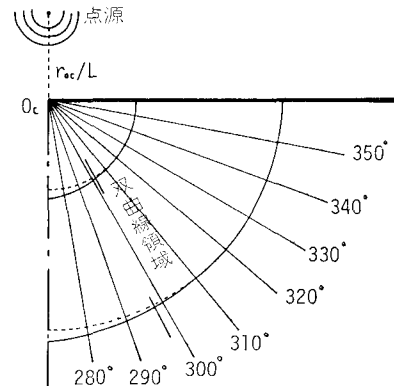


図-4 2次回折の回折領域の等位相線

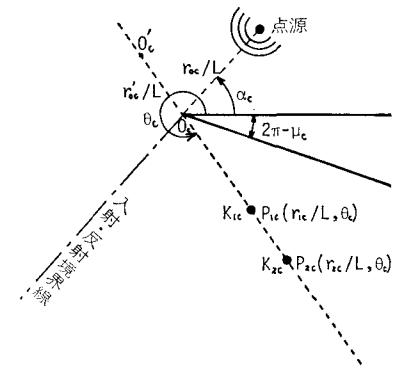


図-5 遷移領域の点源のずれを仮定した座標

$$K_{1c} = A/\sqrt{(r'_{0c} + r_{1c})/L}, \quad K_{2c} = A/\sqrt{(r'_{0c} + r_{2c})/L} \quad \dots\dots\dots (5)$$

の関係から、次式のように補正量  $r'_{0c}/L$  と比例定数  $A$  が求まる。

$$\left. \begin{aligned} r'_{0c}/L &= \left| \frac{K_{2c}^2 \cdot r_{2c}/L - K_{1c}^2 \cdot r_{1c}/L}{K_{1c}^2 - K_{2c}^2} \right|, \\ A &= \sqrt{\left| \frac{(r_{2c} - r_{1c})/L}{K_{2c}^2 - K_{1c}^2} \right|} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (6)$$

したがって、この  $r'_{0c}/L$  だけ回折波の点源を沖側にずらす。

1次回折の場合の等位相線も2次回折の場合と同様の様相を示すので、2次回折と同じ補正手法を屈折計算の中に組込んでいる。円筒波入射の場合の厳密解および近似解<sup>9)</sup>の散乱項の振幅と前述の修正近似解による計算結果を図-6に比較する。図中に矢印で示す双曲線領域内で近似解の精度は悪いが、修正近似解はこの領域内でも厳密解とよく一致しており、精度が一番悪い双曲線上(矢印)でも相対誤差約0.01程度過大になるだけである。

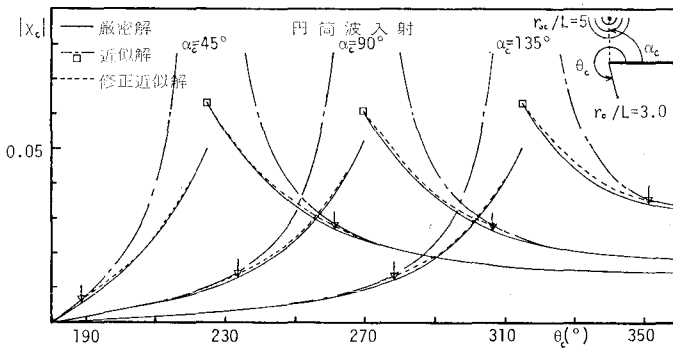


図-6 2次回折の場合の散乱振幅

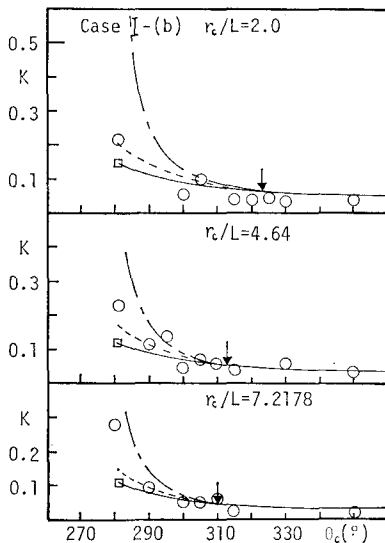


図-7 2次回折の波高分布 ( $r_{0c}/L=4.9$ ,  $\alpha_c=101^\circ$ )

実験は海底勾配 1/30 の一様傾斜をもつ水槽で、水深 35 cm、入射波高 5.3~7.2 cm、周期は 0.80~0.82 sec である。

これらの実験値と比較した図-7をみると、遷移領域外部の領域では実験値と理論値がよく一致しているが、双曲線領域内部でとくに2番堤先端が放物線領域内部にある場合に実験値が過大となる。これは遷移領域内部では回折波が点源を中心とした円筒波になっていないためと思われる。このため、点源のずれを考慮した修正近似解の方が円筒波入射とした厳密解よりも遷移領域内で実験値に近くなっている。

### 3. 屈折と2次回折がある場合への応用

#### (1) 対象モデルと理論モデル

屈折を考慮した1次回折の対象モデルは図-8に示すように半無限防波堤に平面波  $g_0$  が屈折することなく入射し、その回折波が屈折する場合とする。理論モデルでは、入射波と1次回折波の時刻、位置、位相、波高をそれぞれの屈折した波向線に沿って求めておき、回折領域では1次回折波のみの波高を採用するが、

入射平面波と1次回折波の両方の波が存在する入射領域では、初期位相差と到達時間差によって位相差  $E$  を算出し、次の手法を用いて波高比を合成する方法を用いる。時間項  $\exp(i\sigma t)$  を考慮した2つの波  $f_a, f_b$  を、

$$\left. \begin{aligned} f_a &= a \cdot e^{ikr} \cdot e^{i\sigma t_1}, \\ f_b &= b \cdot e^{i(kr+\epsilon)} \cdot e^{i\sigma t_2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (7)$$

とすると、波  $f_a$  の位相は複素指数部を取って  $kr + \sigma t_1$  であり、波  $f_b$  の位相は同様に  $kr + \epsilon + \sigma t_2$  であるから、波  $f_b$  は

波  $f_a$  に対して、

$$E = \epsilon + \sigma(t_2 - t_1) \quad \dots\dots\dots (8)$$

だけの位相差をもつ。したがって、2波を合成すると、

$$f = a e^{ikr} + b e^{i(kr+E)} \quad \dots\dots\dots (9)$$

となり、その大きさ  $|f|$  は次式で示される。

$$|f| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos[\epsilon + \sigma(t_2 - t_1)]} \quad \dots\dots (10)$$

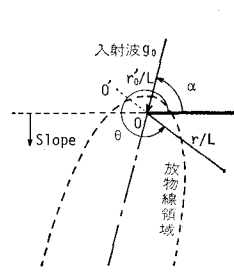


図-8 屈折を考慮した1次回折の対象モデル (Case I)

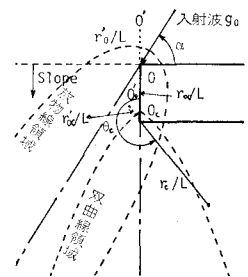


図-9 屈折を考慮した2次回折の対象モデル (Case II)

屈折を考慮した2次回折の対象モデルは図-9に示すように1番堤に平面波 $g_0$ が屈折することなく入射し、その1次回折波が屈折しながら2番堤に入射して2次回折が発生し屈折する場合である。理論モデルでは、入射波、1次回折波および2次回折波の時刻、位置、位相、波高をそれぞれの波向線に沿って求めておく。そして、波の合成を必要とする領域では上述の波の合成法を用いて波高比を求める。

1次回折波の算出には式(1)に示した1次回折波の修正近似解を用い、2次回折波の算出には式(2)に示した2次回折波の修正近似解を用いる。両者の場合とも散乱波の曲率半径に点源の位置を合わすように沖側にずらす補正手法を組込んだものを用いてある。

2次回折波の修正近似解(2)は単位円筒波 $H_0^{(2)}(kR)$ の入射によるものであるから、2次回折波高 $K$ を入射波高との比として表すためには、次の換算式を用いる<sup>9)</sup>。

$$K(r_0/L, \theta) = \frac{\chi(r_{0c}/L, \theta_1)}{H_0^{(2)}(kR_0)} \cdot \chi_c(r_c/L, \theta_0) \quad \dots\dots\dots(11)$$

## (2) 実験結果

屈折と回折とが同時に起こる場合の波高分布を基準地点の波高 $H_{st}$ と屈折計算のみから求める方法の適用性について検証する実験を図-8に示す場合(Case I)と図-9に示す場合(Case II)の2種行った。実験諸元としては、水深は水平部で35cmであり、1番堤設置位置から岸側に勾配1/30の一樣傾斜水底である。実験に使用した入射波高は5.3~7.2cm、周期は0.80~0.82secである。

図-10(a), (b)と図-11(a), (b)はそれぞれCase IとCase IIの実験結果を入射波の波高との比 $K$ で整理して示したものである。また図中の実線の矢印は放物線通過地点、破線の矢印は双曲線通過地点を示すものである。

図-10(a), (b)より両者の場合とも放物線領域の外部では実験値と理論曲線とがほぼ一致しているが、放物線領域内では実験値が理論曲線より過大な波高比をとり、危険側の値を示している。さらに、隅角点より遠方側の測点について示した図-10(b)の回折傾

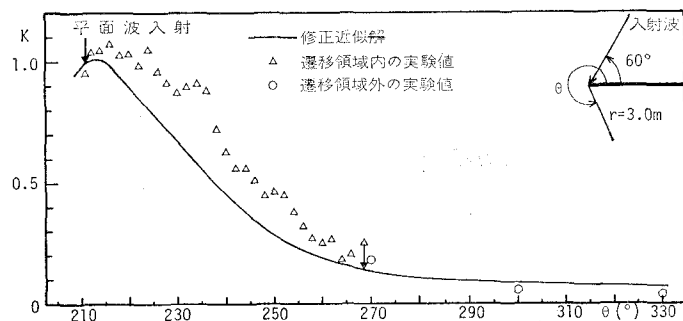


図-10 (a) Case I の波高分布

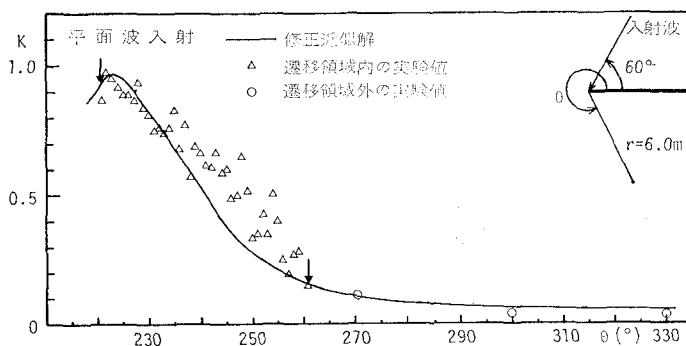


図-10 (b) Case I の波高分布

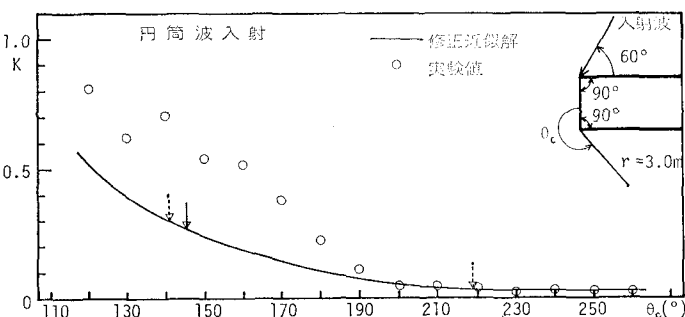


図-11 (a) Case II の波高分布

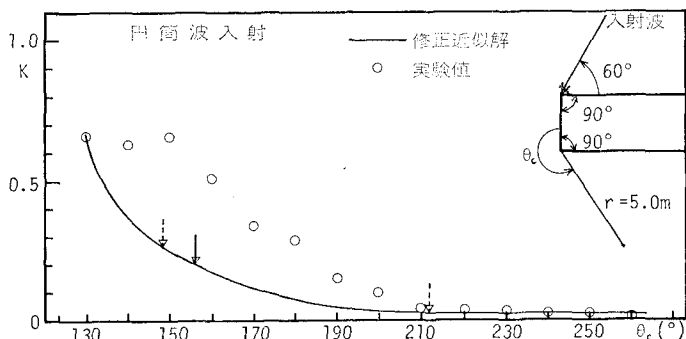


図-11 (b) Case II の波高分布

域側の放物線領域内( $\theta=240^\circ \sim 260^\circ$ )で実験値が非常にばらついている。この原因は、このあたりの測定点が水槽側壁および汀線に近い、造波機で起こした波群のうちの前駆波の反射が影響したものであると思われる。

図-11(a), (b)より, 両者の場合とも双曲線領域の外部では実験値が理論曲線によく一致しているが, 双曲線の通過地点を越えて内部に入ってくると次第に実験値が理論曲線より離れて過大な値をとるようになる。とくに, 双曲線領域と放物線領域とが重なる部分で極端に実験値が過大な値を示している。

これらの図中に示した修正近似解は点源の補正を組込んで計算したものであるにもかかわらず, なお遷移領域内で危険側になる原因には次のことが考えられる。

a) 屈折と回折が同時に起こる場合の波高変化を求めるのに, 堤先端または隅角点を中心として基準地点までの領域は, 一様水深とみなして回折現象のみにより波高変化し, それ以後は屈折現象のみにより波高変化するものとした。このように, 屈折と回折とを別々に計算して, 重ね合わせという手法では両者が同時に起こる場合の波の現象を説明し得ない部分があるのではないかと推測される。

b) 現行の屈折理論上の仮定である“波向線を横切ってエネルギーの出入りがない”が成立しにくい所があるのではないと思われる。すなわち, 波向線沿いよりも波向線を横切る方向の方が波高変化が顕著であり, とくに境界線付近で波高の変化率が大きいので, 波向線を横切って波のエネルギーが流れ, 回折領域側の波高が大きくなったものと思われる。

#### 4. 結 言

以上, 本研究では回折・散乱波の算出に有用な修正近似解を導き, それを使用した屈折と回折が同時に起こる場合の計算方法を提案し, 遷移領域内で点源の位置を補正するという新たな方法も紹介した。そして模型実験結果と比較し, その適合性について検討を加えた。以下に本研究で得られた結果を要約する。

(1) 単純隅角周辺の波高分布計算法において, 比較的簡単にかつ短時間に計算でき, 全領域に適用できるように開発した修正近似解の精度は, 平面波入射の場合, 波高比の相対誤差が最大である放物線上において 0.01 以内, 円筒波入射の場合, 相対誤差が最大である双曲線上で約 0.01 である。

(2) 1次回折波が円筒波に似ていることから, 円筒波

入射の場合の修正近似解により, 遷移領域の内部を除き, いままで無視されていた2次回折波の算出が可能である。

(3) 遷移領域の内部では点源の位置を補正する手法の採用により, 精度を向上させることに成功した。

(4) 屈折と回折が同時に起こる場合には, 基準地点の波高を修正近似解で求め, その後は現行の屈折計算のみで波高分布を求める方法を提案した。そして, 模型実験と比較した結果, 遷移領域外での使用は精度的に十分であり, 内部でも少々危険側になることを認識しておけば十分に使用できる方法であることがわかった。この遷移領域内部では屈折計算方法の問題, 屈折理論の仮定の問題, 除去がむずかしい前駆波の反射の影響があるが, どの要因により波高が大きくなるかを分離するにはいたらなかった。

最後に, 本研究は文部省科学研究費補助金(研究代表: 榎本亨大阪大学教授)によるものであることを付記して謝意を表す。

#### 参 考 文 献

- 1) Barailler, L. and P. Gaillard: Évolution Récente des Modèles Mathématiques d'agitation due a la Houle. Calcul de la Diffraction en Profondeur non Uniforme, La Houille Blanche, Vol. 22, No. 8, pp. 861~253, 1968.
- 2) 谷本勝利・小舟浩治: 数値波動解析法による港内波高分布の計算, 第 22 回海岸工学講演会論文集, pp. 249~253, 1975.
- 3) 坂井藤一・月岡康一: 波動解析への有限要素法の適用(第 3 報)——地形および構造物による波の散乱について——, 第 22 回海岸工学講演会論文集, pp. 97~101, 1975.
- 4) 三井 宏・越智 裕・川村勇二: 単純隅角周辺における波の近似解とその応用, 第 25 回海岸工学講演会論文集, pp. 94~97, 1978.
- 5) Bowman, J. J., Senior, T. B. A. and P. L. E. Uslenghi (editors): Electromagnetic and acoustic scattering by simple shapes, North-Holland (Amsterdam), pp. 252~269, 1969.
- 6) 前出 4)
- 7) 三井 宏: 沿岸の開発・保全と環境アセスメント——沿岸構造物からの反射波問題とその対策——, 土木学会関西支部, 昭和 53 年度講演会テキスト, pp. 57~69, 1978.
- 8) 三井 宏・宮本佳明: 円筒波の回折とその応用, 第 28 回海岸工学講演会論文集, pp. 109~112, 1981.
- 9) 前出 8)